



Bibliotheca Alexandrina



011965









دكتور صفوت فرج  
قسم علم النفس - جامعة القاهرة

## الإحصاء في علم النفس

الطبعة الثالثة

١٩٩٦

الناشر  
مكتبة الأنجلو المصرية  
١٦٥ شارع محمد فريد - القاهرة

**الاحصاء في علم النفس**

**دكتور جعفر قرج**

**الناشر : مكتبة الأنجلو المصرية**

**الطبعات : ١٩٨٢ ، ١٩٨٥ ، ١٩٩٦**

**طبع بالدار المصرية للطباعة والنشر**

**٢٨٩ شارع فيصل - حسن محمد - الهرم**

**رقم الإيداع بدار الكتب : ٢٦٥٣ / ١٩٩٦**

**الترقيم الدولي : 977-05-1439-X**

إلى أمي



### مقدمة الطبعة الثالثة

تقتل دراسة الإحصاء بالنسبة لدارس علم النفس ، سواء أكان طالبا أو باحثا أو ممارسا لمهنة الإحصائى النفسى أهمية بالغة ، إذ أنها الأداة والوسيلة المباشرة التى تتحول من خلالها المعرفة الكيفية بالظاهرة النفسية وقوانينها إلى علم يختص بالتفسير والتنبؤ واكتشاف الفروق والعلاقات .

والتكميم بالنسبة لأى علم ليس هدفا فى حد ذاته ، بل أساسا للسعى لاكتشاف الانتظام والقانون فى الظواهر التى يختص بها هذا الفرع أو ذاك من فروع العلم . وبالنسبة لعلم النفس نؤرخ دائما لميلاده كعلم بإنشاء ثونت لأول معمل لعلم النفس فى ليبزج عام ١٨٧٩ حيث أصبح التجريب هو المنهج الذى تكتشف من خلاله القوانين . وإذا كانت التجربة هى سلاح العلم ، فإن الإحصاء هو ذخيرة هذا السلاح .

وقد زاد الاهتمام خلال العقد الأخير بوجه خاص بدراسة الإحصاء كجزء جوهري من متطلبات دراسة علم النفس فى أغلب - إن لم يكن فى كل - الجامعات المصرية والعربية ، وأصبحت المشكلة بعد ذلك هى كيف يتمكن الطالب المبتدئ من الربط بين محتوى تخصصه السيكولوجى الذى يتعلمه بوصفه معطيات جاهزة عن السلوك والأداء المعرفى للأفراد والجماعات فى سوائهم واضطرابهم وبين الإحصاء وقضاياه وممارساته . وهى مشكلة غالبا ما لا يتمكن الطالب من استيعاب أبعادها إلا عندما يبدأ فى دراسة مناهج البحث ، مالم يكن هناك ربط أساسى فى دراسته للإحصاء بين فتياته وأساليبه وطرقه بوصفها معالجات لحل مشكلات تخصصه ، وما لم يمارس تدريباته الإحصائية من خلال مشكلات ذات طبيعة سيكولوجية فى الأساس .

إن اللغة الإحصائية ومفرداتها ونحوها تبدو أحيانا لطالب علم النفس لغة أجنبية عن تخصصه عالم يجد المترجم المناسب الذى يربط بين مفردات علم النفس ومفردات الإحصاء ونحو علم النفس ونحو الإحصاء .

وقد نجح هذا الكتاب فى طبعته الأولى والثانية فى القيام بهذه المهمة لسبب بسيط للغاية وهو أن كاتبه متخصص فى علم النفس ويتعامل بالوقائع والظواهر النفسية ، ويعرض مشكلاتها ، ويستخدم أمثلة من الخبرة البحثية التى يعيشها المتخصص فى علم النفس .

وكما أدى الكتاب مهمته خلال السنوات السابقة بنجاح ، فإننا نتوقع أن يؤديها فى طبعته هذه بالقدر نفسه من النجاح أو يزيد .

١٩٩٦/١/١

صفوت فؤاد

## مقدمة الطبعة الثانية

استقبلت الطبعة الأولى من هذا الكتاب استقبالا حسنا من الدارسين والباحثين فى علم النفس ، وبعد هذا الاستقبال الطيب أصدق تعبير عن أن المتحى الذى اختطه الكتاب فى تقديمه لموضوعه قد حقق الأهداف المرجوة منه .

وقد يكون الاختلاف الرئيسى بين هذا الكتاب وغيره من كتب الاحصاء والكثير منها جيد للغاية ، هو أنه التزم بخطة واضحة المعالم محورها الرئيسى الدارس المتخصص فى علم النفس ، وهو فى الغالب شخص يفتقد الخلفية الرياضية وغير مدرب على استخدام الرموز والأرقام ويشعر بعدم اللفة ازاء النصوص الاحصائية التى تخاطبه بلغة وغاذاج تخرج عن اطار تخصصه .

لكل هذا حظى هذا الكتاب بقبول جيد ، فهو يخاطب دارس علم النفس بلفته ومفاهيمه مستخدما أمثلة من مجاله ، ومقدما له حلولا لمشكلاته التخصصية مفسرا له العلاقة بين المفاهيم الاحصائية وتطبيقاتها السيكلوجية والبحثية .

فضلا عن ذلك فإن فرصة الاستمرار فى تدريس الاحصاء لطلاب علم النفس أتاحت المجال لإضافة تعديلات وإيضاحات دقيقة وإحداث تغييرات فى مواضع بعض المعالجات التى نقلت من فصل إلى آخر أو أعيد ترتيب بعضها لتحتل موضعا أكثر ملائمة من موضعها السابق ، وهو ماراعيناه فى الفصلين الخامس والسادس - كما قدمت أضافات محدودة فى بعض المفاهيم والأمثلة والتمارين بما يحقق أفضل فائدة .

وقد امتدت بعض التعديلات من تعديل لكلمة واحدة فى السياق إلى إعادة صياغة فقرات بأكملها بهدف اضافة مزيد من الدقة فى التواصل بين المؤلف والقارئ .

وقد أسهم عدد من تلاميذى المخلصين فى دفع الكتاب إلى طبعته الثانية ليظهر فى صورته الحالية المنقحة والمعدلة وكان لهم فضل يستحق التنويه منهم الاستاذ ماجد جورج الذى بذل جهدا مشكورا فى مراجعة أصول هذه الطبعة ومتابعتها والاستاذين خالد عبد المحسن بدر ومعتز سيد عبد الله الذين تكروا باعداد فهرس الموضوعات والذى يضيف للكتاب مزيدا من الفائدة المستهدفة منه .

وفى الوقت الذى أقدم فيه هذه الطبعة الجديدة أتمنى ظهور ثمارها فى صورة تشكيل للعقلية العلمية لأبناء التخصص ومزيد من البحث العلمى الذى تظهر فيه معالم الأصالة والتجديد .

فبراير ١٩٨٥

صفوت فخرى



## مقدمة الطبعة الاولى

يفكر كل إنسان فى عصرنا الحاضر تفكيراً إحصائياً ، ولا يستطيع أحد أن يواكب التقدم الحضارى دون هذا التفكير الإحصائى ، وبينما يعرف القليل منا ذلك، فإن الكثيرين يفكرون إحصائياً بطريقة تلقائية دون أن يخطر ببال أى منهم أنه يمارس الإحصاء .

فنحن نمارس الإحصاء عندما نقف فى الصباح انتظاراً لحافلة ونلقى نظرة تقديرية على عدد المنتظرين ، ثم نتخذ قراراً إحصائياً بركوب الحافلة القادمة أو انتظار التالية ، فى ضوء توقعات إحصائية لموجات الزحام السابقة والتالية وتركيز تدفق الناس فى فترة متوسطة قبل بدء مواعيد الأعمال . ونحن نمارس الإحصاء عندما نوزع دخلنا الشهرى على بنود للإنفاق فى ضوء ما أنفقناه فى الشهر السابقة ، ونحن نفكر إحصائياً أيضاً عندما نربط بين برودة فصل الشتاء وزيادة مبيعات فيتامين ج أو بين زيادة سرعة السيارة بضع كيلومترات لنصل لمقصدنا مبكرين بضع دقائق .

وبينما يجعل مثل هذا التفكير كثيراً من الأمور والظواهر مفهومة وواضحة ، فإنه يمكننا من جانب آخر من اتخاذ قرارات مناسبة ، وتنظيم أمور حياتنا بطريقة أفضل وأكثر صحة ودقة . وإذا كان العالم يحارب المجهول بسلح التجربة ، فإن الإحصاء - دون شك - يعد ذخيرة هذا السلاح ، فلانقوم بحجرة بمئذ صاحبها بتائجها من مجال محدود إلى مجتمع الظواهر الخارجية دون إحصاء ، إحصاء ينتخب من خلاله العينات بالأسلوب المناسب ، وإحصاء ينظم من خلاله بياناته الأولية ويصنفها ، وإحصاء ينتهى من خلاله لاستدلالات مضبوطة .

لكل هذا أصبح التزود بالإحصاء وبجرعة كافية منه ، ضرورة كبيرة الأهمية للباحث الذى يرغب فى ممارسة البحث العلمى ، وللأدراى المتخصص الذى يتابع

النشاط البحثى المستمر فى عصر أصبح لا يخلو فيه تقرير علمى أو مقال من معالجة وعرض احصائى للتتائج ومناقشة لمعاملات احصائية ودلالاتها ، وحتى المثقف العادى أصبح لا يستطيع أن يعزل عن طابع المجتمع ولغة حديثه ليعيش فى عالم لغزى ملىء بالمتراذفات أو الصيغ اللفظية ، فهو فى حاجة إلى منطق صلب تتميز فيه الحقائق بوضوح ، ويعرف من خلاله درجة ثقته فى شئ ما ومقدار تأكده من معلومة أو حقيقة أو نتيجة معينة ، لهذا السبب يمكننا أن نتوقف قليلا أمام الشعار الذى يسعى رجال المنطق الرضى لتحقيقه لنصل بالإنسان إلى أقصى مراتب التقدم والدقة .. شعار يقولون فيه : « تعالوا نتحاسب بدلا من أن نقول تعالوا نتجادل » أنه هدف يسعى بالإنسان إلى الخضوع لمنطق الأرقام ودقته ، ومانخرج به بواسطة خطوات هذا المنطق من نتائج صادقة ومضبوطة .

وليس دارسوا العلوم الإنسانية بأقل قدرة من غيرهم على فهم كل هذه الاعتبارات وليس الباحثون منهم أقل شجاعة ومبادرة فى اقتحام ميدان التجربة والإحصاء ، بل لعل العكس هو الصحيح ، فقد اشترك الكثير من علماء النفس فى تطوير أساليب ومناهج تجريبية وإحصائية ، وكان لهم الفضل فى تقديمها وتوفيرها للنظم العلمية الأخرى .

إلا أن المشكلة الحقيقية تتمثل فى أن الغالبية العظمى من جمهور دارسى العلوم الانسانية اتجهوا إلى دراستهم هذه إما نتيجة لتوفر استعدادات ذات طابع أدبى ونظرى لديهم ، أو اتجهوا لهذه الدراسة هربا من العلوم الطبيعية ذات الصياغات الرمزية الصارمة ، وفى الحالتين أصبحوا مهينين انفعاليا ووجدانيا لعلم تقبل الاحصاء ، أو تحدى صيغة الرمزية البسيطة ، وقد ساعد على استمرار هذا الوضع أن أغلب من يقومون بتدريس الاحصاء لطلاب علم النفس من أصحاب الخلفية الرياضية وليس الخلفية النفسية أو الاجتماعية ، وهو ما أدى إلى غربة عن ميدان التخصص سواء فى الأمثلة المقدمة أو طبيعة المعالجات التى يقدمها الاحصاء

لمشكلاتهم بشكل عيانى ، أو حتى اللغة المشتركة بين الاستاذ والطالب ، بالإضافة إلى تجاوز الاستاذ لقدر من التفاصيل الأولية باعتبارها درست فى مراحل سابقة ، وهو مالا يكون كذلك دائما .

لكل هذا يصبح من الضرورى أن يتوفر للدراسى العلوم الإنسانية نص إحصائى يعتمد على خلفية رياضية ناصعة البياض للطالب ، ويخاطبه بلغته التخصصية ويتحرك معه ببطء . وتأن شديد فى المراحل الأولى على الأقل إلى أن يتمكن من الحصول على المرونة الكافية التى تجعله يتعامل بالرموز بدلا من الصيغ اللفظية ، مع تذكيره بهذه الصيغ اللفظية والعودة إليها بين الحين والآخر . وربما قيل كل ذلك أن يبدأ معه من البداية الأولى فى معالجة مشكلاته العلمية النوعية التى يدرسها كل يوم .

سيلاحظ القارئ - وهو أمر لا بد منه - أن الاجزاء الأولى من أى كتاب فى الإحصاء هى أقل الأجزاء تشويقا ، وأكثرها حاجة للإطالة ، فالتكرارات والتوزيعات والمنحنيات المختلفة رغم بساطتها تتطلب قدرا من الصبر ، وقدرا من العمل لفترات طويلة ، ولكن بعد عبور هذه الأجزاء سيجد الدارس أنه قد اكتسب مهارات واضحة فى كيفية القيام بالمعالجات ، واختصار الوقت والخطوات والاستعانة بصيغ أسهل وأبسط .

وعلى الرغم من توفر الآلات الالكترونية الحاسبة الصغيرة والرخيصة الآن ، والتى يستطيع الدارس الاستعانة بها ليحقق وفرا ضخما فى الوقت والجهد ، إلا أننا لا ننصح باستخدامها بالنسبة لدارس مبتدىء فى الإحصاء ، إذ أنه مطالب بالممارسة والتدريب على العمليات الحسابية ، وتعلمه من أخطائه الخاصة مرة ومرات سيكون أفضل بكثير فى النتيجة النهائية من عدم ممارسته لتدريبات تنمية المهارة الحسابية والاستعانة بالآلات الحاسبة .

ورغم أنه يصعب وضع أولويات للأهم فالمهم فالأقل أهمية في منهج دراسي في الإحصاء . إلا أن ما يجب أن يعلمه الدارس هو أنه مطالب أولاً وقبل كل شيء بفهم منطق تكميم الظواهر النفسية والاجتماعية ، ومنطق المقارنة بين المجموعات أو الارتباط بين الظواهر ، منطق التصنيف ، ومنطق اختبار الفروض . منطق التعميم واستنباط نتائج عن المجتمع الخارجى مجهول السمات ، من عينات محدودة قابلة للدراسة ومثل هذا المنطق تعبر عنه الصياغات والقوانين الاحصائية ، وخطوات العمل المتتابعة .

وقد ننسى خطوات العمل بعد وقت قصير ، وقد ننسى الصيغ والقوانين الإحصائية بعد فترات أبعد ، ولكننا نستطيع أن نبحث عنها في الكتب ، ونضعها أمامنا أثناء الممارسة ، ولكن ما يجب أن لا ننسى ، لأنه ادراكا وليس تذكرا ، فهو المنطق الذي نسمى لفهمه واستيعابه والذي سيكون دليلا لنا مائلا لقرن الاستشعار لدى الكائنات الدنيا التي تقودها بعيدا عن المخاطر وتجذبها نحو الصواب والأمان لافى الممارسة العلمية وحدها ولكن في امور الحياة المختلفة .

يناير ١٩٨٢

صفوت فخر

# فهرست

الصفحة	الموضوع
	مقدمة الطبعة الثالثة
	مقدمة الطبعة الثانية
	مقدمة الطبعة الأولى
١	الفصل الأول : مدخل تاريخي للإحصاء
٩	الفصل الثاني : الإحصاء فى علم النفس
١٧	الفصل الثالث : مبادئ أساسية
٢١	١ - مفاهيم إحصائية أساسية
٢٨	٢ - أساسيات رياضية
٤٥	الفصل الرابع : ترتيب وعرض البيانات
٥٥	التمثيل البياني للبيانات
٦٦	أنواع المنحنيات
٧٤	المدرج التكرارى
٧٨	التكرار المتجمع
٨٣	المنحنى المتجمع الصاعد
٨٥	المنحنيات
٩٧	الفصل الخامس : المتوسطات
١٢١	الفصل السادس : التباين ومقاييسه
١٥١	الفصل السابع : المنحنى الاعتدالى والدرجات المعيارية المختلفة
١٨١	الفصل الثامن : مدخل للارتباط
١٩٧	الفصل التاسع : معامل ارتباط بيرسون
٢١١	الفصل العاشر : معامل الارتباط : المعنى والدلالة

٢٢٥	الفصل الحادى عشر : أساليب ارتباطية مختلفة
٢٣٧	معامل الارتباط الثنائى
٢٣٨	معامل ارتباط فائى
٢٤٦	معامل الارتباط الرباعى .
٢٥١	معامل الارتباط الثلاثى لتشييرو
٢٥٣	معامل ارتباط الرتب
٢٥٨	معامل الاتساق لكيندال
٢٦٢	الارتباطات غير المستقيمة
٢٦٣	معامل إيتا —
٢٧٥	الفصل الثانى عشر : الارتباط المتعدد والجزئى والانحدار
٢٧٩	معادلة الخط المستقيم
٢٩١	الفصل الثالث عشر : العينات
٣٠٩	الفصل الرابع عشر : اختبار الفروض
٣١٤	الفروق بين المتوسطات
٣١٥	الفرق بين متوسطين غير مترابطين
٣٢٠	الفرق بين متوسطين مترابطين
٣٢٥	اختبار دلالة الفروق بين النسب
٣٣٣	الفصل الخامس عشر : اختبار كاي <sup>٢</sup>
٣٥٥	الفصل السادس عشر : تحليل التباين —
٣٦١	تحليل التباين البسيط
٣٧٢	تحليل التباين المزدوج
٣٩٥	مراجع الكتاب
٣٩٩	ثبت المصطلحات
٤٠٧	فهرس الموضوعات
٤١٩	ملاحق : الجداول الاحصائية

## الفصل الأول

### مدخل تاريخي للإحصاء

تقودنا محاولة التعرف على البداية الحقيقية للإحصاء ، وتتبع هذه البداية التاريخية إلى وقوفنا أمام قناتين أساسيتين .

تبدأ القناة الأولى من تتبعنا للأصل اللفظي لكلمة إحصاء <sup>(١)</sup> في اللغة الإنجليزية والتي تعنى « بيانات الدولة » ، وكانت كلمة إحصاء تستخدم فقط في الإشارة إلى هذه البيانات التي كانت الدولة تطلبها للأغراض الرسمية ، وتقوم بجمعها بطريقة منظمة .

وقد بدأت الإحصاءات في صورتها المبكرة في ألمانيا حول نهاية القرن الثامن عشر ، في شكل محاولة ذات أغراض سياسية ، لقياس القوة النسبية للولايات الألمانية المختلفة ، ويهدف عقد المقارنات بين إحصائيات كل ولاية من هذه الولايات ، من حيث السكان والإنتاج الصناعي والزراعي .

أما في إنجلترا فقد كان الإحصاء بمثابة ميراث للحروب النابليونية التي دخلتها إنجلترا ضد فرنسا (Mulholland & Jones, 1969, P.1) ، فمن أجل زيادة الضرائب الجديدة التي تتطلبها نفقات الحرب ، تبين أنه من الضروري البدء في إجراء جمع منظم للبيانات الكمية ، التي تمكن المصالح الحكومية المختلفة من وضع توقعاتها الصحيحة والدقيقة عن النفقات والإيرادات . ومن خلال هذه القناة بدأ الإحصاء بأخذ مساراً واضحاً ، وبدأ يتطور لينتهي إلى هذا الفرع من العلم الذي عرف باسم « الإحصاء التطبيقي » <sup>(٢)</sup> الذي يزودنا بالمناهج والأساليب المنظمة لجمع وتحليل مجموعات ضخمة من البيانات الكمية ، وقد تخلص الإحصاء التطبيقي من صلته الوحيدة بالأغراض الحكومية ليصبح مجالاً واسعاً لمعالجة البيانات في نظم علمية متعددة ( Brook & Dick, 1969, P.1 ) .

كانت القناة الثانية مبهكة في واقع الأمر عن ذلك ، فمنذ القرن السابع عشر وفي وقت معاصر لمشكلات المقامرین التي جذبت اهتمام علماء الرياضيات ، دار حوار بين الفيلسوف والرياضي «بلير باسكال» Pascal والرياضي «فيرمات» Fermat حول سوء حظ الشيفالييه دي ميريه Chevalier de Méré ، وهو مقامر مشهور اعتاد أن يربح في مراهنته في الترد ، إذا أراد الحصول على رقم (٦) مرة واحدة على الأقل من بين أربع رميات لزهره الترد ، ولكنه كان يعود ليخسر ما ربحه عندما يراهن على الحصول على (٦ ، ٦) في ٢٤ رمية زوجية (Hogben, 1957 , PP. 36-37) وأدى حوار هذين الرياضيين الكبارين حول هذه المشكلة إلى وضع «باسكال» و «فيرمات» بعض مبادئ الاحتمالات (١) .

ونشر «كريستيان هويجنس» Christian Huygens في سنة ١٦٥٧ معالجة احتمالية لفرص الفوز في مباريات معينة للترد والورق .

وكتب «جاك برنولي» Jacques Bernoulli الرياضي السويسري ، أول كتاب في الاحتمالات ولكنه توفي قبل صدوره ، ونشره ابن أخيه بعد وفاته في سنة ١٧١٣ وكان لبرنولي اهتمام واضح في هذا الوقت المبكر « بالإحصاء التطبيقي » إذ تضمن كتابه إشارات واضحة مباشرة للإمكانات العلمية والاستخدامات التطبيقية لنظرية الاحتمالات في مجال الظواهر الاجتماعية .

ويرجع الفضل لـ «دي مويفر» De Moivre في تقديمه أول صياغة رياضية « لنحنى الاحتمالات الاعتدالي » (٢) وذلك في عام ١٧٣٣ ، ولم تحظ هذه الصياغة باهتمام كبير عند ظهورها في ذلك الوقت .

وقد استفاد الإحصاء مباشرة من الإضافة الهامة في « نظرية الخطأ » (٣) مع بداية القرن التاسع عشر ، عندما بدأ «بازل» Bessel عالم الفلك في مرصد كونيغزبرج Königsberg في قياس وتصحيح ملاحظات الراصدين لوضع « المعادلة الشخصية » (٤) ويشير تعبير المعادلة الشخصية ، والذي كان مصدراً مباشراً لإقرار

Normal Probability Curve (٢)

Personal Equation (٤)

Probabilities (١١)

Theory of Error (٣)



مفهوم الفروق الفردية فى علم النفس ، إلى التباين ( الخطأ ) الإنسانى الذى تتضمنه كل المقاييس بعد تنقيتها تماماً . وقد وجد أن خصائص التباين التى تقوم المعادلة الشخصية بصياغتها قائمة سواء بين الملاحظين ( فروق فردية ) أو فى الملاحظات الخاصة بنفس الفرد ( فروق داخل الفرد الواحد ) ، وقد اختُصرت التباينات فى شكل متوسطات ، وانحرافات عن المتوسط بالإضافة إلى حساب متوسط للتباينات نفسها ومن هذه المعالجة استمد الإحصاء واحداً من أهم مقاييسه وهو « المتوسط » (١) .

وقد شارك فى اهتمامات الفلكيين بتباين الخطأ ، الكثير من علماء الرياضيات خلال القرن التاسع عشر ، وكان منهم على وجه الخصوص عالم الرياضيات ماركيز لابلاس بيير سيمون Pierre Simon The Marquis de Laplace (Peatman , 1963, P. 2) .

وقام لابلاس بالربط بين نظرية الاحتمالات وخصائص التباين فى أخطاء المقاييس . وجذبت إضافة « لابلاس » للاهتمام من جديد بمنحنى « دى مويفر » وانجبه لابلاس و « جوز » Gauss لتطبيق قواعد الاحتمالات على مبادئ الفلك ، فى الفترة نفسها التى كان الإحصاء قد بدأ فيها خلال القناة الأولى ليكون سياسياً وإدارياً وحكومياً (Downie & Heath, 1974, P.3) . ورغم أنه يطلق عادة على المنحنى الاعتدالى اسم « المنحنى الجوزى » (٢) ، إلا أن الأدق من وجهة نظر تاريخية أن نطلق عليه اسم « منحنى لابلاس » (٣) ، أو على أقل تقدير « منحنى لابلاس - جوز » (Peatman , 1963, P. 5) إذ يرجع الفضل الأول للابلاس فى وضع المفهوم الأساسى والتصور النظرى لهذا المنحنى الفرضى .

ويبدأ من « أدولف كاتليت » Adolphe Quetelet الفلكى والإحصائى الهلجيكى استخدمت الطرق الإحصائية استخداماً وصفيًا فى دراسة الإنسان . وبدأت المحاولات منذ عام ١٨٤٦ لتطبيق النماذج الرياضية (٤) للمنحنى الاعتدالى على الأفراد والظواهر الإنسانية ذات الطبيعة الاجتماعية .

لرسي كانتليت مفهوم « الاستدلال الإحصائي » والذي نعني به إمكان الخروج باستدلالات عن المجتمع وخصائصه من خلال دراستنا لعينات محدودة ، وكان ذلك من خلال محاولته الاستدلال من نتائجه التي خرج بها من عينات من الملاحظات محدودة العدد على ما يوجد لدى الجنس البشري كله ، وكان نموذج المفضل هو « منحني الخطأ الاعتدالي » الذي اقتنع من خلاله أن القياس الدقيق للصفات الإنسانية المختلفة ، السياسية والأخلاقية ، سيؤدي إلى توزيع يتفق مع ما يطلق عليه اسم « القانون الاعتدالي » (١).

وما من شك في أن عالم النفس الإنجليزي « سير فرانسيس جالتون » Galton كان صاحب أكبر تأثير في تقدم واستخدام الإحصاء في العلوم الاجتماعية ، فعلى امتداد حياته ، قدم إضافات مرموقة في مجال الوراثة وعلم النفس والاثروبولوجيا والإحصاء ، ومازلنا ندين له بمعلوماتنا الحالية عن الارتباط والانحدار ، ومقاييس الارتباط بين متغيرين . وقام جالتون بمحاولة لاستخدام الإحصاء الاستدلالي في دراسته لمشكلة العبقرية مقتفياً كانتليت في ذلك ، ومستخدماً لجداول الاحتمالات ، وقام بتصنيف الرجال الموهوبين في فئات مختلفة وفقاً لدرجة تكرارهم في المجتمع ، وأشار إلى أن توزيعهم يتسق بدقة مع القانون النظري للانحراف عن المتوسط (٢) وهو القانون القائم على تباين الخصائص في منحني توزيع الخطأ . ومنذ ذلك الوقت اكتسب هذا المنحني الشهير هيبة واحتراماً حتى أصبح معبود الإحصائيين (Peatman, 1963, P. 6).

وقد تشكلت المفاهيم الخاصة بالارتباط وتيلورت في ذهن جالتون في فترة مبكرة تعود إلى عام ١٨٧٧ بوصفها نتيجة مترتبة على مبدأ « الانحدار نحو المتوسط » (٣) الذي ظهر أثناء معالجته لظاهرة الوراثة ، فعند دراسة العلاقة بين طول قامة الأباء ، وطول قامة الأبناء ، يمكننا أن نتوقع أن طول قامة الأبناء سيتشكل جزئياً من طول قامة الأباء ، وجزئياً من عوامل أخرى مختلفة ، وقد تبين أن قامة الأبناء قبل للاقتراب من المتوسط العام للمجتمع أكثر من اقتراب قامة

Deviation from Average (٢)

Normal Law (١)

Regression Towards Mediocrity (٣)

الآباء ، فالآباء المتطرفين فى طولهم يكون أبنائهم أقصر منهم ، والآباء المتطرفون فى قصرهم يكون أبنائهم أطول منهم . وكان اهتمام جالتون ويخته فى مشكلة الوراثة سبباً فى ألفتة بالتشتتات والتكرارات التى تظهر العلاقة بين أزواج من القياسات وقد مكته هذا فى نهاية الأمر ، وبعض المساعدة من الرياضى « ديكسون » Dickson من الوصول إلى خطوط الاتحاد (١) ، وإلى مفهوم الارتباط معبراً عنه فى صورة معامل بسيط (Boring, 1969, P. 479) .

وكان الرياضى الفرنسى «بريفيه» Bravais قد وضع النظرية الأساسية للارتباط منذ عام ١٨٤٦ إلى أن جاء «كارل بيرسون» Karl Pearson تلميذ جالتون ، ووضع لها الأسس الرياضية وأسلوب الحساب واستخدمها عام ١٨٩٦ لأجراء التحليلات التى طلبها جالتون .

ولعل الفصل يرجع لكل من جالتون وبيرسون ، لا فى مجرد تطوير بعض الأساليب الإحصائية ، ولكن لتقدمهما نحو معالجة المشكلات السيكولوجية بهذه الطرق والأساليب التى أدى نجاحها إلى استمرار الباحثين فى استخدامها وتطويرها فى بحوثهم المختلفة .

كان بيرسون تفاؤلى النظرة ، واعتقد أن الإحصاء يوفر إمكانيات تفوق حدوده الفعلية ، فظن فى وقت من الأوقات أن تحليل إحصائى جيد يمكنه أن يعالج بيانات غير دقيقة ويخرج بنتائج سليمة ، وجاء « يول » Undy Yule ليحذر من هذه النظرة التفاؤلية القائمة على غير أساس ، وقد نقدتها بشدة ووضع المحاذير المناسبة لها مؤكداً أن صحة ودقة البيانات الأولية ضرورة لا يغنى عنها أسلوب إحصائى جيد .

وكان «لجيمس ماكين كاتل» Cattell عالم النفس الأمريكى الذى تتلمذ على « فونت » Wundt ورافق جالتون أكثر من عام ، دوراً بارزاً ، عند عودته إلى الولايات المتحدة فى الثمانينات من القرن التاسع عشر ، إذ بدأ يستخدم هو

وتلاميذته ومن بينهم «ثورندايك» Thorndike الأساليب الإحصائية فى دراسة المشكلات النفسية والتربوية ، وكان تأثير هؤلاء الرجال عظيماً ، فبعد سنوات قليلة بدأ تدريس المناهج النظرية والتطبيقية فى الإحصاء فى الجامعات الأمريكية.

لم يقتصر أسهام علماء النفس على ما أشرنا إليه فقط ، بل نجد إسهاماً بارزاً ينسب إلى «تشارلس سبيرمان» Charles Spearman الذى وضع فى سنة ١٩٠٤ الطريقة الجديدة المتطورة فى مجال استخدام الارتباطات أو مجموعات كبيرة منها ، بين متغيرات مختلفة . عندما نشر مقاله الشهير « الذكاء العام تحديده وقياسه موضوعياً » والذى أشار فيه إلى « نظرية العاملين »<sup>(١)</sup> ووضع أسسها النظرية فى مجال القدرات العقلية .

وقد اتجه سبيرمان إلى تفسير الارتباط بين أى متغيرين بوصفه دال على وجود عامل عام<sup>(٢)</sup> وعامل نوعى<sup>(٣)</sup> فى كل متغير ، مقتفياً فى ذلك تفسير جالتون للاتعداد<sup>(٤)</sup> فى ضوء مكونين أو متغيرين أحدهما محدد والآخر غير محدد .

وتطورت نظرية العاملين تطوراً كبيراً من خلال جهود واهتمامات علماء النفس الإحصائية ، وابتكرت فيها أساليب جديدة أكثر دقة وموضوعية وتطورت منها نظرية العوامل المتعددة<sup>(٥)</sup> والمكونات الأساسية<sup>(٦)</sup> .

تطورت فى القرن العشرين أساليب ومناهج جديدة فى مجال إحصاء العينات الصغيرة على وجه الخصوص ، ويرجع الفضل فى الإضافة الرئيسية التى حدثت فى هذا المجال إلى فيشر R. A. Fisher الإحصائى الانجليزي . وعلى الرغم من أن فيشر طور أساليبه وطبقها فى مجالات البحوث الزراعية والبيولوجية ، إلا أنه لم ينقض وقت طويل حتى عرفت هذه الأساليب وتطبيقاتها فى العلوم الاجتماعية ، وبدأ استخدامها على نطاق واسع (Downie & Heath, 1974, P. 3) .

General Factor (٢)

Regression (٤)

Principal Components (٦)

Two Factor Theory (١)

Specific Factor (٣)

Multiple Factors (٥)

(٥) أنظر كتابنا: التحليل العائلى فى العلوم السلوكية ، القاهرة : مكتبة الأنجلو المصرية ، ١٩٩٦ .

وبينما كان الإحصاء فى بداية الأمر « إحصاء وصفى » (١) يقوم على الحصول على المعلومات والبيانات الكمية وتحليلها ، وهو الاستخدام المتطور لوظيفته الأولى منذ البداية التاريخية المبكرة كأداة للتعداد والحصر الشامل ، فقد أصبح الإحصاء الآن لا يقتصر على هذا الجانب الوصفى فقط ، بل امتد ليغطى جانبين آخرين :

**الجانب الأول :** هو « الإحصاء الاستدلالي » (٢) والذي يقوم فيه بالتوصل إلى استدلالات من عينات محدودة يتم سحبها من المجتمع وفق شروط معينة وحيث تعتمد استدلالاتنا على المنطق ونظرية الاحتمالات .

**الجانب الثانى :** هو إحصاء العينات (٣) والذي يتعلق باستخدام الطرق والوسائل المناسبة التى تؤدى إلى الحصول على عينات جيدة تصلح للاستخدام فى الإحصاء الاستدلالي . ويعتبر كل من الإحصاء الاستدلالي وإحصاء العينات جانبين متكاملين وإساسيين فى المنهج العلمى لدراسة المجتمع بواسطة مجموعات بحثية محدودة ، وتتفرع دراسة المجتمع بواسطة العينات وباستخدام أساليب الإحصاء الاستدلالي إلى مجالين هامين :

**المجال الأول :** يتجه إلى محاولة تقدير معالم (٤) المجتمع ، ويقصد بمعلمات المجتمع القيم الخاصة بالمجتمع مثل متوسطاته وتبايناته فى مجال معين ، وتهدف هذه الدراسة إلى تقدير نسبة حدوث أو وجود بعض الظواهر فى المجتمع من خلال الاستدلال عليها من عينات ممثلة من هذا المجتمع . ويعد تقدير معالم المجتمع نتيجة مباشرة لعمليات استدلال استقرائية الطابع .

**المجال الثانى :** هو مجال اختبارات الدلالة (٥) وهنا نقوم باختبار الفروض المختلفة وهى طريقة أخرى لدراسة المجتمع من خلال إحصاء العينات بالأساليب الاستدلالية وحيث نقوم بوضع فروض معينة عن المجتمع كأن نفترض أن هناك فروق

Inferential Statistics (٢)  
Parameters (٤)

Descriptive Statistics (١)  
Sampling Statistics (٣)  
Tests of Significance (٥)

فى القدرة التجريدية بين الأسوياء والذهانيين . وتكون الخطوة الأولى بالنسبة لمثل هذا الفرض هى أن توفر الوسائل المناسبة لقياس القدرة على التجريد ، ثم تكون المشكلة التالية هى أن نحدد العينة أو العينات المناسبة للدراسة . ثم نقوم باخضاع الفروق أو النتائج التى توصلنا إليها لدى العيتين للاختبار الإحصائى ، بهدف قبول أو رفض الفرض الذى بدأنا به عن وجود فروق فى هذه القدرة بين هاتين العيتين فى المجتمع . وما نفعله فى حقيقة الامر هنا هو أننا نقارن بين متوسطى العيتين فى هذه القدرة وبين تقديرات التباين التى خرجنا بها من كل منهما . لتثبت مما إذا كان لهذه القدرة متوسطين مختلفين وتباينين مختلفين أم لا ، وقد نخرج من هذه المقارنة ببعض الفروق بين هاتين المجموعتين ، وعلينا أن نلاحظ أن بعض هذه الفروق يمكن أن يوجد عادة بحكم الصدفة ، وعلينا أن نتوقعها ، ويصبح السؤال الإحصائى ما إذا كانت الفروق الكبيرة يحتمل إن تنتج عن الصدفة أم أنه من غير المنطقى أن نتوقع احتمال ذلك .

فى ضوء هذا المسار التاريخى والإضافات المتتابعة ، والتطبيقات النوعية التى فرضتها ظروف اجتماعية معينة ، أو ابتكرت لمعالجة ظواهر نوعية محددة تطور الإحصاء ليصبح ما هو عليه الآن ، أسلوب علمى راسخ لا تتم معالجات وتحليلات دون الاستعانة به والركون إلى نتائجه ، وما يحدده من درجة يقين فى صحة النتائج والتعميمات والاستدلالات التى نخرج بها .

## الفصل الثانى

### الإحصاء فى علم النفس

قد لا يكون هناك كثير من المغالة فى قولنا أن دخول المناهج الإحصائية ميدان علم النفس ، كان بمثابة الميلاد الثانى له بوصفه علماً . ويستطيع قارئ تاريخ علم النفس أن يذكر نوع التجارب التى كان يقوم بها الباحثون فى معمل « فونت » ، وتلك التى كان يقوم بها منفصلاً باحث آخر هو « جيمس ماكين كاتل » ، خارجاً بها عن المنحى العام لبحوث تلاميذ فونت ، وهى تجاربه فى مجال الفروق الفردية وزمن الرجوع .

وكان منهج البحث السيكولوجى السائد بين بقية باحثى المعمل هو المنهج الاستبطانى<sup>(١)</sup> ، إلى جانب التجربة ، ولا تتطلب الوقائع الاستبطانية الكثير من المعالجات ، هذا إذا قبلت ، بقدر أو بآخر ، صياغة كمية . ومنذ بدأ معمل « فونت » نشاطه فى سنة ١٨٧٩ كان المصدر الرئيسى للمعلومات النفسية فيه هو الاستبطان ، الذى كان يقوم به ملاحظون مدربون تحت إشراف فونت المباشر . ولم يكن هناك ما يمكن إثارته حول الطبيعة العلمية لهذه البيانات . غير أن العاصفة الكبرى هبت على هذا اليقين فى قيمة البيانات الاستبطانية بعد إنشاء معمل فونت برع قرن فقط ، من خلال مشكلة التفكير بلا صور .

فقد بدأ علماء النفس فى جامعة فريبورج Wurzburg سلسلة من التجارب على التفكير ، وعلى الفور واجهوا صعوبات فى استخدام منهج الاستبطان . فقد ذكر الملاحظون المشتركون فى التجربة عناصر عن الشئ نفسه لا تتفق مع العناصر التقليدية المعروفة فى مجال الإحساس والصور الذهنية<sup>(٢)</sup> والمشاعر البسيطة . وقد أطلق على هذه العناصر الشعورية غير القابلة للوصف اسم « الأفكار بلا صور »<sup>(٣)</sup> . وقد شغلت مشكلة التفكير بلاصور اهتمام علماء فريبورج وليبيج

Images (٢)

Introspection (١)

Imageless Thoughts (٣)

Leipzig على السواء ، ودار جدل طويل حول صحة الظاهرة ، وذكر فونت وتشنر Titchener من معمل فونت أنه لا بد أن يكون علماء فريبورج مخطونون فى تصوراتهم عن وجود التفكير بلا صور ، وأن تخيل مثل هذه العناصر ما هو إلا نتيجة لضعف فى استخدام الاستبطان وليس نتيجة لظواهر نفسية حقيقية .

كان لهذا الجدل الذى استمر فترة طويلة تأثيره على علماء النفس الآخرين ، إذا بدأوا يدركون أن الاستبطان هو مصدر المشكلة ، وأنه ليس أداة كافية لجمع بيانات علمية . فما يذكره ملاحظ ما من استبطانات يبدو فى حقيقة الأمر بمثابة نتيجة مباشرة لنوع ما تلقاه من تدريب ، ودوره الذى يمارسه باعتباره « يستعيد » استبطانات « موضوعية » وحقيقية (Hyman, 1970, PP. 40-41) .

من هذه المشكلة بدأ القلق العلمى فى المنهج السائد ، وفى نفس الظروف كانت السلوكية قد بدأت تشق طريقها بقوة فى الولايات المتحدة ، وهنا حدث التحول الكبير نحو الاتجاه لجمع ملاحظات واسعة ، وبيانات متعددة من عينات كبيرة ، لا ترتبط بشخص الملاحظ أو تدريبه أو خلفيته أو تحيزاته الشعورية أو اللاشعورية ، وبدت الحاجة ملحة لاستخدام الوسائل الإحصائية لضبط هذه الملاحظات وتلخيصها وتبويبها وعرضها بصورة مختلفة ، وتحليلها بطريقة أو بأخرى .

ونحن لا نستطيع الآن - إلا فى حدود شديدة الضيق - أن نضع خطة لبحث فى علم النفس دون أن نحدد دور المناهج الإحصائية فيه ، فمن خلال معرفة هذه المناهج وما هو المناسب منها لتحليل البيانات يستطيع المرء أن يضع خطة بحث وهو على ثقة أن النتائج تقبل المعالجة الإحصائية . وهناك سبب آخر يجعلنا نضع أمام أذهاننا الاعتبارات الإحصائية المختلفة عند التخطيط لبحث ما ، وهو حقيقة أن بعض التصميمات التجريبية تبدو مفضلة ، لأنها تسمح مع قليل من التكلفة الإضافية ، بل وأحيانا مع وفورات فى التكلفة ، بضبط أفضل للأخطاء أكثر مما تسمح به خطط تتضمن تصميمات تجريبية أوسع وأضخم ، كما أن الدراية بالأساليب المختلفة تجعلنا منذ البداية على وعى بخطواتنا ، يضاف إلى ذلك أن توفر استتصار جيد بالتحليل الإحصائى ومتطلباته فى البحث العلمى يساعد على استخدام مجموعات من البيانات المتاحة لخدمة أغراض المراجعة المختلفة للفروض . (McNemer, 1957, P. 3)



فإذا أردنا أن نتعرف على دور المناهج الإحصائية في نمو وتطور علم النفس في الوقت الراهن فيكفي أن نراجع عينة عشوائية من البحوث المنشورة خلال العامين أو الثلاثة الماضية لنرى أن الأساليب الإحصائية تلعب دوراً بارزاً سواء في اختيار العينات أو تنظيم واختصار البيانات ، أو تحليلها ، أو اختبار الفروض المختلفة ، أو الخروج باستدلالات من العينات المحدودة عن المجتمع كله . ولا يخلو بحث من البحوث من واحد أو أكثر من هذه الجوانب التي يتولى الإحصاء الإسهام فيها . ويمكننا أن نحدد بقدر أكبر من الدقة والتفصيل هذه الوظائف المختلفة . (Peatman, 1963, PP. 9-11) .

### (١ - في تصميم التجارب :

يلعب الإحصاء دوراً حاسماً في تصميم التجارب وهو يدخل في عدد من العمليات المختلفة في مراحل الفحص التجريبي . من ذلك :

١ - تحديد مجتمع الدراسة : أنه يؤدي دوره عند قيامنا باتخاذ القرارات الخاصة بالمجتمع الذي نرغب القيام بدراسته ، وعينة الملاحظات أو القياسات التي يتعين أن نجمعها أو نقوم بها ، ورغم عدم وضوح أهمية هذا الدور لدى الكثير من الباحثين ، فإن صدق وصحة الاستدلالات المختلفة التي نخرج بها من بحوثنا إنما تعتمد أولاً على صحة عينة الملاحظات أو القياسات التي نقوم بها .

٢ - ضبط الإجراءات التجريبية : تستخدم الأساليب الإحصائية في ضبط الإجراءات التجريبية التي تتبع في الحصول على الملاحظات أو القياسات ، وحتى نستطيع الحصول على عينة غير متحيزة ، فإن مطلباً أساسياً يواجهنا هنا هو ضرورة السعي لتوزيع أخطاء الملاحظة توزيعاً عشوائياً بقدر الإمكان . ولتحقيق هذا الهدف نستخدم في بحوثنا النفسية والاجتماعية عينات تجريبية<sup>(١)</sup> ، وعينات ضابطة<sup>(٢)</sup> ، وقد تتوفر لنا العينة أو العينات التجريبية بصورة أو بأخرى وتصبح المشكلة كيفية تصميم عينة ضابطة والحصول على مفرداتها بطريقة تخلو من

التحيز . وقد نبدأ بعينة كبيرة نقوم بقسمتها إلى عيتين فرعيتين أحدهما تجريبية والأخرى ضابطة وتصيب المشكلة ، والتي ينتبه الكثيرون لخطورتها هي تحديد وضع الأفراد في إحدى العيتين . ويتمين أن يتبع مثل هذا التحديد عدد من الخطوات العشوائية الصارمة - أى الإحصائية - حتى تتمكن من تثبيت متغيرات التجربة وتوزيع الخطأ بشكل منتظم .

والواقع أن اللجوء إلى إجراءات التوزيع العشوائى للأفراد في عينات البحث يمثل سمة متطورة في التصميمات التجريبية الحديثة . ويذكر كوثرن وكوكس أن العشوائية<sup>(١)</sup> هي أحد الجوانب القليلة جداً في التصميمات التجريبية الجديدة التي يبدو أنها حديثة للغاية ، ويمكننا أن نجد أن التجارب على مدى المائة عام الماضية كانت تتضمن كل الاعتبارات المطلوبة في التجارب الحديثة مع إغفال واضح للعشوائية (Cochran & Cox, 1960, P.7) . وتضمنى هذه الحقيقة أهمية دون شك على مقومات التقدم العلمى الذى يمثل جانب منه فى دقة وارتفاع احتمالية النتائج التجريبية التى نخرج بها الآن من بحوثنا .

٢ - التحليل الكمي للنتائج : تستخدم الأساليب الإحصائية لتحليل النتائج الكمية للتجارب ، فنحن نبدأ بوضع عدد من الفروض الإحصائية ذات الصلة ببيانات التجربة . ثم نعود إلى النتائج التى حصلنا عليها والتى تمكنا من دحض أو قبول هذه الفروض . وكثيراً ما يتجه اهتمامنا لمحاولة تقدير معلمة\* المجتمع من خلال نتائجنا التجربة عندما تقوم هذه النتائج على عينة أو عينات جيدة التمثيل .

إذن فالتصميم المناسب للتجارب المختلفة لا يخلو فى أية مرحلة من مراحلها من دور بارز تلعبه المناهج الإحصائية ، ودون هذا الدور لا يمكننا أن نضع تصميمات تجريبية مقبولة .

---

Randomization (١)

(\*) المعلنات هي مقاييس المجتمع من متوسط وانحراف أو تباين وهي تختلف عن مقاييس العينات . راجع الفصل الثالث والرابع .

## ب - فى عمليات المسح<sup>(١١)</sup> النفسى او الاجتماعى :

لا يقل الدور الذى تلعبه المناهج والاساليب الإحصائية فى عمليات المسح المختلفة لقطاعات سكانية كبيرة ، عن الدور الذى تلعبه فى تصميم التجارب المحدودة . والمشكلة الأكثر أهمية والحاجا التى يواجهها الباحث فى هذا المجال هى مشكلة تصميم العينات ، فاذا أردنا القيام بقياس للرأى العام ، أو مسح للاتجاهات المختلفة فى مجتمع الراشدين أو العمال على سبيل المثال ، فعلىنا أن نفكر فى كيفية توزيع الخطأ عشوائيا بأفضل صورة ممكنة من خلال سلسلة من الإجراءات الميدانية مصممة بعناية ، وهو أمر يبدو أكثر أهمية مما نجد فى الإجراءات المعملية فى التجارب ، ذلك أن الخلل فى تركيب العينة ( عدم توزيع الخطأ عشوائيا ) يؤدى إلى عدد من التحيزات التى لا يسهل تحديد مصدرها بعد ذلك ، والتى تنجم عن عدم تمثيل مجتمع المسح بصورة مناسبة . فاذا أردنا إجراء دراسة مسحية على أرباب الاسر باعتبارهم وحدات العينة ، فعلىنا أن نحدد منذ البداية الإجراءات المختلفة لانتخاب أفراد هذه العينة سواء من خلال سجلات معينة يمكن الحصول عليها فى وقت مبكر ، ويحدد من خلالها كيفية الاختيار العشوائى للمفردات ، أو من خلال تحديد مجموعة من الإجراءات الخاصة بالانتخاب العشوائى أثناء العمل الميدانى ، وحيث يزود الباحثين بجدول الأرقام العشوائية للقيام بهذه المهمة أثناء عملية المسح . وبهذا الأسلوب فإن رضا الباحث أو عدم رضائه ، لتحيزاته أو تفضيلاته لن تتدخل فى انتخاب أفراد العينة ويلاحظ أن عمليات المسح الواسعة التى تتم على عينات كبيرة تشجع الباحث فى أغلب الأحيان على محاولة تقديم وصف لجوانب ومقومات المجتمع الأكبر الذى سحب منه عيناته وقام بمسحه ، وذلك من خلال ما خرج به من مقاييس إحصائية للعينة وباستخدام أساليب تقدير معلومات المجتمع وهو عمل إحصائى فى جوهره .

## ج- هي القياس النفسى :

العلاقة بين الإحصاء والقياس النفسى علاقة وثيقة للغاية ، وتاريخيا كان هناك توحيد بين المناهج الإحصائية وبين القياس النفسى باعتبارهما شيئا واحدا (Peatman, 1963, P.11) . فالقياس يتناول المقاييس المختلفة والاختبارات المتعددة من حيث تصميمها وقدرتها التمييزية وإجراءات حساب صدقها وثباتها وطبيعة الدرجة عليها ( فرج ، ١٩٨٩ ) ، وكل هذه الإجراءات إحصائية فى طبيعتها ولا تتم إلا من خلال معالجة إحصائية معتمدة على عينات وأساليب اختبار . غير أن هذا التوحيد التاريخى المبكر أصبح غير قائم الآن . ولا يشك أحد فى أن الإحصاء والقياس متمايزان بوضوح ، إلا أن هذا التمايز لا يففل الصلة الوثيقة بينهما . فإذا أردنا أن نلقى نظرة على المجال الواسع للقياس النفسى ومدى تغفل الإحصاء فيه فسنجد الآتى :

١ - حدث التطور فى أساليب القياس فى علم النفس سواء فى مجال مقاييس الاستعدادات واختبارات التحصيل ومقاييس التقدير والاتجاهات وغيرها من خلال المعالجات الإحصائية التى أجريت على مفهوم الدرجة على هذه الاختبارات والمقاييس . ومن خلال الاختبار الإحصائى للتعديلات التى أدخلت عليها .

٢ - قام التطور الفنى فى القياس النفسى على أساس من المفاهيم الحديثة للصدق والثبات والأساليب الإحصائية التى استخدمت لمعالجة هذه المفاهيم الحديثة فبدون الطرق والمفاهيم الإحصائية لم يكن من الميسور التوصل إلى تقديرات كمية للثبات أو الصدق بل أن مفهوم الثبات باعتباره تقدير للثباتين الحقيقى فى الاختبار، وتحليل تباين الخطأ إنما هو محصلة لأمتزاج المفاهيم الإحصائية بالمفاهيم السيكمومترية .

٣ - تعتمد الكفاءة التشخيصية للاختبارات فى الميدان الاكلينيكي وسيكولوجية اتخاذ القرار فى الميدان الصناعى والادارى على بناء معدلات قاعدية<sup>(١)</sup> للاختبارات المختلفة والتوصل لهذه المعدلات القاعدية عملية إحصائية فى جوهرها . ( نفس المصدر ، ص ص ٢٩٤ - ٣٠١ ، ص ص ٣٣١ - ٣٤٠ ) .

## د- فى النظرية النفسية :

يبدو من النظرة السطحية السريعة أن الإحصاء يقف بعيداً عن التنظير النفسى ، أو يقف عند مرحلة ميكرة . بأتى بعدها دور النظر<sup>(١)</sup> الذى يخرج باستخلاصات متعددة من النتائج التجريبية التى عولجت إحصائيا وهذه النظرة غير صحيحة الآن ، جزئيا على الأقل ، فقد امتد الدور الذى يلعبه الإحصاء حتى أصبح أداة مباشرة للتنظير فى علم النفس . وقد حدث ذلك من خلال التحليل العاملى<sup>(٢)</sup> وهو أساسا منهج إحصائى ابتكره علماء النفس ، ومن خلال التحليل العاملى يتم تصنيف مجال واسع من السمات أو القدرات أو الوظائف المترابطة بحيث نخرج من هذا التصنيف بإبعاد أساسية تعتبر بمثابة الاطار النظرى المفسر لكثير من الظواهر السلوكية . وكما يستخدم التحليل العاملى فى الوصول إلى النظريات العريضة وتحديد معالم هذه النظريات ، فإنه يستخدم فى الوقت نفسه لأختبار مثل هذه النظريات ، وقد ابتكرت أساليب جديدة مثل «تحليل المحك»<sup>(٣)</sup> الذى يستخدم فى اختبار الفروض العاملية (Eysenck, 1962, P. 51) كما تعتمد الكثير من النظريات فى بنائها وتأسيسها على النتائج العاملية من ذلك نظرية ايزنك Eysenck فى «الانبساط - الانطواء» و «العصابية» . ونظرية جيلفورد فى «البناء العقلى» ( فرج ١٩٨٩ أ ، ص ٣٦٩ - ٤١٥ ) .

نستطيع من خلال هذا العرض أن ندرك أن علم النفس بدون إحصاء يعود بنا إلى أكثر من مائة عام سابقة ، وأن الإحصاء فى علم النفس لا يقوم بمجرد دور محدود بل يمثل بالنسبة لعلم النفس النسيج الذى يمسك بمادته الأساسية والقنوات التى يتلقى من خلالها زاده . واللفظة التى يتحدث بها عن نفسه وعن حقائقه .

---

Factor Analysis (٢)

Theorist (١)

Criterion Analysis (٣)



## الفصل الثالث

### مبادئ أساسية

#### ١ - مفاهيم إحصائية

يؤدي حسن فهم واستخدام المفاهيم في أي نسق علمي إلى التمكن من دراسة أبعاد هذا النسق ، وما يزر به من أساليب ومعالجات وحقائق علمية . وتتزايد الحاجة لهذا الأمر في الإحصاء على وجه الخصوص كنتيجة مباشرة لحقيقتين هامتين يطالعهما القارئ باستمرار في تراث الإحصاء :

**الحقيقة الأولى :** هي أن هذه المفاهيم تتحول بعد صفحات قليلة إلى مجموعة من الرموز والصيغ المجردة التي تدخل في معادلات ، وتستخلص منها مصطلحات جديدة أو تلخص في مصطلحات أخرى . فإذا لم يكن القارئ قد استوعب بشكل دقيق معنى كل مفهوم والرموز المستخدمة في الإشارة إليه ، فإنه لن يتمكن من استمرار المتابعة أو استيعاب الصيغ الإحصائية في المراحل التالية .

**الحقيقة الثانية :** هي أنه رغم استقرار هذه المفاهيم وثباتها وتحدد معانيها في التراث الإحصائي ، إلا أنه لم يحدث حتى الآن شكل أو قدر من الاتفاق على الرموز المستخدمة في اللغة العربية في الإشارة إليها ، وهي مشكلة تمثل عقبة هامة أمام القارئ المبتدئ الذي يرمى للاستزادة من معلوماته وتنمية مهاراته الإحصائية ، فإذا كان قد بدأ دراسته متعاملاً مع نسق من الرموز في كتاب معين ، وإذا كان قد استوعب هذا النسق فإنه قد يفاجئ بنسق آخر من الرموز في كتاب آخر ، ورغم أن بعض كتب الإحصاء تشير في صفحاتها الأولى إلى مجموعة الرموز المستخدمة ومعانيها ، إلا أن هذا لا يحدث دائماً ، وعلى هذا يتمين على القارئ أن يكون حريصاً بالقدر الذي يجعله يبحث منذ البداية عن نسق الرموز الذي يستخدمه المؤلف حتى لا يترتب على جهله بهذه الرموز أو خلطه بينها وبين نسق سابق درسه أو استوعبه ارتباك في المادة العلمية التي يدرسها .

وصفة عامة يلاحظ في كتب الإحصاء الأجنبية أن هناك نسقين من الرموز المستخدمة :

**النسق الأول :** هو الحروف الأبجدية اليونانية .

**والنسق الثاني :** هو الحروف اللاتينية أو الرومانية المعروفة .

ورغم أن استخدام أى من الحروف اللاتينية أو اليونانية قاصر على الكتب الأجنبية ، إلا أنها كمصادر متنوعة للؤلئين العرب تؤدى إلى وجود نفس التباين في استخدام الرموز أو تعريفها بصورة أو بأخرى .

وفيما يلي الرموز الإحصائية المأخوذة عن الأبجدية اليونانية والأبجدية اللاتينية الشائعة الاستخدام في النصوص الإحصائية الأجنبية :

**(١) الحروف الأبجدية اليونانية الشائعة في الكتابات الإحصائية**

الحرف	إسمه	معناه الإحصائي
$\alpha$	ألفا	مستوى ألفا للدلالة .
$\beta$	بيتا	معامل بيتا لمعادلات انحدار معينة .
$\delta$	دلتا	الفرق بين معلمين .
$S$	ذيتا	القيمة المعلمية لدالة تحويل فيشر Z .
$\eta$	إيتا	نسبة الارتباط ، مقياس للارتباط غير المستقيم .
$\theta$	ثيتا	مسمى عام لزاوية .
$\mu$	ميور	المتوسط الحسابي للمجتمع ، متوسط معلمى .
$\xi$	اكسى	انحراف عن متوسط المجتمع .
$\pi$	بى	نسبة نصف قطر الدائرة إلى محيطها أى ٣,١٤١٦ .
$\rho$	رو	معلم لمعامل ارتباط بيرسون .
$\sigma$	سيجما	الانحراف المعياري لتوزيع المجتمع .
$\phi$	فاى	معامل للارتباط .
$\kappa$	كاى	كا <sup>٢</sup> ، معامل إحصائي يبين العلاقة بين الفروق في توزيعين أحدهما لعينة والآخر للمجتمع أو لعينة أخرى .



(ب) الحروف الأبجدية اللاتينية الشائعة في الكتابات الإحصائية  
( تستخدم غالبا حروف مائلة )

الحرف	معناه الإحصائي
$a$	زاوية
$b$	معامل انحدار
$c$	متين ، وأيضا معامل التوافق
$d$	فرق
$D$	إعشارى ، وأيضا مدى
$\bar{D}$	متوسط الفرق
$E$	توقع ، وتقرأ الصيغة $E(x)$ كالآتى : القيمة المتوقعة للمتغير $x$ ( أو القيمة المتوقعة للمتغير $s$ )
$E$	مؤشر كفاءة التنبؤ فى الارتباط
$e$	خطأ
$f$	تكرار
$F$	نسبة التباين
$F$	مقياس التكرارات المتوقعة
$H$	فرض يستخدم معه عادة تذييل $H_0$ مثلا
$i$	طول الفئة ، وكذلك أية قيمة مفردة فى صف ما وعادة مايستخدم للتذييل
$j$	أية قيمة مفردة فى عمود ، عادة يستخدم للتذييل
$ij$	أية قيمة مفردة تحتل خلية فى صف وعمود معين بين مجموعة من القيم
$k$	معامل الاغتراب ، كما يستخدم فى الإشارة إلى الفئات أو الفئات الفرعية فى تصنيف ما .

معناه الإحصائي	الحرف
مجموع أو عدد الفئات أو العناصر	$m$
المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات في الإحصاء الوصفي	$M$
مجموع التكرارات في عينة أو $\Sigma f$	$n$
مجموع التكرارات في المجتمع أو $\Sigma F$	$N$
نسبة	$p$
معلم نسبي ، وكذلك تبادل	$P$
احتمالية وتقرأ الصيغة $P(x)$ كالآتي: احتمالية $x$ (أو احتمالية من)	$P$
$1 - p$ ( أو الباقي من الواحد الصحيح بعد حذف نسبة )	$q$
$1 - P$ أو ربيع	$Q$
معامل ارتباط بيرسون	$r$
معامل الارتباط المتعدد ، وكذلك رتبه	$R$
انحراف معياري	$s$
مجموعة فرعية	$S$
إختبار «ت» أو الفروق بين المتوسطات	$t$
التيابن في بيانات إحصائية وصفية	$V$
معامل الاتساق	$w$
انحراف معياري أي $\bar{X} - X$ وكذلك متغير ( أي المتغير من مثلاً )	
متوسط حسابي	$\bar{x}$
متوسط هندسي	$\bar{X}_G$
متغير ( أي المتغير من مثلاً )	$y$
أي مقياس للمتغير أو متوسط	$\bar{Y}$
انحراف عن متوسط بوحدات انحرافية معيارية	$z$
معادلة تحويل فيشر لقيم الارتباطات	$Z$

(Peatman, 1963, PP. 17-18)

يضاف إلى ذلك بعض الرموز التي تستخدم للإشارة إلى عمليات مختلفة في  
الممارسة الإحصائية كالآتي :

**رموز العمليات :**

= : يساوي

≠ : لا يساوي

≡ : يساوي تقريبا

أ < ب : أ أكبر من ب أو ب أصغر من أ

أ > ب : أ أصغر من ب أو ب أكبر من أ

أ ≤ ب : أ تساوي ب أو أكبر منها

أ ≥ ب : أ تساوي ب أو أصغر منها

Σ : مجموع

### ١- مفاهيم إحصائية أساسية

لعل الخطوة الأولى الهامة هنا هي تعريف المفاهيم الأساسية التي سيقابلها  
القارئ خلال هذا السياق ، وسيجد في أغلب الأحوال أن بعضها مشروح بشكل  
تفصيلي في موضوعة ولكنه في حاجة للتعرف على معناه مبكراً ، إذ حتى يصل  
إلى موضعه الرئيسي على امتداد السياق سيكون قد التقى به أكثر من مرة .

(١- إحصاء) (١) :

رغم أننا نستخدم كلمة إحصاء بصفة عامة للإشارة إلى « علم الإحصاء » إلا  
أن كلمة إحصاء تستخدم عادة في معاني متعددة ومختلفة ، وعادة ما يتحدد  
استخدام كل معنى من معانيها اصطلاحاً خلال السياق الذي تستخدم فيه . وبعض

المعاني المألوفة الاستخدام لكلمة إحصاء هي الآتى :

. (Brookes & Dick, 1969, P. 1)

١ - يشار بها إلى الفرع من العلم الذى يتعامل مع البيانات الكمية للظواهر المختلفة وصفاً وتبويباً لها وتحليلاً واختباراً أو استدلالاً منها ، وبهذا المعنى يكون هذا الكتاب كتاباً فى الإحصاء .

٢ - يشار بها إلى البيانات الكمية ، الخاصة بظاهرة معينة فى مقابل البيانات الكيفية لنفس الظاهرة أو لظاهرة أخرى ، فيعنى تعبير الخصائص الإحصائية لظاهرة ما ، الخصائص الكمية فى هذه الظاهرة ، التى تقبل القياس ، أو الترتيب ، أو العد ، أما الخصائص الكيفية فهى مالا يقبل شئ من ذلك ، ويمكن أن تصدق بالنسبة لهذه الخصائص الكيفية أوصاف مثل أحسن من ... أو أفضل من ... أو أجود من ...

٣ - يشار بها إلى المنهج أو الطريقة الإحصائية المستخدمة فى بحث أو دراسة معينة ، فقد يقسم الباحث بحثه إلى ثلاثة أقسام : عرض التراث ، الدراسة الميدانية ، الإحصاء ، ليشير بالقسم الأخير إلى المعالجات والمنهج الإحصائى الذى اتبعه فى دراسته لمشكلة بحثه .

٤ - يشار بها إلى قيم عينات المشاهدات أو الملاحظات ، أو القيم المستخلصة من قياسات موضوعية ، والتى تعبر عنها مفاهيم محددة مثل المتوسط والنسبة المئوية .

ب - متغير<sup>(١)</sup> :

التغير مفهوم إحصائى<sup>(٢)</sup> ، وفيما مضى كان التغير يعرف على أنه سمة<sup>(٣)</sup> أو خاصية<sup>(٤)</sup> تكشف عن فروق أو تباينات فى الدرجة أو المقدار<sup>(٥)</sup> وذلك

Statistical Concept (٢)

Characteristic (٤)

Variable (١)

Trait (٣)

Magnitude (٥)

فى مقابل الصفات<sup>(١)</sup> التى كانت تعرف على أنها خصائص تكشف عن فروق فى النوع<sup>(٢)</sup> أو الكيف<sup>(٣)</sup> وليس فى الدرجة أو المقدار ، غير أن هذا التمييز أصبح مهجوراً الآن ، وأصبح مصطلح متغير يستخدم فى الإشارة إلى أية سمة أو خاصية أو صفة تكشف عن فروق ، بغض النظر عن ما إذا كانت هذه الفروق كمية أو كيفية ، وعلى هذا فإن خصائص أو صفات مثل الجنس ، ولون العين ، والجنسية ، والسلالة عبارة عن متغيرات تكشف عن فروق كيفية بين شخص وآخر ، بينما خصائص مثل اللون ، والوزن ، ودرجة اللعان ، والحدة الإدراكية ، وزمن الرجوع ، متغيرات تكشف عن فروق كمية . وقد ناقش كيلي (Kelly, 1947) فى كتابه أسس الإحصاء الفرق بين البيانات الكمية والبيانات الكيفية . ويمكن القول أن البيانات الكيفية هى التى لا يمكن تكميها ، أو على الأقل ، التى لم يتم تكميها بعد ، فإذا أخذنا لون العين ، على سبيل المثال ، الذى كان علم النفس القديم يتناوله باعتباره متغيراً كيفياً ، سنجد أنه بعد إمكان قياسه باستخدام مفاهيم فيزياء الضوء أصبح متغيراً كمياً . ويشار إليه الآن باعتباره مركب من موجات ضوئية ذات أطوال معينة ، وهناك متغيرات يصعب أحياناً بالنسبة للشخص العادى أن يميزها بخصائصها الكمية فقط نتيجة لإدراكه المباشر لها فى صورة كيفية كلون البشرة مثلاً ، الذى يتعامل معه الشخص العادى فى صورة فئات لونية مثل أبيض ، اسمر ، اصفر ، ... الخ . بينما يقبل فى حقيقة الأمر الترتيب على متصل يمتد بين ناصع وداكن ودرجات متوسطة بين هذين الطرفين .

وعلى هذا فإن البيانات الإحصائية عن المتغيرات وسواء أكانت كمية أو كيفية يمكن تصنيفها فى الآتى :

Kind (٧)

Attributes (١)

Quality (٣)

١ - **بيانات قابلة للعد**(١) : أى يمكن عدّها داخل فئة مع وجود فروق بينها واتصافها جميعاً بصفة واحدة على الأقل تبرر ادخالها معا فى هذه الفئة مثل عدد الحبات فى سلة يرتقال حيث الفئة هى يرتقال ، أو عدد الأفراد فى فئة تلاميذ ، مع وجود فروق بين كل يرتقالة والأخرى فى الجودة أو وجود فروق بين كل تلميذ والآخر فى الاجتهاد .

٢ - **بيانات قابلة للترتيب**(٢) : أى يمكن ملاحظة فروق كمية غير منتظمة بينها فى المتغير موضوع الدراسة مثل صلاية مجموعة من العناصر مرتبة فى فئة المعادن دون تحديد دقيق لدرجة أو مقدار الصلاية ، مجرد أن الحديد أكثر صلاية من النحاس ، والنحاس أكثر صلاية من الرصاص وهكذا .

٣ - **بيانات قابلة للقياس**(٣) : أى بيانات كمية تقاس بمقاييس ذات وحدات منتظمة بحيث يتحدد الفرق بين المفردة والأخرى بوصفه فرق كمى مساو لعدد من وحدات القياس ( فرج ، ١٩٨٩ ) . مثل نسبة الذكاء ودرجة التحصيل والدرجة على مقياس للمفردات .

#### جـ - المجتمع (٤)\* :

ويستخدم هذا المصطلح أو المفهوم للإشارة إلى المجموع الكلى للأفراد سواء أكان المجموع الحقيقى أو المفترض ، محدداً من خلال بعض خصائص أفرادة وقد يكون هذا المجموع الكلى كبيراً بصورة غير محدودة ، وهى الحالة التى يكون فيها المجتمع الإحصائى لا متناهى ، كما قد يكون هذا المجموع الكلى متناهى أو محدود .

Rankable (٢)  
Population (٤)

Countable (١)  
Measurable (٣)

(\*) ويستخدم لها كمرادف فى هذا السياق Universe أو Collective .

## د - الإطار (١) والمجتمع الأصلي (٢) :

يسمى المجتمع الذى تسحب منه العينات باسم المجتمع الأصلي أو الإطار وعادة ما يستخدم المصطلح الأخير وعلى الأخص فى البحوث المسحية (٣) حيث يتضمن الإطار كل مفردات عينة مجتمع ظاهرة معينة وحيث يمكن تحديد هذه المفردات بأرقام سلسلة لتسحب منها عينة ما سواء فى وقت معين ، أو على مدى فترة معينة ، والمجتمع المستهدف (٤) فى أى دراسة قد يكون أكبر من إطار المجتمع عندما تكون قائمة مفردات العينة أقل من ١٠٠٪ من المجتمع الأصلي ، من ذلك مثلاً عندما نريد أن نسحب عينة من مجتمع الأطباء فى مصر ، إلا أن إطار العينة والذى قد يكون فى هذه الحالة قائمة العضوية فى نقابة الأطباء قد يتضمن نسبة أقل من ١٠٠٪ من مجموع الأطباء (المجتمع) نظراً لعدم تضمينها أحدث الخريجين العاملين من الأطباء مثلاً. ويستخدم تعبير المجتمع الأصلي بالمعنى السالف باعتباره الإطار ، كما يستخدم للإشارة إلى مجتمع نظرى لا متناهى فى الكبر تسحب منه عينات مختلفة ، كما نفعل عندما نريد سحب عينة من سلوك شخص ما (أو أشخاص مختلفين) تحت ظروف تجريبية أو ضابطة أو بواسطة قياس محدد.

## هـ - عينة (٥) :

العينة نسبة محدودة (٦) من مجتمع إحصائى ، هى جزء من كل ، ونستطيع الحصول على عينات احتمالية (٧) بواسطة طريقة نطلق عليها اسم الانتخاب العشوائى (٨) ، وتوفر هذه العينات العشوائية معلومات صادقة عن المجتمع الإحصائى المحدود بفروق ضئيلة عن الواقع ، ونحن نقبل هذه الفروق فى مقابل ما تتميز به هذه العينات من وفر فى التكلفة والوقت والجهد ، وهناك أساليب متعددة للعشوائية ، يتميز كل أسلوب منها بإزايها معينة والمجتمعات المحدودة يمكن دراستها من خلال العينات فقط .

Parent Population (٢)

Target Population (٤)

Finite Portion (٦)

Randomization (٨)

Frame (١)

Survey Research (٣)

Sample (٥)

Probability Sample (٧)

## ٩ - معلومات (١)

يستخدم مصطلح معلومات (ومعناها معلم بفتح الميم الأولى وتسكين العين والميم الثانية) للإشارة إلى مقاييس مستخلصة استنباطياً (٢) من مجتمع فرضي أو مجتمع إحصائي، والذي يكون عادة غير محدود الحجم، أو يقدر استقرانياً (٣) من خلال قيم ملاحظة من مجتمع محدود، وفي الإحصاء التطبيقي نفترض الكثير من المعلومات المجهولة، ويلاحظ أن قيم المجتمع هي التي تسمى معلومات، بينما قيم العينات تسمى إحصاء. وهذه تتوصل إليها عن طريق حسابها، أما المعلومات فتقدر (McNemar, 1957, P. 2) وقد نفترض القيمة المعلمية باعتبارها ثابتة (٤) أو تقدر تقديراً.

ويعتمد أحد مجالات الإحصاء الاستدلالي وهو الذي يهتم باختبار الفروض على افتراض قيم معلومة ثم اختبار هذه القيم، بينما يهتم مجال آخر من مجالات الإحصاء الاستدلالي بمشكلة المعلومات الخاصة بالمجتمع الأصلي

### ز - دالة (٥)

الدالة كمية تتباين مع كمية أخرى، وفي تعبير مثل، ص = ف (س)، تكون ص دالة س، وتعتمد قيمة ص على قيمة س، بتعبير آخر تكون ص متغير تابع (٦)، وس متغير مستقل (٧) في هذه العلاقة

### ح - مؤشر (٨)

المؤشر عبارة عن رقم محسوب يعبر عن نسبة متغير إلى آخر، أو نسبة من بُعد ما إلى بُعد آخر، مثال ذلك أن نسبة الذكاء (٩)، وهي نسبة العمر العقلي للشخص إلى عمره الزمني، تسمى مؤشر الذكاء، كما أن نسبة أقصى عرض للرأس إلى أقصى طول للرأس تسمى المؤشر الرأسى (١٠). وعادة ما تضرب قيمة كل مؤشر في ١٠٠ ليكون المؤشر في شكل نسبة مئوية.

Deductively (٢)  
Constant (٤)  
Dependent Variable (٦)  
Index (٨)  
Cephalic Index (١٠)

Paranters (١)  
Inductively (٣)  
Function (٥)  
Independent Variable (٧)  
(I.Q) Intelligence Quotient (٩)



## ط - متغيرات (١):

يرمز عادة للقيمة المتغيرة المفردة بالرمز  $s$  ، ويشار دائماً للقيم في السياق الإحصائي بالرموز  $S$  ،  $ص$  . وعند الإشارة لثلاثة قيم يستخدم الرمز  $ص$  بالإضافة إلى  $s$  .  $ص$  كما يمكن الإشارة لهم على أنهم  $s_1$  ،  $s_2$  ،  $s_3$  . أما في حالة الإشارة لأكثر من ثلاثة قيم فيستخدم تذييل رقمي للحرف  $s$  مثل  $s_{11}$  أو  $s_{12}$  وهكذا . ويستخدم رقمين أحياناً كرمز تذييلي لعدد من القيم تبلغ  $n$  قيمة في الإشارة إلى معامل الارتباط مثلاً ، وبهذا فإن رمز مثل  $r_{12}$  يشير إلى الارتباط بين المتغيرات أرقام ١ ، ٢ .

## ي - قياسات (٢):

يشار للقيمة الكمية المفردة الواحدة باسم قياس ويرمز لها عادة بحرف أسود\* مثال ذلك القيمة  $s$  من المتغير  $s$  والقيمة  $ص$  من المتغير  $ص$  وعند الإشارة لأفراد مختلفين أو قيم مختلفة في المتغير  $s$  تستخدم الأرقام في ذيل الحروف لتحديد هذه القيم مثال ذلك  $s_1$  ،  $s_2$  ،  $s_3$  ويشار للقيمة الأخيرة بالرمز  $s_n$  .

## ك - تكرارات (٣):

يشار لعدد الحالات في مجموعة أو فئة معينة باعتبارها تكرارات لظهور هذه الحالات أو القيم أو الأفراد داخل هذه الفئة ، ويرمز للتكرارات بالرمز  $K$  ويرمز لها أحياناً بالرمز  $n$  ، ويشار عادة للتكرارات داخل الفئة بالرمز  $K$  ف أي تكرارات الفئة، بينما يستخدم الرمز  $n$  للإشارة للتكرار الكلي. وأحياناً ما يستخدم الرمز  $K$  حيث يشير الرمز  $K$  إلى المجموع ، ويستخدم في الإحصاء الوصفي أما  $n$  أو  $K$  ، أما في الإحصاء الاستدلالي فتستخدم  $n$  لمجموع تكرارات المجتمع  $K$  وعلى ذلك تكون  $n$  ذات قيمة عددية عندما يكون المجتمع الإحصائي محدوداً فقط، وفي غير هذه الحالة تكون قيمة  $n$  لا متناهية ،  $n = \infty$ \*

Measures (٢)

Variables (١)

Frequencies (٣)

(\*) بالحروف الكبيرة Capital في اللغة الانجليزية .  
(\*\*) يشار بهذا الرمز إلى قيمة غير متناهية أو مجهولة الحجم .

## ٢ - أساسيات رياضية

جزء من المعاناة التي يواجهها المتخصصون في العلوم الإنسانية ، ممن لم يتزودوا بدراسة رياضية مبكرة ، عند معالجتهم للمشكلات الإحصائية واستخدام الأساليب الكمية التي يحتاجونها ، تتمثل في أنهم يقعون في أخطاء حسابية بسيطة ، ويرجع ذلك لعدم ممارستهم التمرينات الحسابية لفترات طويلة ، ورغم أن الآلات الحاسبة الكهربية المنتشرة الآن تقوم بالجزء الأكبر من العمل الإنساني في هذا المجال وكفاءة عالية والأمر بالمثل في الحواسيب الالكترونية والحواسيب الشخصية التي أصبحت ميسورة وسهلة الاستخدام ، إلا أن الحاجة تبدو ماسة هنا لمراجعة محدودة للعمليات الحسابية الأساسية التي لا تخرج الاستخدامات الإحصائية بكل أشكالها عنها . ولأن مصادر الأخطاء تكون دائماً في حالة استخدام الكسور العشرية أو الاعتيادية أو وجود أرقام سالبة وأخرى موجبة فسنتناول فيما يلي مراجعة لكيفية إجراء هذه العمليات الحسابية .

### (١) - الكسور العشرية (١) :

١ - الجمع والطرح : عند جمع أو طرح كسور عشرية ضع الأرقام في صفوف بعضها أسفل البعض بحيث تكون العلامة العشرية لكل رقم تحت العلامة العشرية للرقم الآخر .

مثال : إذا أردت جمع القيم ٢٩٥ . ٤ ، ٣١٤ . ٢٦ ، ٧٦ . ٨ ضع الأرقام في صفوف بعضها تحت بعض بحيث تكون العلامة العشرية لكل رقم تحت الآخر تماماً كالآتي :

$$\begin{array}{r}
 ٤٠٢٩٥ \\
 ٣١٤٢٦ \\
 ٧٦٨ \\
 \hline
 ٣٩٥٠٨٩٥
 \end{array}$$

والأمر نفسه في الطرح

Decimals (١)

مقال : إذا أردت طرح القيمة ٤١.٦٢ من القيمة ٨٠.١ ر. فضعها بنفس الطريقة كالآتي ثم اطرح :

$$\begin{array}{r} ٨٠.١ \\ - ٤١.٦٢ \\ \hline ٤٩.٧٣٩ \end{array}$$

وللتثبت من صحة الطرح ، اجمع باقى الطرح ( أى النتيجة ) على القيمة المطروحة .

٢ - الضرب : عند ضرب الكسور العشرية ، يجب أن يكون حاصل الضرب به عدد من الأرقام العشرية يساوى عدد الأرقام العشرية فى كل من القيمتين الضاربة والمضروبة معاً فإذا كانت القيمة الضاربة بها رقمين عشريين والقيمة المضروب فيها بها ثلاثة أرقام عشرية ، فلا بد أن توجد بالنتيجة خمسة أرقام عشرية.

أمثلة :

$$\begin{array}{r} ٤٧.١٢٣ \\ \times ١.١٣ \\ \hline ٤٧.٥٩٨٩٩ \end{array} \quad \begin{array}{r} ١.٠٢٥ \\ \times ٠.٣ \\ \hline ٠.٣٠٧٥ \end{array} \quad \begin{array}{r} ٠.٠٠٠٦ \\ \times ٠.٤ \\ \hline ٠.٠٠٠٢٤ \end{array} \quad \begin{array}{r} ١.٣ \\ \times ٢.٤ \\ \hline ٣.١٢ \end{array}$$

٣ - القسمة : عند قسمة رقمين عشريين ، يكون عدد الأرقام العشرية فى النتيجة مساويا لعدد الأرقام العشرية فى الرقم المقسوم مطروحا منه عدد الأرقام العشرية فى الرقم المقسوم عليه ، وذلك فى حالة ما إذا لم يكن هناك باقى للقسمة ، فإذا كان الرقم المقسوم به ٦ أرقام عشرية والرقم المقسوم عليه به ٤ أرقام عشرية يكون بالنتيجة رقمين عشريين فقط .

أمثلة :

$$\frac{٧٢١٢}{٠.٣} = ٢٤٠٠٤ \quad \frac{٥٢١٦}{٠.٢} = ٢٦٠٨ \quad \frac{٠.٠٠٠٤}{٥} = ٠.٠٠٠٨$$

## ب - الكسور الاعتيادية :

١ - الجمع والطرح : عند جمع أو طرح كسرين اعتماديين أو أكثر يجب اختصارهم أولاً ليكون لكل منها نفس المقام أى يكون لهم مقام مشترك وبعد توحيد المقام نجمع بسط الأرقام المختلفة ، ولا نجمع المقام المشترك بل يوضع كما هو فى النتيجة .

مثال :

$$\frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

لاحظ أن المقام المشترك هنا هو ٦ ( وهو المقام الأقرب للتوحيد بين ٣ و ٢ )  
حيث قمنا بضرب مقام الرقم الأول ( أى  $\frac{1}{3}$  ) فى ٢ ليصبح ٦ وضربنا البسط بالتالى فى نفس الرقم ( ٣ ) فأصبح ٣ ، وبالمثل فى الكسر الثانى ( أى  $\frac{1}{2}$  )  
ضربنا المقام فى ٢ ليصبح ٦ وضربنا البسط فى نفس الرقم ( ٢ ) فأصبح ٤ .

أمثلة :

$$3 \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{12}{4} = \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{16} = \frac{3}{16} - \frac{10}{16} = \frac{3}{16} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{2}{14} - \frac{12}{14} = \frac{2}{14} - \frac{6}{7}$$

وبالمثل نتبع نفس القواعد عند استخدام الرموز الجبرية بدلاً من الأرقام كالآتى :

$$\frac{س ب + ص أ}{ص ب} = \frac{ص أ}{ص ب} + \frac{س ب}{ص ب} = \frac{أ}{ب} + \frac{س}{ص}$$

٢- الضرب : لضرب الكسور الاعتيادية أضرب بسط كل كسر فى الآخر ، أو بسط كل الكسور معا ، وضع النتيجة فوق حاصل ضرب كل المقامات ، ثم اختصر النتيجة النهائية إذا احتاج الأمر لذلك :

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{30} = \frac{6}{70} = \frac{24}{280} = \left(\frac{1}{7}\right) \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{4}{7}\right)$$

وبلاحظ أنه عند ضرب الكسور العشرية يمكن اختصار الكثير من الوقت والجهد إذا قمت باختصار أى بسط مع أى مقام مشترك فى القيم المضروبة ففى المثال السابق يمكننا أن نختصر أولا ثم نضرب بقية الكسور وبسرعة فنحصل على النتيجة نفسها كالآتى :

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{\cancel{3}_1} \times \frac{3}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{2}^1}{5} \times \frac{\cancel{4}^1}{7}$$

وما فعلناه هنا هو الآتى : بدأنا أولا باختصار بسط  $\frac{4}{7}$  مع مقام  $\frac{3}{4}$  بأن

قسمناها على 4 فأصبحا  $\frac{1}{7}$  ،  $\frac{3}{1}$  ونفس الطريقة يمكننا اختصار بسط  $\frac{2}{5}$

مع مقام  $\frac{1}{4}$  بقسمتها على 2 فيصبحا  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{1}$  فأصبحت النتيجة كالآتى

حاصل ضرب بسط كل القيم 3 وكل المقامات 30 .

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$$

٣ - القسمة : عند قسمة أى كسر عشرين على كسر آخر عشرين ، أقلب الكسر العشري المقسوم عليه بحيث يصبح بسطة مقاماً ومقامه بسطاً وأقلب العلامة الحسابية الخاصة بالقسمة (÷) إلى العلامة الحسابية الخاصة بالضرب (×) ثم قم بالضرب حسب القاعدة السابقة للضرب ، بضرب قيم البسط معاً ، ثم قيم المقام معاً ، أو باختصار ثم الضرب .

أمثلة :

$$\frac{7}{8} = \frac{2}{1} \times \frac{7}{16} = \frac{1}{2} \div \frac{7}{16}$$

$$1 \frac{2}{13} = \frac{15}{13} = \frac{3}{1} \times \frac{5}{13} = \frac{1}{3} \div \frac{5}{13}$$

$$1 \frac{17}{18} = \frac{35}{18} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{9} = \frac{2}{5} \div \frac{7}{9}$$

وبالمثل فى القسمة الجبرية باستخدام الرموز بدلا من الأرقام .

مثال :

$$\frac{\frac{س}{ب}}{\frac{ص}{أ}} = \frac{ب}{1} \times \frac{س}{ص} = \frac{1}{ب} \div \frac{س}{ص}$$

$$\frac{ع}{ق} = \frac{كهر}{ق} \times \frac{ع}{كهر} = \frac{ق}{ك} \div \frac{ع}{ك}$$

جـ - الأرقام السلبية<sup>(١)</sup> :

١ - الجمع : عند جمع مجموعة من القيم السلبية ( جميعها سلبية ) قم بجمع كل القيم معاً جمعاً اعتيادياً ثم ضع على يمينها إشارة السلب (-) .

معاد : اجمع - ٥ - ٩ - ١٤

$$\begin{array}{r} 5 - \\ 9 - \\ 14 - \\ \hline 28 - \end{array}$$

أما إذا كانت إشارات بعض القيم موجبة ، وبعضها الآخر سالبة فلدينا حالتين:

الحالة الاولى : إذا كنا نقوم بجمع قيمتين فقط أحدهما موجبة والأخرى سالبة فنقوم بطرح القيمة الصغرى من القيمة الكبرى ونضع إلى يمين النتيجة إشارة القيمة الكبرى .

أمثلة :

١٦ + ٩ -	٥ + ١٤ -
تجمع كالآتى :	تجمع كالآتى :
٩ -	١٤ -
١٦ +	٥ +
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
٧ +	٩ -

الحالة الثانية : إذا كنا نقوم بجمع سلسلة من القيم وليس قيمتين فقط فنقوم فى هذه الحالة بجمع القيم الموجبة على حدة ، والقيم السالبة على حدة ، لنحصل من هذه الخطوة على قيمتين فقط أحدهما موجبة والأخرى سالبة ثم نطبق القاعدة التى استخدمناها فى الحالة الأولى .

أمثلة :

٤ +	١١ +	٥ -
٦ +	٣ -	٣ +
٢ -	٦ -	٤ -
٣ +	١٩ +	٦ -
٥ -	٧ +	٧ +
<hr/>	<hr/>	<hr/>
١٣ +	٣٧ +	١٥ -
٧ -	٩ -	١٠ +
<hr/>	<hr/>	<hr/>
٦ +	٢٨ +	٥ -

٢- الطرح : لطرح قيمة سالبة من قيمة ما غير إشارتها ثم قم بعملية جمع ،  
مثال ذلك الآتي :

٦.٤٢ -	٢٤ -	١٥
(١٤.٢١-) -	(١٦-) -	(٨-) -
<hr/>	<hr/>	<hr/>
٧.٧٩ +	٨ -	٢٣

٣- الضرب : عند ضرب قيمتين معا ، لهما نفس الإشارة فالنتيجة دائما  
موجبة .

٦.٣	٦.٣	٥ -	٥
٢.٤ -	٢.٤	(٤ -) ×	٤ ×
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
١٥.١٢	١٥.١٢	٢٠	٢٠

أما إذا كانت إشارة أحد القيمتين موجبة وإشارة الأخرى سالبة فتكون  
النتيجة سالبة .



### أمثلة :

$$\begin{array}{r}
 3,6 \\
 (,4-) \times \\
 \hline
 1,44-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2,4- \\
 2,1 \times \\
 \hline
 0,04-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 9- \\
 4 \times \\
 \hline
 36-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 (3-) \times \\
 \hline
 18-
 \end{array}$$

٤- القسمة : القاعدة العامة للقسمة هي نفس قاعدة الضرب ، فعند قسمة قيمة موجبة على قيمة أخرى موجبة ، أو عند قسمة قيمة سالبة على قيمة أخرى سالبة تكون النتيجة موجبة : أى أنه عندما تكون للقيمتين نفس الإشارة تكون النتيجة موجبة ، أما إذا اختلفت الإشارة فتكون النتيجة سالبة .

### أمثلة :

$$\begin{array}{r}
 24- \\
 3 \\
 \hline
 8-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20- \\
 5- \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 18- \\
 3- \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 4- \\
 \hline
 4-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 16- \\
 4 \\
 \hline
 4-
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24 \\
 3- \\
 \hline
 8-
 \end{array}$$

### ٥- استخدام الصفر :

لا توجد مشكلة فى استخدام الصفر فى عمليات الجمع أو الطرح فإضافة صفر إلى قيمة معينة لا يغير منها ، وطرح صفر من قيمة معينة لا يغير منها أيضا ، كالآتى :

### أمثلة :

$$\begin{array}{r}
 1,0 \\
 - \text{ صفر} \\
 \hline
 1,0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 22,4 \\
 + \text{ صفر} \\
 \hline
 22,4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 - \text{ صفر} \\
 \hline
 10
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24 \\
 + \text{ صفر} \\
 \hline
 24
 \end{array}$$

أما فى الضرب ، فإن ضرب أية قيمة فى صفر يجعل ناتج الضرب صفر .

## أمثلة :

$$٥٢ \times \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$١.٢٢$$

$$\text{صفر}$$

$$١٥$$

$$\frac{\text{صفر} \times}{\text{صفر}}$$

$$\frac{٤ \times}{\text{صفر}}$$

$$\frac{\text{صفر} \times}{\text{صفر}}$$

وعند ضرب أى مجموعة من القيم معا وكان بينها صفر ، فإن النتيجة النهائية تصبح صفراً .

## مثال :

$$(١.٢٢) (١٤.٠) (\text{صفر}) (٢٢.٤) (١٧) = \text{صفر}$$

وعند القسمة نجد لدينا حالتين : الأولى قسمة الصفر على أى رقم ، وفيها تكون النتيجة دائماً صفر .

## مثال :

$$\frac{\text{صفر}}{٦٥} = \text{صفر}$$

$$\frac{\text{صفر}}{٢.٤} = \text{صفر}$$

$$\frac{\text{صفر}}{٧} = \text{صفر}$$

الحالة الثانية عندما نحاول قسمة أى رقم على صفر ، وهذه حالة لا تجوز حيث النتيجة لا متناهية ولا يعبر عنها رقمياً .

## مثال :

$$\infty = \frac{١٦}{\text{صفر}}$$

$$\infty = \frac{٢.٤}{\text{صفر}}$$

$$\infty = \frac{٥}{\text{صفر}}$$

## هـ - الأسس (١) :

استخدام الأسس محدود فى الإحصاء بصفة عامة ، ولكنه يمكن أن يكون مفيداً فى بعض الأحيان ، وعلى هذا فمن الضروري التعرف على الأسس ومعناها . فإذا وجدنا الرقم ٢٢ فمعنى هذا أن الرقم ٢ (الأسفل) مرفوع إلى القوة الثانية أى

أن قيمته هي حاصل ضرب الرقم ٢ (الأسفل) في نفسة أى أن  $٢ = ٢ \times ٢ = ٤$  وبالمثل  $٣$  تعنى أن الرقم ٢ مرفوع للقوة الثالثة أى أنه حاصل ضرب  $٨ = ٢ \times ٢ \times ٢$  ويطلق على القيمة أو الرقم المرفوع إلى الأس ٢ اسم مربع والمرفوع إلى الأس أو القوة الثالثة اسم مكعب أو تكعيبى إذن فائتبن تربيع أى  $٢ = ٢ \times ٢ = ٤$  ، اثنين تكعيب أى  $٢ = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$  .

وتستخدم الرموز الجبرية أيضا بنفس المعانى مثلا  $س \times س = س$  ،  $س \div س = ١$  هي س مضروبة فى نفسها عدد من المرات قدره ل مرة . وهكذا .

### ١- فك الأقواس :

نحتاج أحيانا لتبسيط عدد من المعادلات أو القيم أو الصيغ الرقمية والجبرية المحاطة بأقواس عند إجراء عمليات حسابية أو القيام بحسابات إحصائية . وعلينا فى هذه الحالة أن نجري العمليات المطلوبة داخل الأقواس أولا حتى نتمكن من فكها بعد ذلك .

#### مثال :

$$[ ( ٥ - ٦ ) + ( ٩ + ٢ ) ] - [ ٥ ( ٤ + ١٠ ) ]$$

نبدأ أولا بإجراء العمليات داخل الأقواس الصغرى كالآتى :

$$[ ( ٣٠ - ) + ( ١١ ) ] - [ ٥ ( ١٤ ) ]$$

قمنا فى الخطوة السابقة بحساب القيمة داخل أول قوسين صغيرين ، فجمعنا  $٤ + ١٠$  ، ثم جمعنا ثانيا  $٩ + ٢$  ، ثم ضربنا ثالثا  $٥ - ٦$  . نقوم بعد ذلك بإجراء العمليات داخل الأقواس المربعة فتحصل على الآتى :

$$٨٩ = ( ١٩ - ) - ( ٧٠ )$$

قمنا فى الخطوة السابقة بإجراء العمليات الآتية : وهى ضرب  $١٤ \times ٥$  داخل القوس الأول وكانت نتيجتها ( ٧٠ ) ثم إجراء العملية التالية بالجمع داخل القوس الثانى وهى  $١١ + ( ٣٠ - )$  وكانت نتيجها  $١٩ -$  ثم قمنا بالخطوة الأخيرة وهى :

$$٨٩ = ( ١٩ - ) - ( ٧٠ )$$

## د النسبة (١١) والنسبة المئوية (١٢)

النسبة مصطلح إحصائي يعنى جزء من كل فإذا قمنا بتقسيم كعكة إلى خمس قطع فإن كل قطعة منها تمثل نسبة من الحجم الكلى للكعكة قدرها  $\frac{1}{5}$  أو ٢ وإذا افترضنا أيضا على سبيل المثال أننا أنفقنا ٤ قرش في بعض المشتريات . وأنفقنا منها ٤ قرشا في شراء أقلام . ١ قرش في شراء كراسات ١٥ قرش في شراء كتب . ٧ قرش في شراء صور . ٤ قرش في شراء مسطرة فإن نسبة ما أنفقناه على كل بند من هذه البنود هو ما يوضحه العمود الرابع من الجدول الآتى ( ١ ٣ )

جدول رقم (١:٣)  
النسب والنسبة المئوية

البند	القيمة	قيمتة كجزء من مجموع	نسبته	نسبته / المئوية
أقلام	٤	$\frac{4.}{4}$	١	١
كراسات	١	$\frac{1.}{4}$	٢٥	٢٥
كتب	١٥	$\frac{15}{4}$	٣٧٥	٣٧ ٥
صور	٧	$\frac{7}{4}$	١٧٥	١٧ ٥
مسطرة	٤٠	$\frac{40}{4}$	١	١
ج	٤		١	١

معنى هذا أن مجموع النسب أو مجموع الأجزاء يساوى دائما ١٠٠ . وعندما نرغب فى تحويل هذه النسب إلى نسب مئوية فنقوم بضرب كل نسبة فى ١٠٠ وبالتالي يكون مجموع النسب المئوية لأى قيمة هو ١٠٠٠٠ . بينما مجموع الأجزاء ١٠٠ .

وعلينا أن نلاحظ أن تحويل أجزاء قيمة ما من نسب إلى نسب مئوية لا يكون مناسباً إذا كانت هذه القيمة صغيرة ، ذلك أن هذا التحويل يترتب عليه أن القيم الصغيرة يضخمها التحويل إلى نسب مئوية بشكل مضلل ، فإذا كانت لدينا قيمة قدرها ٢ فقط وكان ٢ . من هذه القيمة تمثل شئ ما فإن تحويل هذه ال ٢ . إلى نسبة مئوية يجعلها ٢٠ ٪ وإضافة ١ إليها يحولها إلى ٣٠ ٪ وهو فرق يبدو كبيراً ويوحى بكميات كبيرة ، وعادة ما يوصى باقتصار تحويل المقادير الكبيرة أو القيم الكبيرة التى تفوق ١٠٠ إلى نسب مئوية ، على أن تستخدم النسب فقط فى حالة القيم التى تقل عن ١٠٠ ، ومن الأمانة العلمية الواجبة على الباحث أن يقدم للقارئ النتائج المحسوبة فى شكل نسب مئوية فى البحوث على أنها نسب مئوية . أى أن عليه أن يذكر فى تقريره ما إذا كانت نتائجه مجرد نسب ، أم نسب مئوية . ويمكننا أن نلاحظ أن تقريراً يتضمن مثلاً زيادة فى درجة الأصالة طبقاً لاختبار معين بلغت لدى عينه من الأفراد نسبة مئوية قدرها ٥٠ ٪ بينما لم تبلغ الزيادة فى الذكاء أكثر من ١٥ ٪ يمكن أن يكون مضللاً إذا وضعنا فى اعتبارنا أن متوسط درجة الأصالة كان ٤ درجات ، بينما متوسط الذكاء لدى هذه المجموعة كان ١٠٠ . وأن الزيادة فى الأصالة كانت درجتين بينما كانت فى الذكاء ١٥ درجة ، واستخدام النسب المئوية هنا رغم أنه سليم حسابياً إلا أنه يمكن أن يوحى بحقائق مختلفة عن الواقع الفعلى .

### ج - تقريب الأرقام العشرية :

تتبع الإجراءات التالية عند تقريب الأرقام العشرية إلى أقرب رقم صحيح أو إلى أقرب رقم عشري :

١ - التقريب لأقرب رقم صحيح :

$$٦ = ٦,١$$

$$٤ = ٣,٩$$

$$٨,٢ = ٨,١٦$$

$$,١ = ,٩$$

٢ - التقريب لأقرب رقم مئوى :

$$١٠.١٧ = ١٠.١٦٦$$

$$,٨٧ = ,٨٧٣$$

$$٢,١ = ٢,٠٨٧$$

القاعدة العامة فى المثالين السابقين هى أنه إذا كان الرقم العشرى الأخير أقل من ٥ فيلقى ، أما إذا كان الرقم العشرى الأخير أكبر من ٥ فيرفع الرقم العشرى السابق له برقم إضافى ( أى ال ٦ تصبح ٧ وال ٣ تصبح ٤ ) ، إذا كان الرقم العشرى الأخير ٥ فالقاعدة العامة هى انه إذا كان الرقم السابق عليه فردى فيضاف له (١) وتحذف ال (٥) أما إذا كان الرقم السابق عليه زوجى فتحذف ال (٥) ولا يضاف شىء - وتوضح الأمثلة التالية هذه القاعدة (السيد ، ١٩٧٩ ، ص ٣٠) .

$$٨.٢٤ = ٨.٢٤٥ \text{ حذفت ال } ٥ \text{ بدون زيادة فى الرقم الزوجى السابق}$$

$$٩.٦٤ = ٩.٦٣٥ \text{ حذفت ال } ٥ \text{ وأضيفت ال } ١ \text{ للرقم السابق}$$

$$٨.٠ = ٨.٠٥$$

$$٩.٢ = ٩.١٥$$

$$٨.٤ = ٨.٤٥$$

$$٨.٤ = ٨.٣٥$$

ويلاحظ في كثير من الأحيان أثناء إجراء حسابات إحصائية ، إمكان إجراء تقريب للأرقام بعد كل خطوة وأخرى ، غير أن هذا العمل يبدو متكررا ومستهلكا للوقت ، كما أنه لا يوفر ميزة معينة ، بل قد يؤثر في صحة النتائج ، والأفضل في هذه الحالة ، إذا كان المطلوب التعبير عن النتيجة النهائية في صورة قيم ذات رقمين عشريين ، أن تقوم بكل العمليات الوسيطة بثلاث أرقام عشرية ، ثم تقوم بعملية التقريب لرقمين عشريين في الخطوة الأخيرة من الحل . غير أنه يتبقى في النهاية تساؤل حول العدد المناسب من الأرقام ذات المعنى أو الدلالة التي يجب أن نعبر بها عن حلولنا .

#### ٥ - العدد الدال من الأرقام في النتيجة :

يعتقد البعض أن الحصول على نتائج لعملياتهم الإحصائية تتكون من قيم ذات أربعة أو خمسة أرقام يوفر احساساً بالدقة والصحة في هذه النتائج ، غير أن هذه الفكرة غير سليمة ، فالعدد الكبير من الأرقام لا يمثل ميزة معينة ، والقاعدة العامة هي أن تتضمن نتائجنا عدداً من الأرقام أكبر برقم واحد من الأرقام الأصلية التي بدأنا بها حساباتنا ، فإذا كنا قد بدأنا مثلاً في حساب متوسطات وانحرافات معيارية لاختبارها ، وكانت الدرجات على هذا الاختبار مكونة من أحاد فقط مثل: ٧ ، ٤ ، ٢ ، ٣ ، ٩ ، ٥ فمن الأفضل أن لا تزيد الأرقام في النتيجة عن رقمين فقط مثل ٧.٤ ، ٦.٥ وعندما تكون الدرجات الأصلية أو الخام مكونة من أحاد وعشرات مثل : ١٧ ، ١٢ ، ١٥ ، ١١ ، ٤٣ ، ... الخ فيفضل أن تكون النتيجة قيمة من ثلاث أرقام أى ٢٢.٩ أو ٣٤.١ وهكذا . ويجب ملاحظة أن القيمة تكون دالة وذات معنى لا بعدد الأرقام الصحيحة فيها ولكن بعدد الأرقام الصحيحة والعشرية معا . وبين المثال التالي عدد الأرقام الدالة في القيم الآتية :

٤٩	رقمين
٢٥٣	ثلاثة أرقام
٢٧.٤	ثلاثة أرقام
٦.٣	أربعة أرقام
٥٣٦٣.٤٦	ستة أرقام

٢٥ - ر رقمين ( الصفرين في هذه القيمة غير مؤثرين في الدلالة )

## ١ - بعض العمليات الحسابية الضرورية :

يحتاج ممارس الإحصاء في أغلب الأحوال لإجراء عدد من العمليات الحسابية في القيم التي تتناولها مشكلاته المختلفة ويؤدي التوقف لإجراء مثل هذه العمليات الحسابية إلى إنفاق مزيد من الوقت والجهد ، والتعرض لأخطاء بسيطة يمكن أن تؤثر في النتائج ، ومن أهم هذه العمليات الحسابية عمليات تربيع الأعداد أو استخلاص جذورها التربيعية أو حساب نسبة من القيمة أو حساب نسبة معينة من جذور القيمة ، وتيسيرا للباحث والدراس فقد أضفنا الملحق (١) في نهاية الكتاب والذي يوفر مرونة في الحصول على نتائج هذه العمليات في حدود الأعداد من ١ إلى ١٠٠٠ على الوجه الآتي:

١ - **تربيع الأرقام :** قد نحتاج في بعض العمليات الحصول على مربعات الأرقام وذلك عندما نقوم بحل المعادلات فقيمة مثل  $٩^2$  أو  $٣^2$  تتطلب بعد تحديد قيمة ص بالتعويض عنها في المعادلة أن نحسب مربع هذه القيمة ، ومربع الرقم هو حاصل ضربة في نفسه فمربع  $٤ = ١٦$  ( أي  $٤ \times ٤$  ) ومربع  $١٢$  هو  $١٤٤$  ( أي  $١٢ \times ١٢$  ) غير أن المشكلة تظهر في الأرقام الكبيرة التي لا نستطيع حساب مربعاتها تلقائيا مثل  $٢٤١$  ،  $٥١٦$  الخ ... ولهذا فالعمود الثاني في جدول الأعداد ومربعاتها .. الخ بالملحق (١) يبين أمام كل عدد من ١ إلى ١٠٠٠ مربع هذا كل عدد .

٢ - **جذور الأعداد :** وبالمثل كما نحتاج لمربعات الأعداد نحتاج لجذورها التربيعية أثناء إجراء عملياتنا الحسابية ، فمثلا قد نحصل على تباين مجموعة من القيم ولأن الانحراف المعياري هو جذر التباين فلا بد من استخراج جذر هذه القيمة فإذا كانت  $٢١١$  مثلا فإن جذرها التربيعي هو  $١٤٥٢٥٨$  وهذه القيمة هي الانحراف المعياري ويبين العمود الثالث من أعمدة الجدول بالملحق (١) الجذور التربيعية للأعداد من ١ إلى ١٠٠٠ .

٣ - **حساب النسب :** يمثل حساب النسب ، وكذلك اختصار الكسور الاعتيادية عملية روتينية في الحسابات الإحصائية المختلفة فإذا كان لدينا قيمة



مثل  $\frac{4}{221}$  مثلاً وأردنا استخراج هذه القيمة فستقوم فى العادة بإجراء عملية قسمة الـ 4 على الـ 221 وهى عملية مرهقة ومطولة ، وسيكون أسهل منها بكثير أن نعرف قيمة الجزء الواحد من الـ 221 أى  $\frac{1}{221}$  ، فإذا عرفنا قيمة هذا الجزء فسيسهل ضربه مباشرة فى 4 وهى عملية أبسط بكثير من عملية قسمة 4 على 221 ويمثل العمود الرابع فى الملحق (1) قيمة الجزء الواحد للأعداد من 1 إلى 100 وأمام العدد 221 فى العمود الأول من هذا الجدول ، مثلاً نجد فى العمود الرابع فى الصف نفسه القيمة 0.004525 ، فنضربها على الفور فى 4 لتكون النتيجة  $0.018100 = 4 \times 0.004525$

4 - حساب نسبة من جذر تربيعى لقيمة : نجد فى العمود الأخير من الجدول (1) قيمة الجزء من الجذر التربيعى لعدد ما ويختلف هذا العمود عن العمود السابق فى أنه يعطينا قيمة الجزء لا من العدد أو القيمة ولكن من جذره كالاتى :

$$\frac{1}{2} = \text{العمود الرابع فى الجدول} = 0.50000$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \text{العمود الأخير فى الجدول} = 0.7071$$

أى أن العمود الرابع يمثل الجزء من القيمة أو  $\frac{1}{n}$  بينما يمثل العمود الأخير الجزء من جذر القيمة  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  وذلك للأعداد من 1 إلى 1000 أيضاً .



## الفصل الرابع

### ترتيب وعرض البيانات

مهما كانت طبيعة البيانات المطلوب تحليلها إحصائيا ، فإننا لا نجد عادة في صورة متناسقة أو معدة بشكل نموذجي منظم ، كما لا نجد متاحة في مصادرها الأولى دائما ويصبح المطلب الأول هو أن نقوم بتنظيم هذه البيانات بصورة ما . (Brookes & Dick, 1969, P. 6)

وحتى إذا كانت البيانات متاحة ويمكن الوصول إليها ، فقد توجد بصورة غير مناسبة ، أو قد يتمين استخلاصها بواسطة فرزها من خلال الوثائق القديمة وبصفة عامة تنقسم البيانات من حيث مصدرها إلى نوعين :

**بيانات أولية<sup>(١)</sup>** : وهي البيانات التي يتم جمعها من مصدرها الأصلي كأن نقوم بعد جميع الأفراد المتقدمين للالتحاق بوظيفة معينة ، في كل يوم من أيام الفترة المعلن عنها للتقدم ، أو نقوم باختبار ذكاء مجموعة من الأفراد ، فنحصل على قائمة بدرجات ذكاء هؤلاء الأفراد . لأننا حصلنا على البيانات في المثاليين السابقين من مصادرها فإن بياناتنا تعد أولية .

**بيانات ثانوية<sup>(٢)</sup>** : وهي البيانات التي لا يتم جمعها من مصادرها الأصلية مباشرة بل نحصل عليها من مصدر تال . كأن نعود إلى سجلات المواليد لنحصل على بيانات المواليد خلال فترة معينة وفي مدن أو مناطق معينة ، أو بيانات امتحان دراسي لنحصل على قائمة بدرجات الطلاب في هذا الامتحان .

وسواء كانت البيانات أولية أو ثانوية ، فمن المؤكد أنها ستحتاج إلى ترتيبها وعرضها بصورة أو بأخرى قبل دراستها وتفسيرها (Yeomans, 1976, P. 33) .

وعادة لا تقتصر على عملية الترتيب والتصنيف هذه ، والتي تسمى توزيعاً تكرارياً يلخص البيانات ، ويوضح معالمها ، وما قد يوجد بينها من سمات وخصائص أو علاقات ، فتتقدم من التوزيعات التكرارية ، لوضع الرسوم البيانية المختلفة بهدف جعل بياناتنا قابلة للتفسير والاقتناع (Downie & Heath, 1974, P.18) .

ورغم أننا نتعامل مع بيانات كمية من مجالات مختلفة مثل عدد أفراد الأسرة ، أو أسعار منتجات معينة ، أو دخول الأفراد ، أو درجات عينة من الطلاب في اختبار للشخصية ، إلا أن كل هذه القيم تختلف في طبيعتها ، ولهذا الاختلاف أهميته في طريقة معالجتها لها وفي طبيعة الفروض النظرية التي تقف خلفها ، ويمكننا تصنيف القيم العددية المختلفة في فئتين محددين .

**القيم المتصلة<sup>(١)</sup> :** يمكننا تمثيل القيم المتصلة بنقط متتابعة لاحصر لها على خط واحد . فبين كل قيمة والتي تليها عدد لا حصر له من القيم المتلاصقة بحيث لا ينقطع تتابعها مطلقاً ، وبحيث يمكننا الحصول من هذا المتصل على أية قيمة مهما كان حجمها ، ومن أمثلة المتغيرات المتصلة الأطوال والأوزان . والقيم التي نخرج بها من قياس متغيرات متصلة تعنى أن أية درجة في اختبار أو مقياس للطول مثلاً يمكن النظر إليها على أنها مسافة بين نقطتين ، وهذه النظرة هي التي نعالج بها الدرجات على المقاييس النفسية ، فدرجة قدرها ٢٠ في اختبار للتوافق النفسي يمكن اعتبارها مسافة على هذا الاختبار حدداً الأدنى ١٩.٥ وحدداً الأقصى ٢٠.٥ . وأن التعبير عنها بالدرجة ٢٠ بدلاً من الامتداد من ١٩.٥ إلى ٢٠.٥ ما هو إلا استخدام اصطلاحى للنقطة الوسطى في هذه المسافة والتي تساوى ٢٠ ، ورغم أنه لا يوجد في حقيقة الأمر أفراد يحصلون في اختبار للتوافق أو أي اختبار نفسى آخر على درجات تتضمن كسوراً عشرية ممتدة على مسافة معينة بين درجتين ، إلا أنه لا يوجد ما يمنع نظرياً من حدوث ذلك .

**القيم المتقطعة<sup>(٢)</sup> :** بينما نجد قيماً متصلة في الفيزياء أو علم النفس ، يمكننا أن نجد قيماً متقطعة في نظم علمية أخرى كالبيولوجيا أو علم الاجتماع .

فالقيم المتقطعة عبارة عن قيم منفصلة لا يتصور وجود مسافات بين كل قيمة منها والأخرى . أو فروق عشرية محدودة بينها مثال ذلك إذا فتحنا قرن من الهزلاء . فسنجد فيه عدد من الحبات ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ حبات ، إلا أننا لا نستطيع أن نتوقع أو نفترض نظرياً إمكان وجود عدد من الحبات يقع بين ٢ و ٣ حبات ، وبالمثل عندما نحصل على معلومة عن عدد الأطفال في أسرة معينة ، فيمكننا أن نجد أن عدد الأطفال ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ ، ولا نتوقع أن نجد عدد من الأطفال بين ٤ و ٥ ، معنى هذا أن القيم المتقطعة عبارة عن قيم منفصلة كل قيمة تقف بذاتها وليست ملتصقة بقيم مجاورة على متصل واحد ( Iversen, 1972, P.4 ) .

وعلينا أن نلاحظ أننا نغير ، في القياس الواقعي للمتغيرات ، عن القيم المتصلة كما لو كانت منفصلة ، إذ أننا نحصل على قياس للسمات والخصائص النفسية المختلفة لأقرب رقم صحيح ، وهو نفس الأمر الذي نتبعه حتى عند قياس الأطوال ، فعند نمو طفل معين ، يتزايد طوله ماراً بالمسافة من ١٣٠ سم إلى ١٣١ سم عبر المسافة ١٣٠.٠١ ، ١٣٠.٠٢ ، ١٣٠.٠٣ ، ١٣٠.٠٤ ، ١٣٠.٠٥ ، ١٣٠.٠٦ ، الخ . ولكننا نحصل على قياسات مقربة إلى أقرب ستمتر متجاوزين هذه الفروق الضئيلة المتصلة ( خيرى ، ١٩٦٣ ، ص ٣٨ ، Brookes & Diek, 1969.P 7 ) .

### التوزيع التكرارى (١١) :

يهدف التوزيع التكرارى لأية مجموعة من البيانات إلى تنظيمها وتبسيطها بصورة تسمح باجراء معالجات تالية لها ، أو بصورة تجعلها قابلة للفهم والاستيعاب ولنفترض أننا اختبرنا ٤٠ طالباً باختيار للشخصية ، وقمنا بتصحيح إجاباتهم وحصلنا على الدرجات الآتية لهم ، والتي يوضحها جدول رقم ( ١ : ٤ ) .

**جدول رقم (٤:١)**  
**درجات أربعون طالباً في اختبار للشخصية**

٦٠	٦٢	٢٩	٥٤	٣٧	٦٢	٧٨	٥٦
٤٢	٥٤	٤٤	٦٢	٧٢	٣٨	<u>٨٢</u>	<u>٢٨</u>
٥٦	٤٢	٤٧	٦٨	٦٥	٥٧	٥٥	٤٢
٤٨	٤٨	٥٢	٤٢	٦٦	٥٥	٥٦	٥٦
٦٨	٥٣	٤٨	٤٧	٥٢	٥٠	٤١	٤٧

وحتى يمكننا تحويل هذا الجدول الأصلي الذي يتضمن بيانات غير مرتبة أو غير مبررة إلى جدول تكرارى ، فاننا نتبع فى ذلك عدد من الخطوات المتتالية على الوجه التالى :

١ - تحديد مدى <sup>(١)</sup> الدرجات ، ويقصد بالمدى الحد الأقصى والحد الأدنى الذى تتراوح بينه هذه الدرجات أو القيم . ويحدد المدى على الوجه الآتى . نفحص قيم الجدول للتعرف على أكبر قيمة وسنجد أنها ٨٢\* ( وقد وضعنا خطأ أسفلها فى الجدول رقم (١) ) ونعود للفحص مرة أخرى للتعرف على أصغر قيمة ، وسنجد أنها ٢٨ ( وقد وضعنا خطأ أسفلها فى الجدول رقم (١) ) ويحدد «المدى» الذى تتراوح بينه الأرقام بالمعادلة الآتية :

$$\text{المدى} = (\text{سبى} - \text{سبى}) + ١ \quad \dots (٤:١)$$

حيث تشير بالرمز  $\text{سبى}$  للقيمة المفردة بين أى مجموعة من القيم ، ويعنى الرمز  $\text{سبى}$  قيمة ما من قيم الجدول ويعنى تذييلها بحرف ق أنها القيمة القصوى أى أنها أكبر قيمة بين قيم الجدول أى ٨٢ وبالمثل يشير الرمز  $\text{سبى}$  إلى قيمة أخرى فى الجدول ويعنى تذييلها بحرف د أنها القيمة الدنيا أو أصغر قيمة . وبذلك يكون

Range (١)

(\*) لاحظ أنه قد تتكرر القيمة الكبرى أو الصغرى ولكن هنا لا يؤثر فى اعتبارها الحد الأقصى أو الأدنى .

المدى بتعبيرات لفظية عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة مضافا إليه ١  
وتطبيق هذه القاعدة يكون مدى الدرجات كالآتى :

$$\text{المدى} = ( \text{س ب} - \text{س ج} ) + ١ = ١ + ( ٢٨ - ٨٢ ) = ٥٥$$

٢ - تحديد طول الفئة (١) : يقصد بالفئات عدد من الوحدات أو المسافات (مدى قصير) يقسم إليه المدى الذى قمنا بتحديدده فى الخطوة السابقة . من ذلك أن مدى الدرجات الذى خرجنا به فى مثالنا والذى يبلغ ٥٥ يمكن تقسيمه إلى ١١ فئة أو أكثر أو أقل . فإذا قسمناه لهذا العدد من الفئات (١١ فئة) فيكون طول كل فئة ٥ درجات . كما يمكن تقسيم نفس المدى إلى عدد أكبر كأن نجعل طول الفئة ٣ درجات فقط والأمر يخضع لاختيارنا ، ولكن عادة مايقسم مدى الدرجات فى أى توزيع إلى عدد من الفئات يتراوح بين ١٠ فئات إلى ٢٠ فئة . وتقسيم مدى أية مجموعة من القيم لأقل من عشرة فئات يؤدى إلى توزيع يتميز بالخشونة وعدم إمكانية تعبيره بصورة مناسبة عن مجموعة القيم ، كما أن تقسيم المدى إلى عدد من الفئات يزيد عن ٢٠ فئة يؤدى إلى كمية عمل كبيرة لا تتضمن ميزة حقيقة ، ويرتب بالطبع على تحديد طول الفئة عدد الفئات التى سيقسم إليها هذا المدى .. ورغم أن أصغر قيمة فى توزيعنا كانت ٢٨ إلا أننا نستطيع أن نبدأ الفئة الأولى من قيمة أقل من ٢٧ مثلا أو من ٢٥ . وحسن تحديد نقطة البداية الأولى يساعد على تبسيط ويسر بدايات الفئات التالية وحدودها .

فإذا كنا نرغب فى توزيع درجات هؤلاء الطلاب فى عدد من الفئات يقترب من ٢٠ فئة ، فنستطيع أن نبدأ الفئة الأولى من ٢٧ لنتنتهى فى ٢٩ فيكون طولها ٣ (حيث تتضمن أى درجات تقع بين ٢٧ ، ٢٩ أى الدرجات ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ) وتكون الفئة التالية من ٣٠ - ٣٢ بنفس الطول (حيث تتضمن الدرجات ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ) وهكذا لنتنتهى بفئة تبدأ من ٨١ وتنتهى به ٨٣ . غير أننا نستطيع أن نجعل طول الفئة أكبر وبالتالي يقل عدد الفئات ويقترب من ١٠ فئات فقط وهو الحل الأفضل ، ويمكننا بهذا أن نجعل طول الفئة ٥ فى هذه الحالة كى تبدأ

الفئة الأولى من ٢٥ لتنتهى فى ٢٩ ( حيث تتضمن الدرجات الخمس ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ) وتبدأ الفئة الثانية من ٣٠ وتنتهى : ٣٤ ( حيث تتضمن الدرجات الخمس ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ) .

ومن حسن السياسة - كما سبق أن ذكرنا - أن نقسم المدى إلى عدد من الفئات بين ١٠ ، ٢٠ فئة وأن تكون أدنى فئة متضمنة لأقل قيمة ، أو تبدأ من قيمة أقل من القيمة الدنيا ، وأن تنتهى الفئات بما يتجاوز أقصى قيمة فى المجموعة . من ذلك أنه رغم أن أدنى قيمة فى الجدول رقم (١) هى ٢٨ إلا أن الفئة الأولى يمكن أن تبدأ من ٢٧ ، مع أنه لا توجد فعلا القيمة ٢٧ ، وبالمثل تنتهى بفئة من ٨١ - ٨٣ أو من ٨٠ - ٨٤ رغم أنه لا توجد لدينا قيم تزيد عن ٨٢ ويلاحظ أن مهارة تحديد الطول المناسب للفئة وعدد الفئات يمكن اكتسابه من خلال الممارسة ، بالإضافة إلى هذا فمن الأفضل أن يكون طول الفئة عدداً فرديا حتى يسهل تحديد مركز ومتنصف الفئة ، فمركز أو منتصف فئة تبدأ بـ ٤٥ وتنتهى بـ ٤٧ ( طولها ٣ ) هو ٤٦ . ومركز فئة تبدأ بـ ٥٠ وتنتهى بـ ٥٤ ( طولها ٥ ) هو ٥٢ . وهكذا\* . بالإضافة إلى هذا فإن أحد النقاط الهامة هنا ليست فقط فى أن تبدأ أدنى فئة برقم أقل من أى قيمة فى الجدول ، بل أن نحدد بداية الفئة بصورة تيسر العمل . ومن خلال الممارسة يمكننا أيضا أن نلاحظ أنه من الأفضل أن تكون بداية الفئة قيمة تمثل حاصل لضرب طول الفئة فى رقم ما ، ففى مثالنا السابق ، إذا افترضنا أن طول الفئة ٤ ، وورغبنا فى أن تبدأ فئتنا بقيمة تقل عن ٢٤ . فإن البداية تكون ٢٤ لأول فئة (حيث ٢٤ حاصل لضرب ٤ × ٦ ) أما إذا اخترنا طول الفئة ليكون ٥ وورغبنا فى أن تبدأ أولى فئتنا بقيمة تقل عن ٢٨ أيضا ، فإن ٢٥ بدايه مناسبة ( حيث ٢٥ حاصل ضرب ٥ × ٥ ) .

٣ - تحديد تكرارات كل فئة : بعد أن قمنا بتحديد طول الفئة بادئين بفئة يقل حدها الأدنى عن أصغر قيمه ، ومتنهيين بفئة يزيد حدها الأقصى عن أكبر قيمة

(\*) لاحظ فى ضوء ما ذكرناه عن القيم المتصلة والمتقطعة أن الفئة التى تبدأ مثلا بـ ٢٧ وتنتهى بـ ٢٩ إذا تضم القيم من ٢٦.٥ إلى ٢٩.٥ ولأن طول الفئة ٣ ونصف الفئة ١.٥ + ٢٦.٥ ( أى البداية الحقيقية للفئة ) يجعل منتصف الفئة أو مركزها ٢٨ وهو نفسه ما نجد عادة فى هذه الأحوال .



نضع هذه الفئات فى جدول جديد ، بادئين بأصغر فئة فى أعلاه والأكبر منها أسفلها ، وهو ما يبينه العمود الأول والذي نرمز له بالرمز (ف) أى الفئات فى الجدولين الآتيين أرقام ( ٤:٢ ) ، ( ٤:٣ ) .

وتكون الخطوة الثانية هى أن نقص جدول القيم الأصلى (جدول رقم ١) بنظام « فنجد أن القيمة الأولى أو درجة أول طالب هى ٥٦ فنضع علامة مائلة (/) أمام الفئة التى تقع الدرجة ٥٦ فى حدودها ، وهى الفئة العاشرة ( من أعلى فى جدول ٣ وهو الجدول الذى يمثل توزيعنا للمدى فى فئات طولها ٣ درجات ) . وسنجد أن ٥٦ تقع فى الفئة ٧ ( من أعلى فى جدول ٣ وهو الجدول الذى يمثل توزيعنا للمدى فى فئات طول كل منها ٥ درجات )\* . ثم تنتقل إلى القيمة الثانية فى جدول رقم (١) وهى ٧٨ ونضع علامة مائلة / أمام الفئة التى تقع هذه الدرجة بين حدودها . وهكذا فى بقية قيم جدول رقم (١) ، وعلينا أن نلاحظ أنه كلما تجمعت ٤ علامات مائلة وكانت هناك علامة خامسة فعلينا أن لا نضعها بنفس الشكل ولكننا نستخدم العلامة الخامسة فى «تخزيم» العلامات الأربع السابقة ، بأن نضعها فوقهم معكوسة +++++ بحيث تمثل كل حزمة ٥ تكرارات وهو ما يسهل عملية جمع تكرارات كل فئة فى نهاية العمل . والآن ، ماذا يعنى توزيع درجات الجدول الأول فى فئات على شكل تكرارات ؟ أنه يعنى أننا قمنا بتصنيف وتلخيص مجموعة القيم أو الدرجات التى بدأنا بها ، فنحن نتعامل الآن مع عدد محدود من الفئات ، وشبهة هذا الأمر دخولى إلى مبنى منظمة دولية مثل الأمم المتحدة حيث أجد مئات من الموظفين من جنسيات مختلفة وعندما أسأل سكرتير عام الأمم المتحدة عن جنسيات الموظفين فلن تكون إجابته : جون أمريكى وأحمد مصرى ، ورو عبيد جزائرى ، ومتروف روسى ، . . . ، ويستمر فى ذكرهم جميعا واحدا بعد الآخر ولكن إجابته ستكون أنهم ٦٠ أمريكى ، ٤٠ روسى ، ٧ مصريين ، و٣ جزائريين ، ٢٠ فرنسيين ، وهكذا . وما ذكره السكرتير العام كان نتيجة لتوزيع

---

(\*) نحن نضع بالطبع جدولا واحدا بطول محدد للفئات فيه ، أما وجود جدولين هنا أحدهما بفئات طولها ٣ والآخر بفئات طولها ٥ فيفرض الإيضاح والملاحظة الفروق التى يمكن أن تنتج عن طول الفئة وعدد الفئات فى توزيع تكرارى معين .

هؤلاء الموظفين وتكرارهم في فئات هي فئة الأمريكيين والروس والمصريين والجزائريين والفرنسيين\* الخ . نتقدم الآن لاستكمال العمل في الجدول التكرارى .

الجدول رقم (٤:٢)

مثال لجدول تكرارى طوله فئته ٢

ن**	/	ك
٢٩	/	١
٣٧	-	صفر
٣٥	-	صفر
٣٨	//	٢
٤١	//	٢
٤٤	////	٥
٤٧	///	٣
٥٠	////	٤
٥٣	///	٣
٥٦	/// ////	٨
٥٩	/	١
٦٢	////	٤
٦٥	/	١
٦٨	///	٣
٧١	-	صفر
٧٤	/	١
٧٧	-	صفر
٨٠	/	١
٨٣	/	١
		ن = ٤٠

(٥) لاحظ في هذا المثال أن فئات مثل الأمريكيين ، روس ، مصريين هي فئات منفصلة وليست متصلة كالدرجات على اختبار الشخصية وبالتالي فليس لها طول معين وليس لفئاتها حدود . وإن كانت هناك فئات عديدة منفصلة تنظم تسلسلا بحدود قاطعة وبمساافات منتظمة .

(٥٥) يفضل عادة وضع نهاية الفئات في الجدول التكرارى وليس البداية والنهاية ، والفئة ٢٩ تمنى في حقيقة الأمر ٢٧-٢٩ وهكذا مع بقية الفئات .

بعد أن وضعنا في العمود الثاني العلامات المائلة الخاصة بتكرارات كل فئة نضع في الجدول عموداً ثالثاً نشير إليه بالرمز «ك» أي التكرارات نضع فيه مجموع العلامات المائلة أمام كل فئة طبقاً للمعين في جدول ( ٣ : ٤ ) . للتوزيع التكرارى لبيانات جدول ( ١ : ٤ ) :

وقبما يلى جدول توزيع تكرارى لبيانات جدول ( ١ : ٤ ) نفسه ولكن بطول قدره ( ٥ ) للفئة .

جدول رقم ( ٣ : ٤ )  
مثال لجدول تكرارى بطول فئة ٥

ك	/	ق *
١	/	٢٩
صفر	-	٣٤
٣	///	٣٩
٦	/ + + + +	٤٤
٦	/ + + + +	٤٩
٦	/ + + + +	٥٤
٧	// + + + +	٥٩
٤	////	٦٤
٤	////	٦٩
١	/	٧٤
١	/	٧٩
١	/	٨٤
** ٣ ك = ٤٠		

(\*) هنا أيضا وضعنا نهاية الفئات فقط ومع ذلك فالفئة - ٢٩ تعنى ٢٥-٢٩ . والفئة - ٨٤ تعنى من ٨٠ - ٨٤ .

(\*\*) لاحظ أن الرمزين ن أو ك لها نفس المعنى فإن ن تعنى مجموع الحالات ، ك تعنى مجموع التكرارات ، ومجموع التكرارات ومجموع الحالات شيء واحد .

بهذا الشكل تكون قد وضعنا القيم الخام التي بدأنا بها في مجموعات أو في فئات ، بطريقة تجمعها مناسبة للمعالجات التي تستخدم فيها معادلات البيانات المئوية أو المصنفة .

#### ملخص خطوات عمل الجدول التكرارى

- ١ - حدد مدى الدرجات .
- ٢ - اختر طولا متناسبا للفئة .
- ٣ - اقسم المدى على طول الفئة الذى اخترته .
- ٤ - ضع الفئات بحدودها في جدول مبدئيا من أعلى بأصغر فئة ، واجعل بداية الفئة حاصل ضرب طولها في رقم ما .
- ٥ - ضع التكرارات في شكل علامات ماثلة في عمود ثانى .
- ٦ - خصص العلامات الماثلة في العمود لك ( سجل عددها رقميا ) .
- ٧ - اجمع التكرارات وضع المجموع أسفل العمود لك .

## التمثيل البياني للبيانات (١)

يوضح الجدول التكرارى الذى قمنا باعداده فى الخطوة السابقة تمثيل بيانات الـ ٤٠ طالبا فى اختيار الشخصية ، ويمكننا أن نلاحظ أن أحد مميزات هذا الجدول ليست فقط فى تصنيفه وتلخيصه لبيانات هذا العدد الكبير من الأفراد ، بل فى إظهاره أن توزيع درجاتهم يتبع نمطا خاصاً ، فإذا فحصنا بنظرة سريعة الجدول رقم (٤:٢) فسنلاحظ أن العلامات التكرارية الماثلة تبدو قليلة فى الفئات الخاصة بالدرجات الصغيرة ثم تتزايد تدريجيا ويتجمع أغلبها فى وسط الجدول حيث الفئات الوسطى ، ثم تعود مرة أخرى لتتخفف التكرارات فى الفئات الكبرى ، ونجد نفس الظاهرة فى الجدول رقم (٤:٣) ومثل هذه الظواهر لها دلالات هامة فى فهمنا لتوزيع مجموعه من القيم أو الدرجات .

و يتميز التمثيل البياني للتوزيعات المختلفة بإبراز خصائص هذه التوزيعات بصورة أفضل ، كما يساهم فى إيضاها ومعرفة سماتها من النظرة الأولى دون حاجة لفحص عميق . ولهذا يميل أغلب الباحثون إلى تمثيل توزيعاتهم التكرارية المختلفة فى صورة مضلعات ومدرجات ، وستتناول الآن كيفية عمل مثل هذه الرسوم البيانية مستخدمين فى ذلك بيانات الجدولين ( ٢ : ٤ ، ٣ : ٤ ) .

**المضلع التكرارى (٢) :** يتميز المضلع التكرارى بعدد من المميزات الهامة التى تجعله مفضلاً فى تمثيل بيانات الجداول التكرارية ، ومن أهم هذه المميزات .

- ١ - سهولة رسمه وتحديد التكرارات عليه .
- ٢ - أنه سهل التفسير ولا يتضمن أية تعقيدات تعوق فهم بياناته .
- ٣ - أنه يسمح بالتعبير عن أكثر من توزيع على المضلع نفسه وباستخدام نفس المحاور مما يساعد على مقارنة التوزيعات المختلفة .

ونتبع الخطوات الآتية فى رسم المضلع التكرارى ونستخدم فيه بيانات الجدول رقم ( ٤:٢ ) .

**الخطوة الأولى:** يستخدم فى رسم كل التمثيلات البيانية محورين ، والمحور عبارة عن خط مستقيم مقسم إلى مسافات متساوية ، والمحور الأول هو المحور الأفقى ، ويطلق عليه اسم المحور س ، أو المحور السينى وهو يأخذ الشكل الآتى (شكل رقم ٤:١) .

شكل رقم (٤:١)

محور أفقى أو محور سينى س

س

وتستخدم النقط المحددة على مسافات منتظمة على المحور الأفقى للتعبير عن الفئات المختلفة . فكما سبق أن ذكرنا فإن مركز الفئة هو القيمة المتوسطة بين حدى الفئة .

المحور الثانى هو المحور الرأسى ويطلق عليه اسم المحور ص ، أو المحور الصادى وهو يأخذ الشكل الآتى ( ٤ : ٢ ) . وعلينا أن نتوخى أن يكون المحور السينى أطول من المحور الصادى الذى يكون بنسبة  $\frac{2}{3}$  من المحور السينى .

شكل رقم (٤:٢)

محور رأسى أو محور صادى

ص

وقد عرفنا من خلال تصميمنا للجداول التكرارية أن هناك حدا أدنى وحدا أعلى لكل فئة من فئات الجدوال ، ولأن القيم بعد توزيعها فى فئات فى صورة تكرارات لا يمكن معرفة قيمتها الحقيقية (إذ أصبحت تكرارات بين حدود كل فئة) ، فافتنا نفترض هنا عند تمثيلها بيانيا أنها تقع فى مركز الفئة .

## ونحدد مركز الفئة كالآتي :

١ - نحدد البداية الحقيقية للفئة . فمثلا الفئة الأولى في الجدول رقم (٤:٢) نبدأ من ٢٧ ولكن بدايتها الحقيقية هي ٢٦ر٥ لأنه في حالة افتراض وجود قيم بها كسور عشرية مثل ٢٦ر٤ ، ٢٦ر٥ ، ٢٦ر٦ ، فإننا سنضع ٢٦ر٤ في الفئة السابقة عليها (إذا وجدت مثل هذه الفئة أو كنا سنضيف فئة أخرى للجدول) ولكننا سنضع القيمتين ٢٦ر٥ ، ٢٦ر٦ وما يزيد عن ذلك حتى ٢٩ في الفئة من ٢٧ - ٢٩ فالبداية الحقيقية للفئة هي ٢٦ر٥ .

٢ - نحدد نصف طول الفئة ، وبما أن فئات هذا الجدول كلها لها طول منتظم للفئات هو ٣. إذن فنصف طول الفئة يساوي ١ر٥ .

٣ - نجمع البداية الحقيقية للفئة الأولى على نصف طول الفئة لتحديد مركز الفئة الأولى أي ٢٦ر٥ + ١ر٥ = ٢٨ .

٤ - ولأن الفرق منتظم والمسافة موحدة بين كل فئات الجدول وهي ٣ (أي طول الفئة) إذن فمركز الفئة التالية سيزيد عن مركز الفئة الأولى بـ ٣ فيكون ٣١ ، والتالية لها ٣٤ وهكذا .

وبالمثل عندما نحدد مراكز الفئات وفقا لبيانات جدول (٤:٣) فالفئة الأولى ٢٥ - ٢٩ بدايتها الحقيقية ٢٤ر٥ وطول الفئة في الجدول ٥ ، إذن فمركز الفئة الأولى ٢٤ر٥ + ٢ر٥ = ٢٧ والتالية لها ٣٢ ثم ٣٧ وهكذا .

ويقسم المحور الصادي إلى أجزاء متساوية ، ويوحدات مناظرة لل تكرارات في الجدول التكرارى الذى نقوم بتمثيل بياناته فى هذا المضلع ، فإذا كانت التكرارات فى فئات الجدول المختلفة قليلة ولا تزيد عن ١٠ تكرارات فيمكننا أن نقسم المحور الصادي لوحدة صغيرة مثل صفر ( فى نقطة الاصل أى نقطة التقاء المحورين ) ثم ١ ، ٢ ، ٣ ، .... الخ على مسافات متساوية . أما إذا كانت التكرارات فى فئات الجدول كبيرة وتقترب من ١٠ فى حدها الأدنى فى أى فئة ، وتصل إلى ٦٠ أو ٧٠ فى حدها الأقصى فيمكننا أن نجعل الوحدات المنتظمة على المحور الصادي صفر ، ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ... الخ ، أو صفر ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ... الخ . ولسنا

فى حاجة لأكثر من وحدة إضافية على المحور الصادى حتى لا يخرج أقصى تكرار عن طول المحور ويتصل المحور الصادى بالطرف الأيسر للمحور السينى فى نقطة الأصل (نقطة الصفر لكل منهما وبزاوية قائمة ٩٠ درجة) وتستخدم المساحة الواقعة أعلى المحور السينى وأيمن المحور الصادى فى وضع النقط ( أو الاحداثيات ) المعبرة عن تكرارات كل فئة . ويلاحظ أن المحور الصادى أو الرأس يخصص دائما للتعبير عن التكرارات ولهذا نضع على يساره حرف ك لنرمز به للتكرارات .

**الخطوة الثانية :** نبدأ فى وضع مراكز الفئات بالصورة التى ذكرناها على المحور السينى ، ونضع كذلك تدرج المحور الصادى\* ونبدأ بأقل فئة من فئات الجدول (٤:٢) وهى الفئة من ٢٧ - ٢٩ ومركزها ٢٨ وفوق النقطة المعبرة عن مركز الفئة فى المحور السينى ومناظر تماما للوحدة (١) على المحور الصادى نضع نقطة بالقلم الرصاص ، ثم نتحرك إلى مركز الفئة الثانية وهى الفئة من ٢٠ - ٣٠ ومركزها ٣١ وتكرارها فى الجدول ( ٢ : ٤ ) صفر فنضع النقطة المعبرة عن تكرارها الصفرى على المحور السينى نفسه ، وبالمثل فى الفئة التى تليها حيث تكرارها صفر أيضاً، ثم نتقل إلى الفئة الرابعة وهى الفئة من ٣٦ - ٣٨ ومركزها ٣٧ وتكرارها ٢ وفوق منتصف الفئة بالضبط ومقابل الوحدة ٢ من تدرج المحور الصادى نضع نقطة بالقلم الرصاص . وهكذا بالنسبة لبقية التكرارات فى الفئات المختلفة .

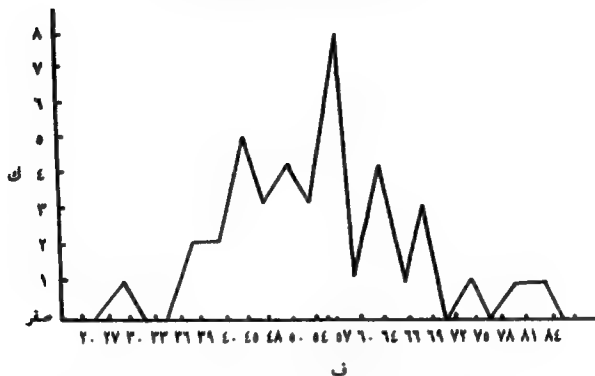
**الخطوة الثالثة :** نقوم بتوصيل النقط المختلفة التى قمنا بتحديددها لتعبر عن التكرارات الخاصة بجدول (٤:٢) بأن نقوم بمد النقطة الأخيرة فى أقصى يمين المحور السينى بخط مستقيم إلى نقطة معبرة عن مركز فئة إضافية ، تكرارها صفر على المحور السينى نفترضها لإغلاق المضلع من الجانب الأيمن ونقوم بالعمل نفسه فى الجانب الأيسر للمحور السينى حيث نقوم بمد خط مستقيم من أول تكرار إلى مركز فئة فرضية أدنى صفرية التكرار لإغلاق ضلع المضلع .

ويعثل الشكل الآتى رقم (٤:٣) المضلع التكرارى لبيانات جدول (٤:٢) .

(٩) عادة ما يكون من الأفضل والأكثر يسرا أن نستخدم ورق الرسم البيانى المقسم إلى ستيمترات وملبترات وفى هذه الحالة من الأفضل أيضا أن نستخدم طول الصفحة لرسم المحور السينى وهو الأطول دائما ، ونستخدم عرض الصفحة لرسم المحور الصادى .



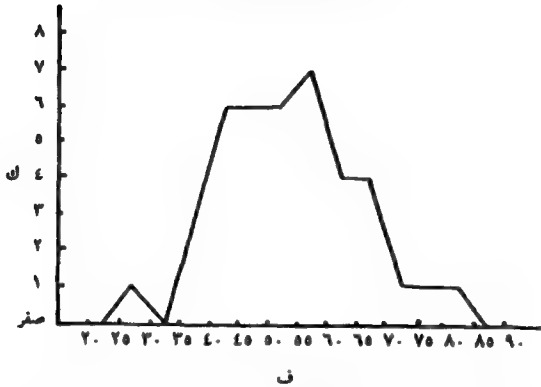
شكل رقم ( ٤ : ٣ )  
المضلع التكرارى لبيانات الجدول رقم ( ٤ : ٢ )



ويمكننا بالمثل أن نرسم مضلعا تكراريا لبيانات جدول ( ٤ : ٣ ) ورغم أن جدولى ( ٤ : ٢ ) ، ( ٤ : ٣ ) يصنفان المجموعة نفسها من البيانات ، وهى درجات الـ ٤٠ طالبا فى استبيان الشخصية ، إلا أننا نستطيع أن نلاحظ الفرق بين المضلعين ، وهو الفرق الناتج عن الاختلاف فى عدد الفئات فى الحالتين . وعمل الشكل الآتى رقم ( ٤ : ٤ ) المضلع التكرارى لبيانات جدول ( ٤ : ٣ ) .

علينا أن نتوقف قليلا هنا لنجيب على سؤال يتعلق بدقة تعبير هذه المضلعات عن الدرجات الخام التى بدأنا بها . وإذا اعتمدنا فى مناقشتنا على بيانات جدول ( ٤ : ٣ ) فسنلاحظ أن القيم الخام فى أية فئة تحولت فى حقيقة الأمر من درجات دقيقة إلى عدد من الدرجات المتشابهة ( أى تكرارات ) تتراوح بين حدين ، حد أعلى وحد أدنى .

شكل رقم (٤:٤)  
المضلع التكرارى لبيانات جدول (٤:٣)



من ذلك على سبيل المثال الدرجات ٦٥ ، ٦٨ ، ٦٦ ، ٦٨ فى جدول (٤:١) والتي بدأنا أولا بتمثيلها فى شكل ٤ تكرارات فى الفئة التى تتراوح بين ٦٥ - ٦٩ ثم مثلناها فى المضلع ( شكل ٤ : ٤ ) باعتبارها تكرارات لمركز فئة هو ٦٧ ( أى كما لو كنا اعتبرنا كل قيمة منها = ٦٧ ) . فهل ابتعدنا بهذه الخطوات المتتالية عن الدقة فى التعبير عن هذه القيم الأربع ( ٦٥ ، ٦٨ ، ٦٦ ، ٦٨ ) .

الواقع لا ، ذلك أن استخدامنا لمركز الفئة فى رسم المضلع إنما هو استخدام لمتوسط قيم الفئة ، فإذا قمنا على سبيل المثال بحساب متوسط هذه القيم الأربعة فسنجد أنه ٨ و ٦٦ حيث  $\frac{٦٨ + ٦٦ + ٦٨ + ٦٥}{4}$  وهو لا يبتعد كثيرا عن مركز الفئة وهو ٦٧ . وهى درجة مقبولة من الدقة هنا وبذلك يمكننا أن نطمئن إلى أن تحويل الدرجات إلى تكرارات فى فئة ، ثم استخدام مركز الفئة لا يؤثر تأثيرا ملموسا فى القيم الأصلية التى بدأنا بها .

## التكرار النسبي واستخدام المضلع:

ذكرنا من قبل أن أحد مميزات المضلع التكرارى أنه يمكن استخدامه للتعبير عن أكثر من توزيع تكرارى للظاهرة نفسها ، غير أننا عندما نتعامل مع ظاهرة واحدة لدى مجموعات مختلفه من الأفراد أو عينات مختلفة ، وليس مجموعة واحدة أو عينة واحدة نادرا ما يحدث أن تكون العينات متساوية وهنا تواجهنا مشكلة واضحة ، وعليتنا أن نتبين معالم هذه المشكلة فى المثال التالى :

قام أحد الباحثون باختيار ثلاث مجموعات بحثية باختيار للذكاء . وكان عدد أفراد المجموعة ( أ ) ١٨- طفلا ، وكان عدد أفراد المجموعة ( ب ) ٥٠٠ طفلا ، بينما كان عدد أفراد المجموعة ( ج ) ٢٧٥ طفلاً وحصل على الدرجات الآتية لهذه المجموعات الثلاث والتي قام بتفريغها فى جدول تكرارى يضم بياناتها .

وقد التزم الباحث بأن يكون مدى الدرجات واحد بالنسبة لنسب ذكاء المجموعات الثلاث لنفس الفئات وأن الفئات لها الطول نفسه فى كل مجموعة منها .

### جدول رقم (٤:٤)

درجات ثلاث مجموعات من الأطفال  
على اختبار للذكاء مصنفة فى جدول تكرارى

الفئات	ك م	ك ب	ك ج
٦٩	١	٥	١٠
٧٩	٤	٥	١٧
٨٩	١٨	١٠	٢١
٩٩	٣٢	١٠	٢٧
١٠٩	٦٩	٥٠	٦٣
١١٩	٣١	١٨٠	٥١
١٢٩	١٢	١٧٠	٤٥
١٣٩	٨	٤٠	٢٤
١٤٩	٤	٢٠	١٢
١٥٩	١	١٠	٥
	٣ ك = ١٨٠	٣ ك = ٥٠٠	٣ ك = ٢٧٥

فإذا حاول هذا الباحث رسم تكرارات هذه المجموعات الثلاث في مضع واحد ، فانه سيجد أن التوزيع سيختل ، وإن إمكانية المقارنة بين مجموعاته لن تتوفر نتيجة لإختلاف حجم العينات الثلاث . والحل الأمثل في هذه الحالة هو أن يقوم بتحويل تكرارات كل مجموعة إلى تكرارات مئوية ، وهو إجراء يساوى تحويل حجم كل عينة إلى ١٠٠ . وبذلك نحصل على تكرارات في الفئات المختلفة في شكل نسب مئوية من التكرار الكلى لكل عينة على حدة . وعلينا أن نتبع الخطوات الآتية في هذا الإجراء :

### تحويل التكرارات الخام لتكرارات مئوية :

١ - نبدأ بالمجموعة الأولى وعدد أفرادها ١٨٠ (ن=١٨٠) ، فنقسم تكرار الفئة الأولى (من أعلى) على ١٨٠ ثم نضرب في ١٠٠ (أى  $\frac{1}{180} \times 100$ ) . وقد ذكرنا في الفصل السابق أننا نستطيع اختصار مثل هذه العملية بالاستعانة بالجدول (أ) في الملحق حيث نجد أن  $\frac{1}{180} = 0.0056$  ، ولأننا سنضرب في ١٠٠ بعد ذلك فيمكننا أن نعتبر أن  $\frac{1}{180} \times 100 = 0.56$  ، وبذلك يكون التكرار المئوى للفئة الأولى ٥٥٦ ( وإذا قمنا بالتقريب فيمكننا اعتباره ٥٦٠ ) ويكون تكرار الفئة التالية كالآتى  $4 \times 0.56 = 2.24$  والفئة الثالثة  $18 \times 0.56 = 10$  وهكذا .

٢ - ننتقل للمجموعة الثانية وعدد أفرادها ٥٠٠ ( ن = ٥٠٠ ) ونفس الطريقة نجد أن الجزء المئوى = ٢ فيكون تكرار الفئة الأولى ( من أعلى أيضا )  $0.56 \times 1 = 0.56$  والفئة الثانية مثلها ، والفئة الثالثة  $10 \times 0.56 = 5.6$  وهكذا .

٣ - نقوم بنفس العمل في المجموعة الثالثة وعدد أفرادها ٢٧٥ (ن=٢٧٥) وبالرجوع إلى الجدول (أ) بالملحق نجد أن الجزء المئوى = ٣٦٤ ،  $10 \times 364 = 3640$  ، فيكون تكرار الفئة الأولى ( من أعلى )  $364 \times 10 = 3640$  والفئة الثانية :  $17 \times 364 = 6188$  ، والفئة الثالثة  $21 \times 364 = 7644$  ، وهكذا .

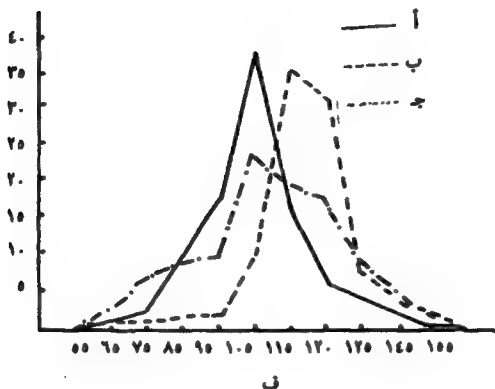
٤ - نبدأ في وضع جدول جديد للتكرار النسبى نضع فيه هذه التكرارات بدلا من التكرارات الخام وهو ما يبينه جدول رقم ( ٥ : ٤ )

جدول رقم (٤: ٥)  
جدول التكرارات المئوية لثلاث مجموعات من الأسفل  
في اختبار للذكاء

الفئات	ل.م. %	ل.ب. %	ل.ج. %
٦٩	.٦	١.٠	٣.٦
٧٩	٢.٢	١.٠	٦.٢
٨٩	١٠.٠	٢.٠	٧.٦
٩٩	١٧.٨	٢.٠	٩.٨
١٠٩	٣٨.٣	١٠.٠	٢٣.٠
١١٩	١٧.٢	٣٦.٠	١٨.٥
١٢٩	٦.٧	٣٤.٠	١٦.٤
١٣٩	٤.٤	٨.٠	٨.٧
١٤٩	٢.٢	٤.٠	٤.٤
١٥٩	.٦	٢.٠	١.٨
	١٠٠	١٠٠	١٠٠

ثم نتبع الخطوات التي سبق أن اتبعناها في رسم المضلع التكرارى ، فنضع أولا المحورين س ، ص ثم نحدد إحداثيات المجموعة الأولى ونرسم مضلعها وبعد أن ننتهى نرسم على نفس المحورين ( بلون آخر أو بخطوط متقطعة ) إحداثيات المجموعة ب ، ثم المجموعة ج ، وهو ما يوضحه الشكل الآتى رقم ( ٤ : ٥ ) .

شكل رقم (١:٥)  
مضاعف توزيع درجات ثلاث مجموعات من الأطفال  
في اختبار الذكاء



من خلال هذا الشكل تسهل مقارنة التوزيعات الخاصة بالعينات الثلاث حيث لا تكون التكرارات في كل فئة عددا مطلقا بل نسبة من العدد الكلي للحالات ، والمقارنة بين النسب المئوية مقارنة بين كميات ذات أساس واحد وهو ما يبدو مشروعا هنا .

### ملخص خطوات عمل المضلع التكرارى

- ١ - أرسم محورين متعامدين فى نقطة الصفر هما  $x$  و  $y$  على أن يكون  $x$  هو الأكبر .
- ٢ - استخلم المحور  $x$  مقدماً إلى وحدات متساوية فى تحديد مراكز فئات الجدول التكرارى .
- ٤ - ضع فئتين إضافيتين ، فئة فى كل طرف على المحور  $x$  .
- ٥ - ضع إحداثيات موازية للمحور  $y$  مساوية لتكرار كل فئة فوق مركز الفئة تماماً .
- ٦ - وصل بخطوط مستقيمة الاحداثيات واغلق طرفى المضلع بتوصيلهما للتكرار الصفرى للفئتين الإضافيتين .

## أنواع المنحنيات (١)

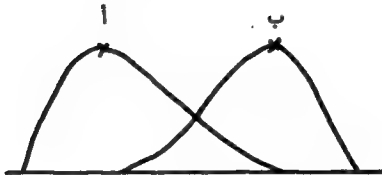
يسمى أى مضلع من المضلعات التى استخدمناها للتعبير عن التكرارات المختلفة ، منحنى ، ولأن التكرارات التى تقوم بتمثيلها بهذه المنحنيات هى التى تحدد شكل التوزيع واتجاه الالتواء الذى نجده فى المنحنى ، يصح من الضرورى أن نعرف على أشكال المنحنيات المختلفة ، وما يمكن أن نستشفه من منحنى ذا شكل معين ، ما دما نرغب فى التعرف على طبيعة البيانات التكرارية من خلال هذه التمثيلات البيانية .

### ١- الالتواء :

فيل بعض المنحنيات إلى الانتفاخ والتضخم من الناحية اليسرى للرسم مع امتداد ذيل المنحنى وانخفاضه متجها إلى الناحية اليمنى ، وهى الحالة التى يوضحها المنحنى (أ) فى الشكل (٤:٦) وتسمى هذه الحالة التواء (٢) ، وهناك نوعين من الالتواء : التواء موجب (٣) وهو الحالة التى يمثلها الشكل (أ) حيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليسار ، والتواء سالب (٤) وهو الحالة التى يمثلها الشكل (ب) حيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليمين ، ويلاحظ أن ما يحدد كون المنحنى موجبا أو سالبا هو اتجاه الذيل ، وليس تراكم التكرات موضع انتفاخ المنحنى .

### شكل رقم (٤:٦)

### أنواع الالتواء فى المنحنيات



Skew (٢)  
Negative Skewness (٤)

Curves (١)  
Positive Skewness (٣)



فاذا افترضنا أن لدينا مجموعة من درجات الأفراد على اختبار يقيس «الفصام» وكانت الدرجة المرتفعة على الاختبار تشير إلى سيادة الأمراض الفصامية وكانت العينة التي اخترناها عينة من الأسوياء ، فسنجد بعد توزيع درجات هؤلاء الأفراد في جدول تكرارى ، وتمثيل بيانات هذا الجدول في مخطط أن هذا المخطط سيكون ملتويا وإن الالتواء سيكون موجبا ، ويعنى الالتواء الموجب هنا أن أغلبية الأفراد يقعون في الفئات التي تمثل الدرجات المنخفضة ، فكما ذكرنا يمثل المحور الأفقى أو السينى مراكز الفئات ( أى فئات الدرجات ) بدءا من اليسار إلى اليمين، وهذا الالتواء الموجب متوقع بالطبع طبقا لفروضنا النفسية النظرية التي تؤكد أن للسمات المختلفة وجودا كبيرا لدى كل الأفراد ولأننا نختبر عينة من « الأسوياء » فسنجد أن أغلب أفراد هذه العينة يحصلون على درجات منخفضة على الاختبار الذى يقيس سمات الفصام ، وبالتالي ستقع درجات أغلبهم في الفئات الدنيا ( فى أعلى الجدول التكرارى وقليل منهم سيحصلون على درجات مرتفعة ونادرا ما نجد من بينهم من يحصل على درجات عالية على هذا الاختبار ويمثل الشكل رقم (٤:٧) هذه الحالة .

شكل رقم (٤:٧)

يمثل حالة التواء موجب



أما إذا طبقنا نفس الاختبار على عينة أخرى ، ولتكن هذه العينة من المرضى المقيمين فى مستشفى للأمراض العقلية ، والتي يكون أغلب نزلاتها من الفصامين فيمكننا أن نتوقع أن أغلب أفراد العينة سيحصلون على درجة مرتفعة

على هذا الاختيار وأن الأقلية منهم سيحصلون على درجة منخفضة كما سيكون من النادر أن نجد من بينهم من يحصل على درجة منخفضة للغاية ، وعلى ذلك فعندما نقوم بتصنيف درجاتهم فى فئات فى جدول تكرارى فسنجد أن أغلب الدرجات تقع فى فئات الدرجات الكبرى ( أسفل الجدول ) وأن التكرارات تنخفض بوضوح بعد ذلك من فئة إلى فئة حتى أعلى الجدول . وسنجد أن المضلع التكرارى ملتوى التواء سالبا ، حيث الانتفاخ من الجانب الأيمن والميل يمتد إلى اليسار معبرا عن تراكم أكبر للتكرارات فى فئات الدرجات المرتفعة وهى الحالة التى يمثلها الشكل رقم (٤:٨) .

شكل رقم (٤:٨)  
يمثل حالة التواء سالب



وعلى هذا نستطيع أن نميز بين حالات الالتواء الموجب والالتواء السالب ، باعتبار الالتواء الموجب هو الذى تتجمع فيه أكبر التكرارات فى فئات الدرجات المنخفضة ، بينما الالتواء السالب هو الذى تتجمع فيه أكبر التكرارات فى فئات الدرجات المرتفعة .

(\*) علينا أن نلاحظ أن تحديد كون الالتواء موجب أو سالب من خلال اتجاه الذيل وليس موضع الانتفاخ فى المنحنى .

ويلاحظ أن حالات الالتواء هذه قد تكون تعبيراً عن سمة حقيقية في المجتمع كسيادة السمات الفصامية في مجتمع المرضى العقليين ، وندرتها في مجتمع الأسوياء ، أو قد تكون نتيجة لخصائص الاختبار المستخدم في القياس كأن أقيس القدرة الحسابية للأطفال ببند مقياس وكسلر للراشدين ، ونتيجة لصعوبته بالنسبة لهم أحصل على منحنى موجب الالتواء تتركز فيه أغلب التكرارات في فئات الدرجات المنخفضة أو اختبر طلاب من كلية الهندسة باختبار الحساب في الوكسلر ، ولأنه سيكون شديد السهولة بالنسبة لهم فإن تكرارات الدرجات ستتجمع في الفئات الممثلة للدرجات المرتفعة ، ولهذا السبب عندما نستخدم اختباراً متوسط الصعوبة على مجتمع الأسوياء فإننا نحصل على ما نطلق عليه اسم « المنحنى الاعتدالي » والذي تتجمع أغلب تكراراته في الوسط . ويكون التواء مساو للصفر ( أى بدون التواء موجب أو سالب ) وهو المنحنى الذي ستعود له ولخصائصه مرة أخرى بالتفصيل .

#### ب - المفترض :

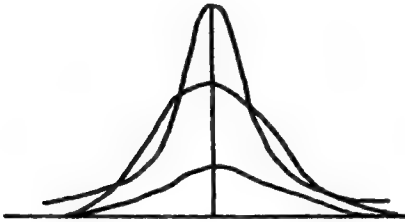
فيمثل بعض المنحنيات لأن تأخذ أشكالاً أخرى مختلفة عما ذكرناه منذ قليل . فتأخذ شكلاً تبدو به ضيقة من أسفل ومدمية مرتفعة من أعلى . ويعبر هذا المنحنى المذهب<sup>(١)</sup> عن توزيع يضيق فيه التباين بين درجات الأفراد ، مع ميل لتراكمها أو تجمعها حول المركز . فإذا كان لدينا مقياس تتراوح فيه الدرجات بين ٥ درجات و ٣٠ درجة على سبيل المثال فإننا نجد أن أغلب الأفراد يحصلون على درجات تتراوح بين ١٣ ، ١٧ أو ١٢ ، ١٨ مثلاً بحيث يتزاحمون جميعاً في فئتين أو ثلاث في وسط الجدول التكراري .

وعلى العكس من المنحنى المذهب نجد المنحنى المفرطح<sup>(٢)</sup> ، والذي يأخذ شكلاً متناسقاً في الوسط مع ميل للاختفاض في الجانبين ، وهي حالة تعبر عن أن التكرارات تتدرج ببطء في قيمها الكبيرة والصغيرة ، وهو ما يعني أن التباين متسع بين الأفراد إلى حد ما .

غير أن هناك حالات أخرى نجد فيها المنحنى مستوي<sup>(١)</sup> قليلا وتنخفض فيه الدرجات المتوسطة ويتزايد تباينها مع انخفاض ملحوظ في المتوسط بالنسبة لأقصى الدرجات التي يحصل عليها الأفراد في الاختبار الذي يمثل هذا المنحنى ، ويوضح الشكل رقم ( ٩ : ٤ ) أنواع هذه المنحنيات الثلاثة .

شكل رقم (٩ : ٤)

المنحنيات المفرطة والميدية والمستوية



ج- نمالج اخرى من المنحنيات :

يوجد بالإضافة إلى النماذج السابقة من المنحنيات ، نماذج أخرى نادرة الظهور في مجال الظواهر النفسية ، وإن كان هذا لا يمنع من وجودها أحيانا .

١- المنحنى ثنائي القمة :

من أهم المنحنيات نادرة الحدوث في مجال علم النفس المنحنى ثنائي القمة<sup>(٢)</sup> . والذي نجد فيه قمتين وليس قمة واحدة .

وقد يظهر مثل هذا المنحنى عند قيامنا بتمثيل فئات الدخل لعينة واحدة تضم أصحاب الأعمال وعمالهم فى الوقت نفسه فى جدول تكرارى . وحيث لا نجد فى هذه الحالة تدرجا فى هذه الدخول يسمح بتوزيعها فى فئات الجدول التكرارى بصورة معتدلة تتجمع فيها أغلب التكرارات بل يتجمع جزء منها فى الفئات الدنيا ويتجمع الجزء الآخر فى الفئات العليا ، وهو ما يؤدى إلى ظهور هذا المنحنى ثنائى القمة . وقد نجد الأمر نفسه فى قياس الاتجاهات نحو قضايا معينة ، فإذا كانت الآراء متعارضة بشدة فسنجد أن جزءا كبيرا من التكرارات يتجمع حول فئات الرفض . مترواحا بين الرفض إلى حد ما والرفض بشدة ، والجزء الثانى من التكرارات يتجمع حول فئات القبول مترواحا بين مجرد القبول والقبول بشدة ، مع ندرة من يكونون محايدين ، يوضح الشكل رقم ( ١٠ : ٤ ) المنحنى ذو القمتين .

شكل رقم (١٠:٤)

منحنى ذو قمتين



## ٢ - المنحنى متعدد القمم<sup>(١)</sup> :

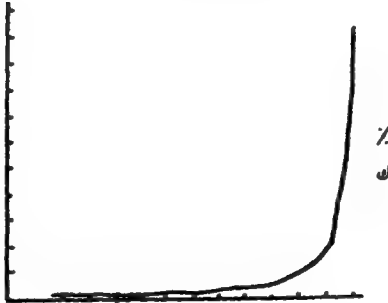
قد نجد أيضاً منحنى متعدد القمم وليس ثنائى القمة فقط ، وينتج مثل هذا المنحنى من توزيعات تكرارية لعينة غير متجانسة تتضمن عينات فرعية أصغر لكل منها متوسط خاص بها دون وجود تباين مشترك يتضمنها جميعها ، ويعد المنحنى ذو القمتين من هذه الفئة .

## ٢ - التوزيع على شكل الـ J :

توجد بالإضافة إلى ذلك بعض التوزيعات الأخرى الأقل ظهوراً في البحوث النفسية والاجتماعية ومنها التوزيع المستطيل<sup>(١١)</sup> ويمكن الحصول على هذا التوزيع من تمثيل جدول تكرارى تتساوى فيه التكرارات في الفئات المختلفة بحيث نجد أن خط التوزيع يكون موازياً للمحور السينى . ومن التوزيعات المألوفة في مجال التعلم التوزيع الذى يأخذ شكل حرف ل ( حرف J الانجليزى ) حيث يسير التعلم بطيئاً في المحاولات الأولى إلى أن يصل إلى نقطة معينة يرتفع بعدها ارتفاعاً واضحاً مشيراً إلى نجاح عملية التعلم واكتساب الخبرة أو المهارة ، أو يأخذ المنحنى هكس حرف الـ J حيث تشير التكرارات إلى عدد المحاولات أو عدد الأخطاء بينما يشير المحور السينى إلى مستوى التعلم . والذى يتضح منه أن عدد المحاولات في المرات الأولى أو في المستويات الأولى للتعلم ( عند بداية التعلم ) ترتفع ارتفاعاً ملحوظاً ، ولكنها لا تلبث أن تنخفض بشدة ، ويبين الشكل الأتى رقم ( ١١ : ٤ ) هذا الشكل من التوزيع .

شكل رقم ( ١١ : ٤ )

التوزيع على شكل الـ J



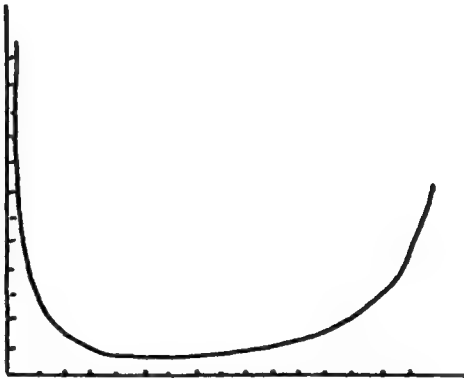
Rectangular Distribution (١١)

#### ٤ - التوزيع على شكل U ،

النموذج الأخير الذى نلتقى به نادراً أيضاً هو التوزيع الذى يأخذ شكل حرف U . ورغم ندرة وجود مثل هذا التوزيع إلا أنه يظهر أحياناً فى الحالات المماثلة للتوزيع ذو القمتين والتى سبق أن أشرنا إليها . ويبين شكل (٤:١٢) هذا الشكل من التوزيع والذى يمكن توقعه فى بعض حالات التدريب التى تستغرق فترات طويلة فيبدأ المفحوصون بعدد كبير من الأخطاء . يشير لها ارتفاع المنحنى البياني إلى اليسار تنخفض نتيجة للتدريب ولكن مع استمرار التدريب وتزايد التعب تعود الأخطاء للظهور مرة أخرى فى آخر مراحل التدريب ويبدأ المنحنى فى الارتفاع من جديد ليأخذ الشكل المبين .

شكل رقم (٤:١٢)

توزيع على شكل U



## المدرج التكرارى

شكل آخر من أشكال تمثيل البيانات بالرسم هو المدرج التكرارى . وتبدأ خطوات المدرج التكرارى بنفس الخطوات التى تبدأ بها خطوات المصطلح التكرارى أى بتحديد الفئات فى الجدول ( ونستخدم هنا جدول (٤:٣) الذى سبق أن مثلنا بياناته فى رسم المصطلح التكرارى ) وحيث نستطيع رسم مدرج تكرارى . ونتبع فى ذلك الخطوات التالية :

١ - نبدأ برسم المحورين السينى والصادى بالطريقة المعتادة ووضوح بدايات الفئات على الأول ووحدات التكرار على الثانى .

٢ - نبدأ بالفئة الأولى على المحور السينى والتى تمثل الفئة ٢٥ - ٢٩ وعند نقطة البداية الفعلية لهذه الفئة\* . أى ٢٤.٥ نضع نقطة واضحة على المحور السينى .

٣ - بما أن تكرار هذه الفئة هو ١ فنرفع بموازية المحور الصادى بمقدار وحدة واحدة ، ونضع نقطة واضحة ، ونقوم بتوصيل النقطتين ( من المحور السينى حتى النقطة المثلثة للتكرار الموازية للمحور الصادى ) بخط مستقيم .

٤ - بما أن تكرار الفئة الثانية ٣٠ - ٣٤ هو صفر فنضع نقطة على المحور السينى عند البداية الفعلية لهذه الفئة أى ٢٩.٥ . وننتقل إلى الفئة الثالثة وهى الفئة ٣٥ - ٣٩ فنضع نقطه عند بدايتها الفعلية وهى ٣٤.٥ ونقطة موازية للمحور الصادى تمثل عدد تكرارات هذه الفئة وهى فى مثالنا هذا ٣ ونقوم بتوصيل خط من هذه النقطة المقابلة على المحور السينى وهكذا فى بقية الفئات حتى نهاية الجدول التكرارى .

---

(\*) لاحظ هنا الاختلاف بين المنحنى والمصطلح ، ففى المنحنى تكون وحدات المحور السينى هى مراكز الفئات بينما الوحدات فى حالة المصطلح عبارة عن بدايات الفئات .

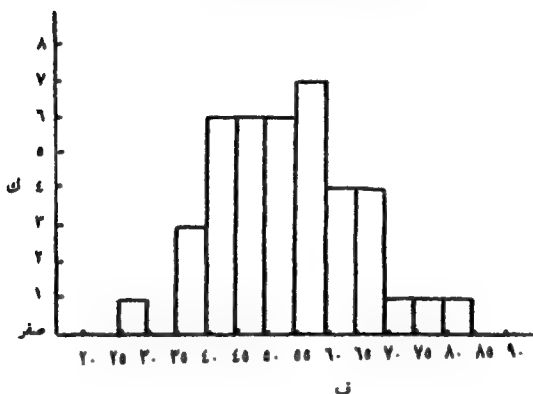


٥ - نقوم فى الخطوة الأخيرة بإغلاق المساحات بين المستطيلات التى تكونت من هذه الخطوط المستقيمة وذلك بتوصيل قمة كل خط مستقيم بالنقطة المناظرة لها على الخط المستقيم الذى يقع على يمينه\* وهكذا .

ويوضح الشكل رقم ( ١٣ : ٤ ) المدرج التكرارى لبيانات جدول ( ٤ : ٣ ) .

شكل رقم (١٣:٤)

المدرج التكرارى لبيانات جدول (٤:٣)

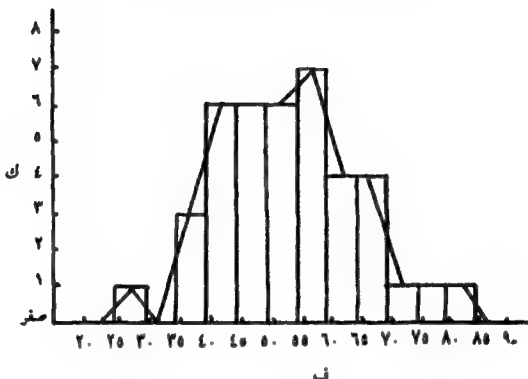


(٥) لاحظ بالنسبة للفئة الثانية ٣٠ - ٣٤ ولأنه لا توجد بها تكرارات فإننا بعد رسم الخط الأفقى فوق الفئة السابقة موازياً للمحور السينى ولاغلاق هذا المستطيل نسلط من نهايته خطاً على المحور السينى لاكمال المستطيل .

ونلاحظ إننا فى حالة توصيل منتصف قمة كل مستطيل فى هذا المدرج بخطوط جديدة فإننا نحصل على المضلع التكرارى الذى سبق أن أعدناه لبيانات نفس الجدول وهو ما يوضحه شكل رقم ( ١٤ : ٤ ) .

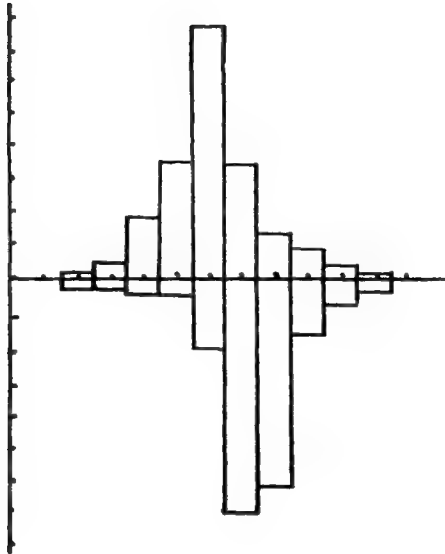
شكل رقم ( ١٤ : ٤ )

تطبيق المضلع والمدرج التكرارى للبيانات نفسها



ورغم سهولة التعبير التى يمثلها المدرج التكرارى ، بالنسبة لغير المتخصصين على وجه الخصوص ، إلا أنه يستنفذ قدرا أكبر من الوقت فى رسمه ، كما أنه أقل مرونة من المضلع التكرارى من حيث تمثيل بيانات أكثر من عينة على الشكل نفسه، وإن كان هذا القصور يمكن التغلب عليه بمد المحور الصادى بمسافة مساوية له لأسفل المحور السينى ، والتعبير عن بيانات العينة الثانية بمدرج يرسم فى المسافة الواقعة تحت المحور السينى وعلى يمين المحور الصادى الإضافى وهو ما يوضحه شكل رقم ( ١٥ : ٤ ) والذى يمثل بيانات العيتين أ ، ب من جدول رقم ( ٤ : ٥ ) .

شكل رقم (٤:١٥)  
 المدرج التكرارى للتكرارات المتوقعة للعينتين  
 ا. ب فى جدول (٤:٥)



## التكرار المتجمع<sup>(١)</sup>

تبيننا مقدار الفائدة التي نحصل عليها من تصنيف درجات مجموعة من الأفراد على اختبار ما في جدول تكرارى ، حيث أصبح في مقدورنا أن نعرف كيف تتوزع درجات هذه المجموعة من الأفراد ، هل تتقارب درجات أغلبهم في فئات الدرجات المتوسطة ، ونجد أعدادا قليلة منهم يحصلون على درجات متطرفة الارتفاع ، وقليلون يحصلون على درجات متطرفة الانخفاض ، أم أن هذا التوزيع يختلف في سماته عن ذلك ، بحيث يأخذ أحد الصور المختلفة للمنحنيات أو التمثيلات البيانية ، المتتوية ، أو المفرطة ، أو المستطيلة ، أو متعددة القمم . وما يعنيه كل منحنى من هذه المنحنيات من معانى .

وبقدر قيمة هذه الفائدة إلا أنها لايمكننا من الإجابة على سؤال هام كثيرا ما نطرحه على أنفسنا ونحتاج للحصول على إجابته ، وهذا السؤال هو :

إذا كان لدينا اختبار للقدرة العقلية العامة مثلا ، اخترنا به عينة من الأفراد ، وكانت الدرجات على الاختبار تتراوح بين صفر ، ٧٠ درجة . فكم من الأفراد حصلوا على درجة تقل عن ٢٠ ؟ أو كم منهم حصل على درجات تقل عن ٣٠ درجة ؟ وحتى نحصل على مثل هذه الأجابة فإننا نحسب التكرار المتجمع على الوجه الآتى مستخدمين في ذلك بيانات توزيع درجات عينة من ٣٧٦ مفحوصا طبق عليهم اختيار القدرة العقلية العامة وصنفت درجاتهم في جدول تكرارى عدد فئاته ١٢ فئة طول الفئة ٥ وتبدأ من ٥-٩ ، ١٠-١٤ ، ... وتنتهى بالفئة ٦٠-٦٤ . ويوضع العمودين الأول والثانى من الجدول رقم ( ٦ : ٤ ) الفئات والتكرارات الخاصة بدرجات أفراد هذه العينة ، ومن هذه البيانات نقوم بحساب التكرار المتجمع ، ويقصد بالمجتمع ، إننا نقوم فيه بجمع تكرارات كل فئة على تكرارات الفئات السابقة عليها ، فمثلا إذا كانت تكرارات الفئة ٣٠ - ٣٤ تبلغ ٦٤ فإننا في التكرار المتجمع نحسب تكرارات هذه الفئة مضافا إليها تكرارات

الفئات السابقة عليها أى الفئات الخمس السابقة عليها والتي تبلغ تكراراتها ١٤٢  
فيكون التكرار المتجمع فى الفئة ٣٠ - ٣٤ هو  $١٤٢ + ٦٤ = ٢٠٦$  ، ونتبع فى  
ذلك الخطوات الآتية\* :

١ - نضيف إلى الجدول ثلاثة أعمدة جديدة الأول عمود التكرار المتجمع  
( ك م ) ويصبح هو العمود الثالث ( بعد العمود الأول الخاص بالفئات والثانى  
الخاص بالتكرارات ) والثانى عمود للتكرار المتجمع النسبى ( ك م ن ) ونرصد فيه  
نسبة التكرار المتجمع فى كل فئة للمجموع الكلى للتكرارات ويصبح العمود الرابع ،  
أما العمود الأخير فنخصصه لرصد التكرار المتجمع المئوى ( ك م % ) وفيه نحول  
التكرارات النسبية إلى تكرارات مئوية بضرب كل تكرار منها فى ١٠٠ لكى  
يصبح مجموعها الكلى ١٠٠ .

٢ - نبدأ من أعلى الجدول فنفحص تكرار الفئة الأولى ٥ - ٩ وسنجد أنه ٤  
ونسأل أنفسنا كم عدد التكرارات التى تقع تحت الحد الأقصى للفئة ؟ ولأن الحد  
الأقصى لهذه الفئة هو ٩ ولأنه لا توجد تكرارات فى فئات سابقة فنرصد ٤ تحت  
العمود الثالث ( ك م ) على عین الـ ٤ المثلة التكرار البسيط لهذه الفئة المبين فى  
العمود الثانى . ونتقدم إلى الفئة الثالثة لنسأل نفس السؤال : كم عدد التكرارات  
التي تقع تحت الحد الأقصى للفئة ؟ ولأن الحد الأقصى لهذه الفئة هو ١٤ ، فإن  
التكرارات المتجمعة تحت هذا الحد الأقصى هى كل التكرارات فى الفئات السابقة ،  
فنرصد تحتها مجموع كل التكرارات فيها وفى الفئات السابقة عليها أى ٤ بالإضافة  
إلى تكرارها هى وهو ١٥ فيكون عدد التكرارات التى تقع تحت حدها الأقصى هو  
 $٤ + ١٥ = ١٩$  فنرصد ١٩ تحت العمود ( ك م ) على عین الـ ١٥ المثلة للتكرار  
البسيط لهذه الفئة المبين فى العمود الثانى .

---

(\*) سنحسب فى نفس الوقت التكرار المتجمع النسبى والتكرار المتجمع المئوى تهيئاً للخطوة  
التالية لحساب المئينات .

٣ - تستمر فى هذه الخطوات فتجمع فى كل فئة مجموع ما قبلها من تكرارات على تكرارها وهكذا حتى الفئة الأخيرة فى الجدول . وسنجد فى النهاية أن التكرار المتجمع فى هذه الفئة الأخيرة يساوى مجموع الحالات أى ٣٧٦ لأن ال ٣٧٦ فردا حصلوا بلا استثناء على درجات تقع تحت الحد الاقصى للفئة الاخيرة .

٤ - نبدأ فى حساب قيم العمود الرابع أى التكرار المتجمع النسبى ( ك م ن ) ونبدأ من أعلى أيضا فنجد أن التكرار المتجمع فى العمود الثالث ٤ والتكرار النسبى هو نسبة الـ ٤ إلى العدد الكلى من الحالات ( أى ٤ + ٣٧٦ ) وقد سبق أن ذكرنا أن عملية القسمة بهذا الشكل تستهلك قدرا كبيرا من الوقت بالاضافة إلى احتمالات الخطأ ، وأن الاسهل فى هذه الحالة أن نحصل على قيمة الجزء من هذا العدد أى  $\frac{1}{n}$  أو  $\frac{1}{376}$  والذي يسمى مقلوب العدد (١) .

وبالرجوع إلى جدول رقم (١) فى الملحق نجد أن  $\frac{1}{376} = 0.0027$  ، تقريبا . ونستخدم هذه القيمة كشاتب (٢) نقوم بضربه على التوالى فى التكرار المتجمع فى كل صف من صفوف العمود الثالث ونرصد النتيجة فى العمود الرابع . بأن نبدأ بالفئة الأولى وتكرارها ٤ فنضرب  $4 \times 0.0027 = 0.011$  . فرصدها وننتقل للفئة التالية وتكرارها المتجمع ١٩ فنضرب  $19 \times 0.0027 = 0.050$  . فرصدها وننزل إلى الفئة التالية وتكرارها المتجمع ٤٢ فنضرب  $42 \times 0.0027 = 0.112$  . وهكذا حتى نصل إلى الفئة الاخيرة فنجد أن تكرارها ١٠٠ .

٥ - نحسب قيم العمود الأخير أى التكرار المتجمع المثنى ( ك م % ) ولأن التكرار المتجمع للمثنى عبارة عن تحويل للتكرار النسبى إلى نسب مئوية أى بضرب هذه النسب فى ١٠٠ فيمكننا أن نقوم بنقل نفس قيم العمود الرابع مع تحريك العلامة العشرية إلى اليمين بمقدار رقمين فتصبح ال ٠.١١ بعد تحريكها ١.١

وتصبح ال ٥٠٠ ، بعد تحريكها ٥٠٠ وهكذا وبين الجدول الآتي رقم (٤:٦) :  
خطوات ونتائج هذا الإجراء :

جدول رقم (٤:٦)  
التكرار المتجمع النسبي والمتجمع المثلوي

ف	ك	ك <sub>م</sub>	ك <sub>م</sub> ن	ك <sub>م</sub> %
٩	٤	٤	٠.١١	١.١
١٤	١٥	١٩	٠.٥٠	٥.٠
١٩	٢٣	٤٢	٠.١١٢	١١.٢
٢٤	٤٢	٨٤	٠.٢٢٣	٢٢.٣
٢٩	٥٨	١٤٢	٠.٣٧٧	٣٧.٧
٣٤	٦٤	٢٠٦	٠.٥٥٦	٥٥.٦
٣٩	٥٨	٢٦٤	٠.٧٠٢	٧٠.٢
٤٤	٤٦	٣١٠	٠.٨٢٤	٨٢.٤
٤٩	٣٢	٣٤٢	٠.٩٠٧	٩٠.٧
٥٤	٢٠	٣٦٢	٠.٩٦٣	٩٦.٣
٥٩	١٢	٣٧٤	٠.٩٩٥	٩٩.٥
٦٤	٢	٢٧٦	١.٠٠٠	١٠٠.٠
٣٧٦ = ن				

يمكننا الآن بفحص هذا الجدول الإجابة على السؤال الأول الذي بدأنا منه وضع جدول التكرار المتجمع الصاعد ، وهو كم من الأفراد حصلوا على درجة ٢٩ فأقل على الاختيار مثلا ؟ وستكون الإجابة : أنهم ١٤٢ . وبالمثل كم من الأفراد حصلوا على ٤٩ فأقل وستكون الإجابة : أنهم ٣٤٢ فردا .

وقد يكون السؤال خاصا بالنسب أو النسب المئوية . فإذا كان خاصا بالنسب  
 كأن يكون : كم تبلغ نسبة من حصلوا على ٣٤ درجة فأقل ؟ فستكون الإجابة  
 أنهم ٥٥٦ . ، أما إذا كان السؤال : ما هي النسبة المئوية لعدد الأفراد الحاصلين  
 على ٣٤ درجة فأقل فستكون الإجابة أنهم ٥٥.٦ ٪

وبلاحظ أننا نستطيع أن نضع جدولا مماثلا للتكرار المتجمع الهابط أو النازل  
 بدلا من هذا التكرار المتجمع الصاعد . وفي مثل هذه الحالة سيكون السؤال كم تبلغ  
 التكرارات التي تقع فوق الحد الأدنى للفتة ؟ ونبدأ هنا من أكبر فتة أى الفتة  
 ٦٠ - ٦٤ فإذا فعلنا ذلك واستخدمنا نفس الخطوات التي أشرنا إليها في حساب  
 التكرار المتجمع الصاعد فسنحصل على عمود التكرار المتجمع النازل وستكون قيمه  
 كالآتي ( من أسفل إلى أعلى ) .

٢ ، ١٤ ، ٣٤ ، ٦٦ ، ١١٢ ، ١٧٠ ، ٢٣٤ ، ٢٨٢ ، ٣٢٤ ، ٣٥٧ ،

٣٧٢ ، ٣٧٦ ، ثم نقوم ببقية الخطوات لحساب التكرار النسبي والتكرار المثنى .



## المنحنى المتجمع الصاعد

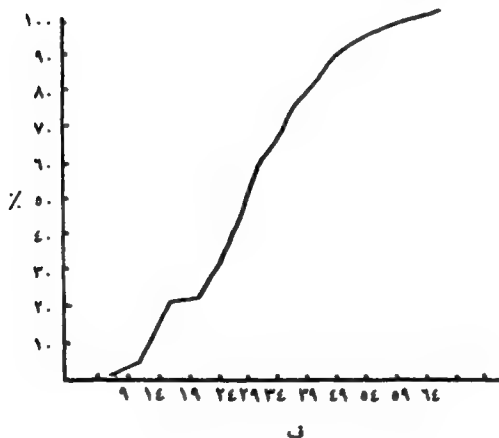
عندما نتجه إلى توزيع درجات عينة من الأفراد فى شكل توزيع تكرارى متجمع فإننا غالبا لا نتوقف عند هذه الخطوة وإنما نتقدم نحو رسم المنحنى المتجمع الصاعد<sup>(١)</sup> لتعبر بالرسم عن هذا التوزيع ومن أهم المزايا التى يحققها لنا رسم هذا المنحنى هى أنه يوضح لنا أن هناك تدرجا معياريا على امتداده يستخدم بوصفه سلما لقياس موضع الفرد ( فى ضوء درجته ) بالنسبة لهيئة أفراد المجموعة وهو ماسشير إليه عند الحديث عن الثنائيات فى الخطوة التالية . وعند رسم المنحنى المتجمع نستعمل النسب أو النسب المئوية فى أغلب الأحوال بدلا من استخدام التكرارات المتجمعة وعلى هذا يقسم المحور الصادى إلى عشرة أجزاء طول كل منها يشير إلى ١٠ ٪ من التوزيع ، وذلك لأننا نعرف منذ البداية أن المجموع المئوى للتكرار يساوى ١٠٠ ٪ ، وأن التكرار فى كل فئة هو نسبة مئوية من العدد الكلى للتكرارات .

يقسم المحور السينى كذلك لينتظر فئات الدرجات على الاختيار ، والفرق الوحيد هنا عن ما كنا نقوم به عند رسم المضلع التكرارى والمدرج التكرارى ، هو أننا نضع الإحداثيات الخاصة بالمحور السينى لتعبر عن نهايات الفئات وليس منتصفها أو بداياتها . والمنطق الذى يحكم هذا الفرق فى طريقة الرسم هو أننا فى المنحنى المتجمع نسأل أنفسنا كم من الحالات توجد حتى نهاية الفئة ، أى ما هى نسبة الحالات التى تقع تحت الحد الأقصى لدرجة معينة ، بينما يكون السؤال فى حالة المضلع التكرارى هو كم من الحالات تقع فى الفئة معبرا عنها بنقطة هى مركزها . نقوم بعد ذلك بالخطوات المعتادة فى رسم المنحنيات ، فإذا كنا سنستخدم النسب المئوية فسنضع فوق النقط المعبرة عن نهايات الفئات إحداثيات معبرة عن التكرار المتجمع المئوى فى الجدول مقابلة للتدرج المئوى للمحور الصادى . ثم نقوم فى

الخطوة الأخيرة بتوصيل هذه النقاط أو الاحداثيات بخط متصل ينتهى من الناحية اليسرى فى نقطة التقاء المحور السينى بالمحور الصادى ، أى أننا نقوم بتوصيل الخط إلى نهاية فئة صفرية التكرار . ويحدث فى أحيان كثيرة أن نلاحظ أن الخط ليس سلساً من أول نقطة إلى آخر نقطة وأن به بعض الانحناءات المحدودة و يمكننا فى هذه الحالة أن نقوم بهذيب المنحنى أى بتقريبه إلى صورة تقترب من شكل حرف ال S المنفرج من الناحيتين . ويبين الشكل الأتى رقم ( ١٦ : ٤ ) المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات الجدول رقم ( ٦ : ٤ ) .

شكل رقم (١٦:٤)

المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات جدول رقم (٦:٤)



## المئينات (١)

يعرف المئين ، أو الدرجة المئينية ، بأنه نقطة محددة على امتداد توزيع تحولت فيه التكرارات إلى نسب مئوية من المجموع الكلى للحالات ، فإذا قلنا أن الدرجة ٣٠ تساوى « المئين ٧٠ » ، فمعنى هذا أن ٧٠ ٪ من الحالات حصل أصحابها على درجات أقل من ٣٠ ، وبالمثل فإن المئين ٩٠ يعنى أن هناك ٩٠ ٪ من الحالات تقع تحت هذه النقطة وتستخدم المئينات عادة بوصفها شكل من أشكال التقسيمات المعيارية التى يمكن أن تفهم بها الدرجات المختلفة ، فعندما نختبر عينة من الأفراد باختيار ما ، ونحول تكرارات الدرجات إلى توزيع مئينى فمن السهل فى هذه الحالة أن نقول أن شخصا معيناً حصل على المئين ٨٢ أو أن رتبته المئينية ٨٢ وهو ما يعنى أن درجة هذا الشخص تفوق الدرجات التى حصل عليها ٨٢ ٪ من أفراد هذه المجموعة . أو ما يعنى بتعبيرات أخرى أنه واحد من أصحاب أعلى ١٨ ٪ من الدرجات . وتفيد الدرجات المئينية بهذه الصورة فى توضيح موضع الفرد النسبى فى توزيع معين ، ولهذا أصبح لها استخدام واسع نتيجة لقرب معناها من الدرجة على ١٠٠ فعندما نقول أن درجة هذا الشخص تساوى مئين ٩٠ فإن كثيرين يفهمونها على أنها مساوية لقولنا أن هذا الشخص حصل على ٩٠ درجة من ١٠٠ . ورغم أن هذا التفسير غير صحيح ، إلا أنه يقرب لأذهان غير المتخصصين المعنى ، باعتبار صاحب المئين ٩٠ أفضل من صاحب المئين ٨٠ ، وأنه لا يوجد أحد يتجاوز المئين ١٠٠ كما أن أقل درجة فى التوزيع يمكن الإشارة إليها هى المساوية للمئين صفر .

### تحديد المئين من الرسم :

إذا عدنا للشكل السابق رقم ( ١٦ : ٤ ) والذى يمثل المنحنى المتجمع الصاعد لبيانات جدول ( ٦ : ٤ ) فنستجد أن هذا الشكل يمكن استخدامه فى الحصول على

النقط أو المثينات المختلفة المقابلة للدرجات الخام . وقد سبق أن لاحظنا أن أى نقطة على المنحنى المتجمع الصاعد تحتجز نسبتها من الحالات ، فالنقطة المناظرة لـ ٧٠ على المحور الصادى تحتجز تحتها ٧٠ ٪ من الحالات\* والنقطة المناظرة لـ ٥٠ على المحور الصادى تحتجز تحتها ٥٠ ٪ من حالات ، وتحتجز فوقها ٥٠ ٪ . ويمكننا فى حالة ما إذا قمنا برسم المنحنى المتجمع الصاعد على ورق مليمترات ويعناية شديدة أن نحسب مئين أية درجة من الدرجات الخام وذلك باتباع الخطوات الآتية :

١ - ضع المسطرة موازية للمحور السينى ( الأفقى ) وارتفع بها حتى النقطة المثينة التى تريدناها ولتكن المئين ٧٥ .

٢ - صل خط بالقلم الرصاص من النقطة ٧٥ على المحور الصادى موازية للمحور السينى حتى تلامس المنحنى .

٣ - اسقط خط عمودى (زاوية ٩٠ درجة على المحور السينى ) من هذه النقطة على المنحنى حتى تلامس المحور السينى . وتمثل هذه النقطة على المحور السينى الدرجة الخام المساوية للمئين ٧٥ وهو ما يوضحه الشكل رقم ( ١٧ : ٤ ) والذى حددنا عليه كل من المئين ٧٥ ، ٥٠ ، ٢٥ . ويلاحظ أن المئين ٥٠ هو النقطة التى يوجد أسفلها ٥٠ ٪ من الحالات ويوجد أعلاها ٥٠ ٪ من الحالات ويطلق على هذه النقطة اسم الوسيط<sup>(١)</sup> كما يسمى المئين ٢٥ والذى يحتجز أسفله ٢٥ ٪ من الحالات باسم الربيع الأدنى أو الربيع الأول<sup>(٢)</sup> ويسمى المئين ٧٥ والذى يحتجز أعلاه ٢٥ ٪ من الحالات باسم الربيع الأعلى أو الربيع الثالث<sup>(٣)</sup> .

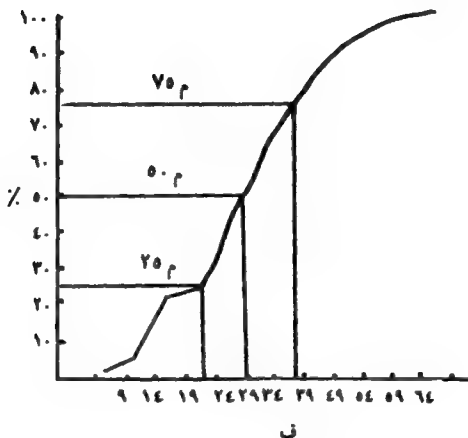
(\*) لاحظنا أننا قمنا أثناء رسم المنحنى المتجمع الصاعد بوضع التكرارات المتجمعة المثينة أعلى نهايات الفئات وليس فى منتصفها وهو ما يبرر قولنا أن تحت أى نقطة تحتجز نسبة مئوية من الحالات بقدر القيمة الممددة لهذه النقطة .

Third Quartile (٣)

Median (١)

First Quartile (٢)

شكل رقم (٤:١٧)  
المنحنى المتجمع الصاعد وتحديد الدرجات المئينية عليه



#### حساب المئينات:

لا يعد الرسم هو الوسيلة الوحيدة لتحديد المئينات المقابلة لدرجات خام معينة فى أى توزيع تكرارى ، بل توجد طرق حسابية لتحديد المئينات ، ولنبداً كمثال بالمئين ٥٠. والذي ذكرنا منذ قليل أنه يسمى الوسيط ، وأنه بحكم التعريف يوجد أعلاه ٥٠٪ من الحالات كما يوجد تحته ٥٠٪ من الحالات ، بمعنى آخر نحن نرغب فى تحديد قيمة الدرجة التى تقبل هذا الوسيط أى الدرجة المئينية ٥٠. ويطلق عليها اسم م. ، وبما أن مجموع الحالات فى هذا التوزيع الذى نستخدمه كمثال يبلغ ٣٧٦ حالة ( أى  $n = 376$  ) فنقوم بقسمة ٣٧٦ على ٢ أو نقوم بحساب ٥٠٪

من الـ ٣٧٦ ، وفى كلتا الحالتين ستكون النتيجة ١٨٨ أى أنه توجد ١٨٨ حالة تحت الوسيط ، ١٨٨ تقع فوق الوسيط ، بمعنى أنه الدرجة التى تقع بين ١٨٨ حالة الأعلى، والـ ١٨٨ حالة الأدنى\* ومن هذه المعلومة نبدأ فى حساب قيمة الوسيط كالآتى :

١ - نبدأ فى عد التكرارات من أسفل إلى أعلى حتى نصل إلى ١٨٨ تكرار .

٢ - سنجد أنه حتى الحد الأقصى للفترة ٢٥ - ٢٩ لدينا ١٤٢ تكرار فقط وإذا توقفنا عند هذه الفترة فلن نكمل الـ ١٨٨ تكرار المطلوبة ، وإذا تقدمنا نحو الفترة التالية وهى ٢٠ - ٢٤ والتى تتضمن ٦٤ تكرار ( راجع جدول ٦ : ٤ ) فستتجاوز العدد المطلوب من التكرارات وهو ١٨٨ تكرار حيث أن عدد التكرارات المتجمعة التى تقع تحت الحد الأقصى لهذه الفترة يبلغ ٢٠٦ تكرارا وهو مايزيد بكثير عن العدد المطلوب الوقوف عنده .

٣ - الحل الأمثل فى هذه الحالة هو أن نتوقف عند نهاية الفترة ٢٥ - ٢٩ ونحسب كم تكرارا ينقصنا للوصول إلى العدد المطلوب من التكرارات ونحتاج لاستكمالها من الفترة التالية ؟ وسنجد الآتى :  $١٨٨ - ١٤٢ = ٤٦$  تكرارا أى أن الوسيط فى لهذه الحالة هو النقطة التى تقع بعد الحد الأقصى للفترة ٢٥ - ٢٩ بعدد من التكرارات يبلغ ٤٦ تكرارا .

٤ - بما أن تكرارات الفترة التالية ( الفترة ٣٠-٣٤ ) عددها ٦٤ تكرارا وبما أن طول هذه الفترة ( من ٣٠ - ٣٤ ) فمعنى أن هذا الوسيط يقع فى نقطة تمثل نسبة ما على امتداد طول الفترة ( ٣٠ - ٣٤ ) مقدارها  $\frac{٤٦}{٦٤}$  أى طول محدد فى هذه الفترة بهذه النسبة .

---

(\*) الوسيط فى هذه الحالة قيمة فرضية طالما أن مجموع القيم أسفله وأعلى تساوى مجموع الحالات وبالتالي لانتاظره قيمة حقيقية .

أو هو نسبة من طول الفئة التالية ( طول الفئة هنا ٥ ) مقدارها  $\frac{٤٦}{٦٤}$  من ال ٥ .

٥ - بما أن الفئة ٢٥ - ٢٩ نهايتها الفعلية ٢٩.٥ إذن يمكننا أن نحدد الوسيط باعتباره : النقطة التي تتجاوز الحد الأقصى أو النهاية الفعلية لهذه الفئة + طول نسبي مقداره  $\frac{٤٦}{٦٤}$  من طول الفئة التالية . ويمكننا أن نضع هذه التحديدات في صورة حسابية على الوجه الآتي :

$$\text{الوسيط} = ٢٩.٥ + \frac{٤٦}{٦٤} * (٥)$$

$$٣٣.١ = ٣.٥٩ + ٢٩.٥ = \frac{٤٦}{٦٤} + ٢٩.٥ =$$

وبهذا يكون وسيط هذه المجموعة من الدرجات أى م ٥٠ ( المئين ٥٠ ) يساوى ٣٣.٠٩ وقد نلاحظ في بعض الحالات ( كما نلاحظ في هذه الحالة ) أنه لا يوجد بين كل الدرجات الحام في هذا التوزيع درجة ٣٣.٠٩ وعلينا أن نعرف هنا أنها قيمة الوسيط عبارة عن قيمة حسابية أو تقدير حسابي له وليس درجة فعلية يمكننا أن نجد لها بين درجات الأفراد في الجدول التكرارى .

ويمكننا أن نضع الخطوات الحسابية لأى درجة مئينية في المعادلة أو الصيغة الرمزية الآتية والتي تلخص الخطوات السابقة :

$\text{دم} = \text{ح أ س} + \frac{(\text{ن}) - (\text{م})}{\text{ف م}} \times \text{ح ج} \quad (\text{ف}) \quad (٤:٢)$
--

(٥) لاحظ أنه عند ضرب النسبة من طول الفئة  $\frac{٤٦}{٦٤}$  في طول الفئة (أى ٥) فإننا نقوم هنا بضرب  $٤٦ \times ٥$  ثم نضع النتيجة على المقام ٦٤ أو نقوم باختصار  $\frac{٤٦}{٦٤}$  أولاً ثم نضرب النتيجة في ٥ وفى كلا الحالتين نحصل على القيمة ٣.٥٩ .

حيث دم = الدرجة المئينية المطلوب تحديدها

ح أس = الحد الأقصى للفئة السابقة للمئين المطلوب

ن = التكرار الكلى أو عدد الحالات فى التوزيع

م = المئين المطلوب تحديد درجته

ت ج = التكرار المتجمع للحالات الواقعة تحت الفئة السابقة على المئين

ف = طول الفئة فى التوزيع

ف م = تكرارات الفئة المئينية

ويتطبيق هذه المعادلة لاعادة حساب المئين ٥٠ نحصل على الآتى :

$$(٥) \frac{١٤٢ - (٠,٥٠ \times ٣٧٦)}{٦٤} + ٢٩,٥ = ٥٠,٢$$

$$(٥) \frac{١٤٢ - ١٨٨}{٦٤} + ٢٩,٥ =$$

$$(٥) \frac{٤٦}{٦٤} + ٢٩,٥ =$$

$$\frac{٢٣٠}{٦٤} + ٢٩,٥ =$$

$$٣٣,٠٩ = ٣,٥٩ + ٢٩,٥ =$$

فإذا أردنا أن نستخدم المعادلة ( ٢ : ٤ ) فى حساب الربيع الأدنى أو المئين

٢٥ فسنجد الآتى :



$$(o) \frac{84 - (.70 \times 376)}{0.8} + 74.0 = 202$$

$$(o) \frac{84 - 94}{0.8} + 74.0 =$$

$$(o) \frac{10}{0.8} + 74.0 =$$

$$\frac{0}{0.8} + 74.0 =$$

$$202 = 86 + 74.0 =$$

وبالمثل إذا أردنا حساب المتين ٧٥ أو الربيع الأعلى . فسنحل على الآتى :

$$(o) \frac{264 - (.70 \times 376)}{.46} + 39.0 = 202$$

$$(o) \frac{264 - 282}{.46} + 39.0 =$$

$$(o) \frac{18}{.46} + 39.0 =$$

$$\frac{9}{.46} + 39.0 =$$

$$21.46 = 19.6 + 39.0 =$$

### حساب المئين من البيانات غير الموزعة تكرارياً :

قد نجد أننا نتعامل فى بعض الأحيان مع درجات خام لمجموعة من الأفراد اختيرناهم باختبارنا . وقد نرغب فى حساب أية درجة مئوية لهذه البيانات ويفترض أننا نريد حساب وسيط هذه الدرجات . فيمكننا أن نعيى الآتى :

نقوم بترتيب الدرجات أو القيم من الأصغر إلى الأكبر أو العكس . وسنجد أن عدد الدرجات إما زوجى أو فردى ، ولكل حالة معالجة خاصة .

فى حالة إذا ما كان عدد القيم فردياً مثل :

٤٧ ، ٤٤ ، ٤٧ ، ٥١ ، ٥٦ ، ٥٩ ، ٦٢ ، ٦٩ ، ٧١ يتحدد الوسيط بسهولة ، باعتباره الدرجة التى تقسم عدد قيم المجموعة إلى نصفين متساويين ، نصف أكبر منها ونصف أصغر منها ، وسنجد فى مثالنا أن الدرجة ٥٦ ( خامس درجة ) هى الوسيط إذا يقع قبلها أربع قيم ويقع بعدها أربع قيم . مع ملاحظة ترتيب القيم من الأصغر إلى الأكبر أو العكس قبل تحديد الوسيط .

وفى حالة إذا ما كان عدد القيم زوجياً مثل :

٢٥ ، ٢٩ ، ٣٣ ، ٣٨ ، ٤٢ ، ٤٦ ، ٥١ ، ٥٤ فنجد أننا لا نستطيع تحديد درجة منها تقسم المجموعة إلى نصفين متساويين ، أو تقع هى فى المنتصف تماماً ، ولكننا نستطيع أن نجد قيمتين ، وهما اللتان تحتلان الرتبة الرابعة والخامسة فنجمعهما ونقسمهما على اثنين ، وبذلك نعتبر أن الوسيط هو متوسطهما أى

$$٤٠ = \frac{٤٢ + ٣٨}{٢}$$

وعلىنا أن نلاحظ أننا دائماً مانقوم أولاً بترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً قبل تحديد موقع وقيمة الوسيط .

غير أنه يحدث فى أحيان أخرى أن نجد قيمة مكرره ثلاث مرات فى وسط مجموعة زوجية من القيم مثال ذلك :

٢٤ . ٢٦ . ٢٩ . ٣١ . ٣٣ . ٣٣ . ٣٧ . ٤١ . فإذا اتبعنا الطريقة

المعتادة ، باعتبار الوسيط هو متوسط القيمتين الواقعتين وسط المجموعة أى

$$\frac{٣٣ + ٣٣}{٢} = ٣٣ ، فلن يكون هذا الحل مقبولا لأن الوسيط فى هذه الحالة$$

سيأوى درجة تالية عليه (هى القيمة ٣٣ السادسة) والحل الأمثل هنا هو أن نفترض أن الدرجات الثلاث ٣٣ تتوزع بشكل منتظم فى المسافة التى تعبر عنها كل درجة منهما ونحن نعلم أن درجة ٣٣ تعبر عن قيمة تتراوح بين ٣٢.٥ ، ٣٣.٥ ، وبما أننا نريد استخدام قيمتين فقط من هذه القيم الثلاث فيكون نصيبهما  $\frac{١}{٢}$  هذه المسافة

$$\frac{٣٣.٥ + ٣٢.٥ + ٣٢.٥}{٢} \text{ الذى يتراوحون بينها وذلك يكون الوسيط}$$

$$\text{أى } ٣٢.٥ + ٣٢.٥ = ٣٣.٥$$

الرتبة المئينية (١) :

تختلف الرتبة المئينية عن الدرجة المئينية فى الآتى : الدرجة المئينية هى

الدرجة «الخام» ( مثل درجة المفحوص على مقياس معين ) المقابلة لمئين معين .  
كان نسأل ماهى الدرجة الخام المقابلة للمئين ٢٠ بمعنى آخر يكون سؤالنا : ما هى  
الدرجة على المقياس المناظرة للمؤشر الإحصائى الذى نسميه المئين ٢٠ .

أما الرتبة المئينية فهى المئين المقابل لدرجة خام معينة . أو بمعنى آخر نحن  
نبحث عند حساب الدرجة المئينية عن درجة خام . أما عندما نبحث عن رتبة مئينة  
فإننا نقوم بحساب مئين درجة خام ، ونستخدم الرتب المئينية فى عدد من  
الاختبارات النفسية ، حيث تحول الدرجات الخام لعينة التقنين إلى توزيع مئينى  
وتوضع الجداول التى تحدد الرتبة المئينية الموازية لكل درجة خام . ونستخدم  
المئينات بهذه الصورة فى اختبار المصفوفات المتدرجة (٢) للذكاء ، مثال ذلك فى

اختبار هكسى - نهراسكا غير اللفظى للكفاء . حيث تستخدم باعتبارها معايير مناسبة لتفسير درجة أى فرد (٣) ، غير أن الاتجاه العام يميل إلى استخدام أساليب أكثر تطوراً ودقة فى التعبير عن مواضع الأفراد بالنسبة لعينة تقنين كهيرة ومن هذه الأساليب الدرجات المعيارية المعدلة والتي سنشير إليها فيما بعد .

ومحسب الرتبة المئينية لأية درجة بخطوات عكسية تماماً للخطوات التي استخدمناها فى حساب الدرجة المئينية . أما فى حالة استخلاصها من المنحنى المتجمع الصاعد ، فنقوم بتحديد الدرجة التي نرغب فى حساب رتبتها المئينية على المحور السيني ، ثم نقيم خط مستقيماً يزاويه ٩٠ درجة على هذه النقطة إلى أن يلتقى بالمنحنى المتجمع ، وعند نقطة لقاءه نجد خط يزاوية قائمة ( ٩٠ درجة ) حيث يقطع المحور الصادي عند نقطة معينة تساوى الرتبة المئينية لهذه الدرجة .

وعلينا أن نلاحظ أن الفرق بين أى رتبتين مئينيتين ورتبتين مئينيتين أخريتين حتى إذا تساوى ، فإنه لا يعنى فروقا متساوية فى الدرجات الخام للأفراد أصحاب هذه الرتب من ذلك أنه إذا كان الفرق بين أ ، ب ٥ نقط أو وحدات مئينية والفرق بين ج ، د أيضا ٥ نقط أو وحدات مئينية ، فقد يكون الفرق فى الدرجات الخام بين أ ، ب ١٠ درجات بينما قد يكون الفرق فى الدرجات الخام بين ج ، د ٣ درجات فقط ، أو ٧ أو ١٠ درجات لهذا يصح من الضروري أن نضع فى اعتبارنا باستمرار أن الفروق المتساوية بين الرتب المئينية لا تعنى فروقا متساوية فى الدرجات الخام ( فرج ، ١٨٠ ، ص ٢٤٠ ) .

## تقارير على الفصل الرابع

١ - حدد المدى المناسب لطول الفئة في التوزيعات التكرارية المبينة أدنى درجاتها وأقصى درجاتها :

أعلى درجة	أدنى درجة	ف
١٢	١	أ
٢٥	٣	ب
٩٠	٤٠	ج
٦٠	١٠	د
٨١	٢٢	هـ

٢ - فيما يلي درجات ٥٠ طالبا في اختبار للمفردات :

٤٤	٤٧	٤٥	٦٠	٦٣	٤٨	٥٠	٤٥	٤٥	٤٢
٥٣	٥١	٥٤	٥٢	٦٢	٤٨	٣١	٦١	٣٦	٤٩
٣٩	٦٥	٥٩	٥٥	٥٦	٥٢	٦٧	٦٨	٥٣	٦٤
٥٠	٣٦	٤٢	٦٣	٦٨	٤٢	٧١	٥٢	٣٠	٦٥
٥٦	٥٤	٤٢	٤٤	٥٧	٤٢	٣٦	٥٩	٥١	٣٧

أ - ضع القيم السابقة في توزيع تكرارى طول الفئة فيه ٥ .

ب - ضع المجموعة نفسها من القيم في توزيع آخر طول الفئة فيه ٤ .

ج - ارسم مضلع تكرارى لهذه المجموعة من القيم الموزعة في فئات طولها ٥ .

د - ارسم على نفس المحورين السابقين مدرجا تكراريا لنفس الجدول الذى رسمت له المضلع .

٣ - احسب التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع السابق ( بطول فئة ٤ ) ثم :

أ - احسب الدرجات المتينة للمنحنى الآتية ٢٥ ، ٥٠ ، ٧٥

ب - احسب الرتبة المتينة للدرجات ٤٣ ، ٥٥ ، ٦٣

٤ - اذكر مزايا واستخدامات كل من طريقتى التمثيل بالرسم للبيانات للمضلع التكرارى والمدرج التكرارى . موضحا إيجابتك بمثال من توزيع لمجموعة من الدرجات .

٥ - حدد الحدود الفعلية لمراكز الفئات التالية :

٩ - ٥                      ١٤ - ١٠

٤ - ٢                      ٧ - ٥

٣ - ١                      ٦ - ٤

٦ - اذكر بعض أنواع الإلتواء فى المنحنيات المختلفة مستخدما أمثلة سيكولوجية توضح مجالات ظهورها .

٧ - وضع الفرق بين « الرتب المتينة » و « الدرجات المتينة » وبين الحالات التى تتطلب حساب كل نوع منها .

٨ - اشرح ما يلى :

أ - معنى حصول شخص على درجة رتبته المتينة ٢٥ على اختبار للذكاء .

ب - لماذا قد لا يتساوى الفرق بين درجتى أ ، ب الحاصلين على الرتب المتينة ٢٥ ، ٣٠ والفرق بين درجتى ج ، د الحاصلين على الرتب المتينة ٦٥ ، ٧٠ .

## الفصل الخامس

### المتوسطات

المتوسطات <sup>(١)</sup> صيغ إحصائية تستخدم في وصف مجموعة كبيرة من البيانات باستخدام قيمة واحدة فقط . معنى ذلك أن المتوسط صيغة تلخيصية لبيانات متعددة وصيغة وصفية في الوقت نفسه إذ يصف هذه البيانات . كما أنه بالإضافة إلى هذا مفهوم ذو أهمية كبيرة في الإحصاء الاستدلالي والعينات (Peatman, 1963, P.15) ونحن نستخدم المتوسطات في حياتنا اليومية بشكل مستمر سواء سميناها بأسمائها أو استخدمناها استخدامات ضمنية . فالأطفال يجمعون معا قطع الحلوى الخاصة بهم جميعا ليعيدوا تقسيمها بالتساوي فيما بينهم ، فخمسة أطفال لديهم ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٩ ، ١١ قطعة ، يقسمونها فيما بينهم ، فيجمعونها ، ثم يقسمونها على عددهم : 
$$8 = \frac{40}{5} = \frac{11 + 9 + 8 + 5 + 7}{5}$$
 وحصول كل منهم على عدد متساو - يمثل المتوسط - يوضح لنا أن هذا المتوسط هو في الحقيقة قيمة واحدة نستخدمها للتعبير عن أي قيمة في المجموعة ، وقد يتشاجر هؤلاء الأطفال فينتهون إلى أن (أ) قدم ٧ قطع وحصل على ٨ فكانت قطعة أقل من المتوسط بواحد ( ١ - ) وأن (ب) قدم ٥ وحصل على ٨ فكان أقل من المتوسط بثلاثة ( ٣ - ) . أما (ج) فقد قدم ٨ وحصل على ٨ فالفرق صفر بين ما قدمه وما حصل عليه ، و(د) قدم ٩ وحصل على ٨ فكان ما قدمه أكثر بواحد ( ١ + ) ، و(هـ) قدم ١١ وحصل على ٨ فكان ما قدمه أكثر من المتوسط بثلاثة ( ٣ + ) .

وما هو أكثر أو أقل مما قدمه كل منهم عن المتوسط يسمى انحرافا عن هذا المتوسط .

فإذا قمنا بعملية جمع جبرى لهذه الانحرافات عن المتوسط فسنجد النتيجة كالآتى :

١ -

٣ -

صفر

١ +

٣ +

—

صفر

معنى هذا أن مجموع الانحرافات عن المتوسط تساوى صفرأ ، وهذا صحيح فما قدمه أحدهم من حلوى أكثر من المتوسط ذهب لمن قدم أقل من المتوسط ليتساووا جميعا فى مقدار ما حصلوا عليه .

نحن نتعامل كل يوم إذن بمفهوم المتوسط حتى فى مستوى لعب الأطفال وعيشتهم وكثيرا ما نستمتع إلى صديق ذهب إلى الأسكندرية بسيارته ، وبغيرنا أثناء حديثه أن سرعته تعدت خلال الطريق ١٠٠ كم فى الساعة ، ولكنه يعود ليذكر أثناء حديثه أنه قطع المسافة فى ٣ ساعات ، ولكننا لانتحير كثيرا من هذا التناقض إذ أن مايقوله يعنى أن المسافة ٣٠٠ كم تقريبا فإذا فكر أحدنا أن يسأله: ولكن المسافة ٢٢٠ كم فقط ، فسيجيب أنه كان يسير بسرعة ٧٥ كم فى المتوسط، وهو ما يعنى أنه أحيانا ما كان يصل بسرعته إلى ١٠٠ كم وأحيانا ما كان ينزل بها إلى ٦٠ كم ، وأن متوسط سرعته كان ٧٥ كم والفروق بالزيادة والنقص ( الانحرافات ) عن هذه الـ ٧٥ كم سيكون مجموعها الجبرى صفرا .

نستخدم المتوسطات أيضاً فى المقارنات فيقول المدرس أن طلاب الفصل (أ) أحسن « فى المتوسط » من طلاب الفصل (ب) فى الرياضيات . كما نقول أن متوسط طول الأمريكيين أكبر من متوسط طول اليابانيين . ويعنى حديث المدرس أن طلاب الفصل (أ) ليسوا جميعا فى مستوى واحد ، وأن طلاب الفصل ( ب ) ليسوا معا فى هذا المستوى الأقل ، وأتينا يمكننا أن نجد فى الفصل ( أ ) طالبا يقل



بكثير عن آخر فى الفصل ( ب ) والعكس صحيح . ومعنى حديثنا أيضاً أننا قد نجد أمريكا أقصر من أحد اليابانيين أو يابانيا أطول بكثير من بعض الأمريكيين . ولكن المقارنة قامت لا على المستوى المحدد لكل الأفراد ولكن على أساس قيمة فرضية هى المتوسط .

ونقصد بكون المتوسط قيمة فرضية أنه ناتج عن عملية حسابية وليس حالة مختارة من بين الحالات التى نجمعها ونقسمها ، من ذلك أنه إذا كانت الدرجات الآتية تمثل الزمن بالثوانى لأداء خمسة أشخاص على اختبار : ١٨٠ ، ١٧٥ ، ١٩٥ ، ١٤٠ ، ١٤٢ فإن متوسط أدائهم سيكون ١٦٦.٤ ثانية .

$$\text{حيث } 166.4 = \frac{142 + 140 + 195 + 175 + 180}{5}$$

فإذا فحصنا زمن أداء كل شخص من هؤلاء الأشخاص فلن نجد أن زمن أداء أحدهم يبلغ ١٦٦.٤ ثانية ، معنى هذا أن المتوسط قيمة حسابية وليس قيمة حقيقية من بين مجموعة القيم التى نحسب متوسطها .

وهناك ثلاثة أنواع من المتوسطات تستخدم لوصف أى مجموعة من الدرجات وتسمى مقاييس النزعة المركزية<sup>(١)</sup> ، أى مقاييس للنقطة التى تتركز حولها هذه المجموعة من الدرجات . وهذه المقاييس هى المتوسط الحسابى<sup>(٢)</sup> والمتوال<sup>(٣)</sup> والوسيط<sup>(٤)</sup> . ومن بين هذه المقاييس الثلاثة يعد المتوسط الحسابى أكثرها ألفة وانتشاراً فى معالجة مجموعات البيانات الكبيرة ؛ فبالإضافة إلى سهولة حسابه ، فإنه يعد خطوة ضرورية فى عدد من المعالجات التالية التى نستخدمها ونقوم بها لتحليل بيانات البحوث .

### المتوسط الحسابى :

لا تخرج طريقة حساب المتوسط الحسابى عن الخطوات السابقة التى ذكرناها عند الحديث عن قطع الحلوى بين الأطفال أو أطوال زمن أداء مجموعة الرجال .

Arithmetic Mean (٢)  
Mediam (٤)

Central Tendency (١)  
Mode (٣)

فالتوسط الحسابى عبارة عن « مجموع القيم مقسوما على عددها » . وإذا أردنا تحويل هذه الصيغة اللغوية إلى صيغة رمزية ، وأشرنا لكل قيمة بالرمز  $s$  وللمتوسط بالرمز  $\bar{s}$  (  $s$  شرطية ) أو  $m$  فستجد الآتى :

$$\bar{s} \text{ (أو } m \text{)} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + \dots + s_n}{n}$$

أما الأرقام الصغيرة التى استخدمناها لتبسيط كل  $s$  فى هذه المجموعه فنحنى بها الآتى :  $s_1$  هى القيمة الأولى ،  $s_2$  هى القيمة الثانية ... الخ . وقد سبق أن استخدمنا الرمز  $(n)$  للإشارة إلى عدد الحالات فى أى توزيع .  
ويمكننا اختصار الصيغة السابقة بصورة أفضل كالآتى :

$$\bar{s} \text{ (أو } m \text{)} = \frac{\sum s}{n} \quad (5:1)$$

ويشير الرمز  $(\sum)$  إلى مجموع ، أى مجموع ،  $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots + s_n$  الخ .  
وبذلك تعنى هذه الصيغة المعنى نفسه وهو أن المتوسط يساوى مجموع القيم مقسوما على عددها .

#### الانحراف :

ذكرنا فى بداية حديثنا عن المتوسطات ، أن عدد قطع الحلوى التى قدمها كل طفل يعتمد عن المتوسط أو ينحرف عنه بقدر ما إن زيادة أو نقصانا ، وعرفنا أن المجموع الجبرى لهذه الانحرافات يساوى صفر . وبذلك نستطيع استخدام هذه الانحرافات فى تعريف المتوسط بشكل آخر باعتبار القيمة التى تكون مجموع الانحرافات السالبة والموجبة عنها مساوية للصفر . ويمكننا هذا التعريف من مراجعة حسابنا للمتوسط من خلال الانحرافات .

## طرق حساب المتوسط

### ١- حساب المتوسط للبيانات غير المصنفة تكرارياً:

عادة ما تكون البيانات التي نتعامل بها مصنفة في جدول تكرارى له عدد مناسب من الفئات ، غير أنه يحدث أحيانا أن نتعامل مع بيانات خام دون تصنيفها وذلك عندما يكون عدد القيم محدودا لا يتطلب منا إنفاق قدر من الجهد الإضافى لتصنيفها في جدول تكرارى .

مثال ذلك حسابنا لمتوسط القدرة اللفظية مقاسة باختبار للمفردات لعشرة أفراد ومن الواضح أن القيم العشرة ( للأفراد العشرة ) ليست بالكبيرة العدد بما يسمح بتصنيفها في جدول تكرارى ، وهنا نقوم بتطبيق المعادلة الخاصة بحساب المتوسط من الدرجات الخام وهى المعادلة ( ١ : ٥ ) فإذا كانت قيم هؤلاء الأفراد العشرة كالآتى :

٢٤ - ١٨ - ٣١ - ٤٦ - ٢٨ - ٢٢ - ٣٩ - ٤٢ - ٢٧ - ٢٣ فنبداً

بالحصول على  $\Sigma x$  س وتساوى مجموع هذه القيم أى

$$\Sigma x = 310 .$$

ثم نقسم  $\Sigma x$  س على ن و ن هنا هى عدد هذه القيم ( أى عدد الأفراد في المجموعة وذلك لنحصل على  $\bar{x}$  م أو المتوسط كالاتى :

$$\bar{x} = \frac{310}{10} = 31$$

### ٢ - حساب المتوسط بإضافة (و حذف ثابت :

تعد الطريقة السابقة من أسهل وأبسط الطرق لحساب المتوسط من البيانات غير المصنفة . غير أن هناك مشكلة تظهر أحيانا في مثل هذه الحالات . وتتلخص هذه المشكلة في اضطرابنا في بعض الأوقات للتعامل مع قيم كبير كأن تكون القيم بالئات أو الألوف ( القيم نفسها وليس عددها ) مثال ذلك ٢٦٤ ، ٥٤٩ ، ٨٨١

وقد يكون عدد القيم أيضا كبيرا ، ويؤدى هذا إلى التعامل مع أعداد ضخمة ، وما يمكن أن يترتب على ذلك من زيادة احتمالات الخطأ فى إجراء العمليات الحسابية .

والحل المناسب هنا هو أن نستخدم الخصائص التى يوفرها لنا إضافة أو حذف ثابت للقيم .

يقصد بالثابت قيمة يمكن حذفها من كل القيم التى يجرى حسابها ثم إعادة إضافتها للنتيجة بعد ذلك ، دون أن يؤثر هذا الإجراء على النتيجة ، ولكنه يؤدى إلى تبسيط العمليات الحسابية المختلفة للحصول على المتوسط ، فإذا كانت لدينا مجموعة من الدرجات لعشر أفراد على اختبار يقيس الاستعدادات الدراسية للالتحاق بالكليات ، وكانت هذه الدرجات هى التى يمثلها الجدول رقم (٥:١) فإن حساب متوسط هذه القيم يتسم بهذه الصعوبة الراجعة لكبر القيم ، أما إذا حذفنا مقدارا ثابتا من كل درجة من هذه الدرجات ، فستتم العمليات الحسابية بسهولة أكبر .

وحتى نقوم بهذه الخطوة ، علينا أن نفحص الجدول لنرى أصغر قيمة فيه وستبين أنها القيمة التاسعة وتساوى ٧٢٠ فإذا اخترنا ثابتا يساوى هذه القيمة أو أقل منها قليلا وطرحنا هذا الثابت من كل القيم فستصبح أصغر قيمة لدينا تساوى صفر أو أكثر قليلا وأكبر قيمة بعد الحذف وهى القيمة الخامسة تساوى ٤٣ إذا حذفنا أصغر قيمة بالكامل وتساوى ٦٣ إذا حذفنا ٧٠٠ فقط وهذه القيم صغيرة ولا تشكل مشكلة فى عمليات الجمع أو الطرح أو غيرها .

نقوم إذن بحذف ثابت مقداره (٧٠٠) من كل القيم ثم نحصل على  $\Sigma$  من بعد الحذف ونقسم على  $n$  ثم نعود لنضيف الـ ٧٠٠ مرة أخرى وهى القيمة التى سبق حذفها فى البداية إلى المتوسط الذى نحصل عليه لنحدد المتوسط الحقيقى للمجموعة .

**جدول رقم ( ٥١ )**  
**تأثير حذف ثابت من القيم وإعادة إضافته**  
**عند حساب المتوسط**

القيم بعد حذف ٧٠٠	القيم الأصلية	مسلل
٢٣	٧٢٣	١
٤٦	٧٤٦	٢
٥١	٧٥١	٣
٣٤	٧٣٤	٤
٦٣	٧٦٣	٥
٢٢	٧٢٢	٦
٥٦	٧٥٦	٧
١٢	٧٣٢	٨
٢٠	٧٢٠	٩
٣٥	٧٢٥	١٠

$$٣٧٢ = ( \text{ثابت} - )$$

$$\text{م} ( \text{قبل إضافة الثابت} ) = ٣٧,٢$$

$$\text{م} = ٧٣٧,٢$$

ومن الواضح أن طريقة حذف أو إضافة ثابت تعتبر أسهل وأسرع من جمع درجات كبيرة ، وتظهر فائدة هذه الطريقة عندما نتعامل مع مجموعة من الدرجات السالبة والموجبة ، وحيث نعالج هذا الموقف من خلال إضافة ثابت للقيمة المطلقة (بدون إشارة) لأكبر قيمة سالبة ، وبذلك تتحول كل القيم إلى درجات موجبة . وبعد أن ننتهي من حساب المتوسط نعود لإضافة هذا الثابت مرة أخرى ، فمثلا إذا كانت القيم في المجموعة كالآتي : ١٤ ، ١١ ، ٢٥ ، ١٣ ، ٢٢ ، ١٠ ، ٤ ، ١٦ ، ٢٣ ، ١٥ ، ١٢ فإن إضافة ثابت يساوي أكبر قيمة سالبة أي ٢٣

سيؤدي إلى النتيجة الآتية : ( مع ملاحظة أننا نضيف هذا الثابت لكل القيم الموجبة والسالبة ) ٢٧ ، ١٢ ، ٤٨ ، ٣٦ ، ١ ، ٣٣ ، ٢٧ ، ٣٩ ، صفر ، ٣٨ ، ١١ .

### حساب المتوسط من البيانات المصنفة :

كما ذكرنا من قبل فإن اللجوء إلى تصنيف البيانات المختلفة في فئات إنما يهدف إلى تبسيط عرض هذه البيانات ، والتعرف على خصائص التباين بين هذه المجموعة من البيانات أو القيم ، غير أننا لا نتمكن من التحقق من خصائص هذا التوزيع أو معرفة الشكل الذي تتباين به الدرجات إذا كان حجم العينة كبيراً ، إلا في حالة توزيع القيم في عدد قليل من الفئات .

وعندما نستخدم مركز الفئة<sup>(١)</sup> للتعبير عن تكرارات هذه الفئة فإننا نتعرض أحيانا لقدر محدود من الأخطاء أو نقبل درجة من التقريب اللازمة . ومع ذلك فنحن نستخدم هنا مركز كل فئة في ضوء افتراض أنه يمثل أفضل تقريب ممكن لمتوسط قيم عينات كبيرة في هذه الفئة المعينة ، وهو ما لا يكون صحيحاً دائماً ، ويصنف عامة فإننا نتسكن عند توزيع القيم في جداول تكرارية من استخراج المتوسطات بطريقة سهلة ، وهي طريقة تثل مزايها من حيث كمية الوقت والعمل ، وتوجد لهذا الغرض طريقتان لحساب المتوسط الطريقة الأولى مطولة والطريقة الثانية مختصرة . ولا تتضمن الطريقة المطولة مزايا إضافية عن الطريقة المختصرة سواء في دقة النتائج أو صحتها ، وعلى هذا يوصى دائماً باتباع الطريقة المختصرة ، ( Peatman, 1963, P. 58 ) وسنعرض فيما يلي الطريقتين لتبين خطواتهما وميزة الطريقة المختصرة .

### ١- الطريقة المطولة :

سنستخدم في مثالينا للطريقتين المطولة والمختصرة بيانات ٥٠ طالبا اختيروا باختيار المصنوفات المتدرجة لقياس الذكاء ، وحصل كل منهم على درجة وصنفت الدرجات في جدول تكرارى هو الذى يمثل الجدول رقم ( ٢ : ٥ ) وستقوم بحساب

---

Midvalue (١)

المتوسط . من بيانات هذا الجدول . يمثل العمود الأول الفئات والعمود الثاني التكرارات ، ونضع في العمود الثالث مراكز الفئات ، ونضع في العمود الرابع حاصل ضرب مراكز الفئات في التكرارات ( أى حاصل ضرب القيمة في عمود ٣ في نظيرتها في عمود ٢ ) ونتناول الآن خطوات حساب المتوسط من هذه الأعمدة الأربعة في الجدول .

### جدول رقم (٥:٢)

#### خطوات حساب المتوسط بالطريقة المطولة

ف (١)	ك (٢)	م ف (٣)	م ف × ك (٤)
٣٤	٢	٣٢	٦٤
٣٩	٤	٣٧	١٤٨
٤٤	٧	٤٢	٢٩٤
٤٩	٧	٤٧	٣٢٩
٥٤	١١	٥٢	٥٧٢
٥٩	٧	٥٧	٣٩٩
٦٤	٦	٦٢	٣٧٢
٦٩	٥	٦٧	٣٣٥
٧٤	١	٧٢	٧٢
	ن = ٥٠		Σ ٢٥٨٥

الخطوة الأولى هي أن نحسب مراكز الفئات ، ومركز الفئة الأولى (٣٠-٣٤) هو ٣٢ ، والفئة الثانية ( ٣٥ - ٣٩ ) هو ٣٧ ويمكننا بعد تحديد مركز الفئة الأولى أن نضيف ٥ ( أى طول الفئة ) على هذا المركز لنحصل على الفئة التالية ( أى ٣٢ + ٥ = ٣٧ ) طالما أن طول الفئة ثابت ومتنظم وهكذا في الفئة الثالثة ثم الرابعة ... الخ . نقوم في الخطوة الثانية بحساب العمود الرابع بأن نضرب بالنسبة

لكل فئة : مركزها الذى قمنا بحسابه فى الخطوة السابقة فى عدد تكرارها والتي  
رصدناها فى العمود رقم ٢ فنحصل على قيم العمود الرابع الذى يساوى التكرارات  
× مراكز الفئات .

نقوم فى الخطوة الثالثة بحساب مجموع قيم هذا العمود وهى حسب الجدول  
٢٥٨٥ ، ونقسم هذا المجموع على عدد الحالات ( أى ن أو ك ) وهو هنا ٥٠  
فنحصل على المتوسط والذى يساوى ٧٠ ر ٥١ حيث :

$$\bar{m} = \frac{2585}{50} = 51.7$$

وبذلك تكون معادلة حساب المتوسط للبيانات المبينة أو المصنفة عبارة عن  
مجموع التكرارات مضروبة فى مراكز الفئات، مقسومة على مجموع التكرارات أى:

$$\bar{m} = \frac{\sum f \times k}{n} \quad ( ٥ : ٢ )$$

حيث  $\bar{m}$  = المتوسط

$\sum$  = مجموع

$f$  = مركز الفئة

$k$  = التكرار

ب - الطريقة المختصرة :

لا تختلف النتائج التى نتوصل إليها من الطريقة المختصرة عن تلك التى  
نخرج بها من الطريقة المطولة ، وبهذا تتميز الطريقة المختصرة بقلّة الوقت والجهد  
المبذول فيها وعدم تعدد العمليات الحسابية اللازمة لها . فإذا بدأنا هذه الطريقة  
باستخدام العمود الأول والثانى لنفس البيانات وهما عمودا الفئات والتكرارات  
فسنحتاج بعد ذلك عمودين فقط وسنجد عمليات حسابية أصغر وأبسط ، وهى ما  
يعرضها الجدول التالى رقم ( ٥ : ٣ ) .



جدول رقم (٣: ٥)  
حساب المتوسط للبيانات المستقلة بالطريقة المختصرة

ف (١)	ك (٢)	ح (٣)	ك ح (٤)
٢٤	٢	٤-	٨-
٢٩	٤	٣-	١٢-
٤٤	٧	٢-	١٤-
٤٩	٧	١-	٧-
٥٤ ←	١١	صفر	صفر
٥٩	٧	١	٧
٦٤	٦	٢	١٢
٦٩	٥	٣	١٥
٧٤	١	٤	٤
	٥٠.٣		٣٨ +
			٤١-
			٣-

الخطوة الأولى في حساب المتوسط هي أن نختار فئة في وسط الجدول تقريبا . ومن الأفضل أن نختار الفئة صاحبة أكبر تكرار ونعتبر أن مركزها يساوى صفراً ثم نبدأ من هذه النقطة بوضع مراكز لبقية الفئات باستخدام وحدة واحدة أى أن يكون مركز الفئة التالية على هذه الفئة الصفرية في الترتيب يساوى (١) ومركز الفئة التى بعدها يساوى (٢) والفئة التالية لها يساوى (٣) وهكذا ، ثم نجعل مركز الفئة السابقة على الفئة الصفرية (١-) والتالية (٢-) وما قبلها (٣-) وهكذا . ونضع هذه المراكز الفرضية للفئات في العمود الثالث ح .

الخطوة التالية هي ضرب التكرارات في الانحرافات الفرضية في كل فئة ، مثال ذلك : الفئة الأولى ( من أعلى ) تكرارها (٢) وانحرافها الفرضى ( أى

المركز الفرضى للفئة ( هو ( ٤ - ) فنضع فى العمود الرابع القيمة ٨- (أى ٢ × ٤- ) وفى الفئة التالية (١٢- ) أى ٤ × ٣- وهكذا . ونلاحظ أننا سنجد أن كل القيم الخاصة بالفئات ذات الانحرافات الفرضية السالبة فى هذا العمود بالسلب لأنها ناتجة عن ضرب التكرات فى مراكز سلبية للفئات ، ونستخدم المعادلة الآتية (٥:٣) لحساب المتوسط وذلك بالتعويض عن رموزها .

$$م = م ح + ( ط \times ف ) \quad ( ٥ : ٣ )$$

حيث م ح = المركز الحقيقى للفئة الصفرية

ط = طول الفئة

$$ف = \frac{(ك ح)}{ن} \quad (أى \text{ متوسط العمود الرابع فى الجدول})$$

$$\text{ونحسب أولاً قيمة ف والتى تساوى } \frac{٣-}{٥} = -٠.٦$$

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على الآتى :

$$م = ٥٢ + ( ٥ \times -٠.٦ )$$

$$= ٥٢ + ( -٣ )$$

$$= ٥٢ - ٣ = ٤٩$$

وهى نفس النتيجة التى خرجنا بها من الطريقة المطولة مع اختصار فى الوقت والعمليات الحسابية .

#### متوسط المتوسطات :

يحدث أحيانا أن يقوم الباحث باختيار عدد من العينات الفرعية باختيار ما ، مثال ذلك أن يختبر أطفال من مناطق مختلفة باختيار للدراك البصرى ، ويوجد بعد ذلك أنه فى حاجة لحساب المتوسط العام لهذه العينات الفرعية ، التى حسب لكل منها متوسطه على حدة . ولهذا الأمر أهميته إذا كانت للباحث اهتمامات استدلالية.

ويسهل حساب متوسط المتوسطات لأي مجموعة من العينات الفرعية إذ يساوى هذا المتوسط مجموع قيم كل هذه العينات مقسوما على عددها الكلى وصيغة المعادلة الخاصة بمتوسط المتوسطات كالآتى :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (1.4)$$

حيث م = المتوسط العام

س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> ... الخ = مجموع قيم العينة الأولى والثانية ... الخ

ن<sub>١</sub> ، ن<sub>٢</sub> ... الخ = مجموع أفراد العينة الأولى والثانية ... الخ

فإذا افترضنا أن هذا الباحث اختبر خمس مجموعات من شرائح اجتماعية مختلفة باختبار الإدراك البصرى ، وكان مجموع القيم ( أو الدرجات ) فى هذه المجموعات الخمس كالآتى : ١٤٠ ، ١٣٦ ، ٢١٥ ، ٣٢٠ ، ١٨٠ وكان عدد أفراد هذه العينات الخمس كالآتى : ٢٠ ، ١٠ ، ١٨ ، ٢٢ ، ١٧ ؛ فإن متوسط المتوسطات لهذه العينات جميعها يصبح كالآتى :

$$\bar{X} = \frac{١٨٠ + ٣٢٠ + ٢١٥ + ١٣٦ + ١٤٠}{١٧ + ٢٢ + ١٨ + ١٠ + ٢٠}$$

$$= \frac{٩٩١}{٨٧} = ١١.٣٩$$

وقد يفكر الباحث فى حساب متوسط عام لعدد من العينات المنشورة فى بحث ما ، كل عينة منها مستقلة عن الأخرى ، ولها متوسطها المختلف ، ولا تتوفر له البيانات الخاصة بمجموع قيم كل عينة بل متوسطاتها وعدد حالاتها فقط . وهنا يمكنه أن يقوم بحساب مجموع القيم من هذه البيانات حيث م س أو مجموع القيم يساوى فى حقيقة الأمر م × ن أو المتوسط فى عدد القيم ، وبذلك تكون المعادلة فى الصورة الآتية :

$$ع\text{م} = \frac{(١٢ \times ١٥) + (٣٣ \times ٣٠) + \dots + (٣٣ \times ٣٠)}{١٥ + ٣٠ + \dots + ٣٠} \quad (٥ : ٥)$$

حيث م ع = المتوسط العام

١٢ ، ٣٣ ، ... م = متوسط العينات الفرعية

١٥ ، ٣٠ ، ... ن = عدد حالات العينات الفرعية

وفى حالة ما إذا كانت العينات الفرعية متساوية الاعداد ، أى أن ن واحدة فى كل عينة فان حساب المتوسط العام يصبح أسهل فى هذه الحالة إذ أنه سيكون مجموع المتوسطات مقسوما على عددها . مثال ذلك إذا كانت لدينا أربع عينات فرعية وكان عدد أفراد كل عينة منها ٢٥ وكانت متوسطات هذه العينات الأربع كالتى ٢٢,٤ ، ٢٥,٦ ، ٣٢,١ ، ١٨,٦ فان المتوسط العام يحسب وفقا للمعادلة الآتية :

$$ع\text{م} = \frac{(١٨,٦ + ٣٢,١ + ٢٥,٦ + ٢٢,٤)}{٤} \quad (٥ : ٦)$$

حيث س١ ، س٢ ، ... الخ = متوسط العينات المختلفة

ك = عدد العينات الفرعية

وبالتعويض فى هذه المعادلة يكون المتوسط العام لهذه المجموعات الأربع كالتى :

$$ع\text{م} = \frac{١٨,٦ + ٣٢,١ + ٢٥,٦ + ٢٢,٤}{٤}$$

$$٢٤,٦٧ = \frac{٩٨,٧}{٤} =$$

## المسوال (١١) :

إذا استخدم اخصائى نفسى اختباراً لقياس الميول العصابية لدى عمال أحد المصانع الكبيرة وحصل على درجة لكل عامل على هذا الاختبار ، فإن أحد الاسئلة الهامة التى توجه اليه احيانا تتعلق بالدرجة الشائعة ، أو أكثر الدرجات تكرارا ، أو الدرجة التى يحصل عليها نسبة كبيرة من العمال على هذا الاختبار ، وهنا لا تكون الاجابة بحساب المتوسط أو الوسيط ، بل بحساب المتوال والذي نعنى به فى هذه الحالة القيمة الشائعة أو القيمة الأكثر ظهورا بين القيم المختلفة (Mulholand & Jones , 1969 , P. 86)

ويسهل من خلال ملاحظة مجموعة القيم غير المبوية التعرف على المتوال ، غير أن الموقف يصبح مختلفا فى حالة البيانات المبوية أو المصنفة فى جدول تكرارى، إذ لدينا فى هذه الحالة جدول يتضمن تكرار كل درجة من الدرجات ، فإذا كانت فئات الجدول ذات طول مداه درجة واحدة فلن نجد صعوبة فى تحديد المتوال مثال ذلك أن تكون درجات هؤلاء العمال موزعة فى الجدول الآتى رقم (٤ : ٥)

### جدول رقم (٤:٥)

توزيع درجات ٢٣٠ عاملاً على اختبار للميول العصابية

الدرجة	التكرار
١٢	٢٤
١٣	٢٧
١٤	٣٤
١٥	٣٧
١٦	٤٥
١٧	٢٢
١٨	٢٥
١٩	١٤
٢٠	١٦
	٢٤٤ = ن

وفى هذه الحالة سنجد أن المتوال أو الدرجة المتوالية هي ١٦ إذ إنها أكثر الدرجات شيوعاً فى هذه المجموعة بمعنى أنها الدرجة صاحبة أكبر تكرار ، وعليّنا أن نلاحظ دائماً الفرق بين المصطلحات الثلاثة : المتوال والمتوسط والوسيط ، فالمتوال : هو القيمة الأكثر شيوعاً ( أى الأكثر تكراراً أو الأكثر ظهوراً ) بينما المتوسط هو القيمة الفرضية التى تعبر عن النقطة التى تكون مجموع انحرافات القيم الأكبر منها والأصغر منها مساوية للصفر ، أما الوسيط فهو النقطة التى تنقسم عندها مجموعة القيم إلى مجموعتين مجموعة القيم الأكبر منها ومجموعة القيم الأصغر منها .

وبينما يبدو تحديد المتوال ميسوراً فى هذا المثال ، إلا أننا لا نواجه دائماً حالات واضحة بهذه الصورة ، ويظهر قدر من الصعوبة عندما نتعامل مع توزيع غير منتظم للدرجات على اختيار ما ، مثال ذلك التوزيع الذى يوضعه جدول رقم (٥:٥) الذى يبين درجات ١٧٦ طالباً فى الاستعدادات الميكانيكية :

جدول رقم (٥:٥)

توزيع درجات ١٧٦ طالب على اختيار للاستعدادات الميكانيكية

ك	ف
١٥	أقل من ١٠
٢٣	١٠ - ١٩
٤٧	٢٠ - ٢٩
٤٢	٣٠ - ٣٩
٣١	٤٠ - ٤٩
١٨	٥٠ فأكثر
١٧٦ = ك	

إذا فحصنا هذا الجدول بعناية فستبين أن الدرجة المتوالية ستكون واقعة فى مدى الفئة من ٢٠ - ٢٩ ، ومع ذلك فهناك أيضاً درجات كثيرة فى الفئة

٣٠ - ٢٩ وهى أكبر من الدرجات التى تقع فى مدى الفئة ١٠ - ١٩ ، ويعنى ذلك أن الدرجة المتوالية التى تقع فى الفئة ٢٠ - ٢٩ ستكون أقرب إلى النصف الأعلى من الفئة ( أى من ٢٥ إلى ٢٩ ) منها إلى النصف الأدنى من الفئة ( أى من ٢٠ - ٢٤ ) . وبجعلنا هذا الموقف لاعتماد على فروضنا السابقة التى كانت تنتهى بنا لقبول مركز الفئة باعتباره قيمة ممثلة لتكراراتها وباعتبار أن التكرارات موزعة على امتداد طول الفئة لانتنا فى الحقيقة نهت عن أكثر الدرجات شيوعا وليس أكثرها توتسا . وتقودنا هذه المناقشة إلى استخدام المعادلة الآتية لحساب القيمة المتوالية : (Yeomans, 1976, P.102)

$$\text{المتوال} = ح + ط \left( \frac{\text{لح} - \text{لح} - ١}{\text{لح} - ١ + \text{لح} + ١} \right) \quad (٥ : ٧)$$

حيث ح = الحد الأدنى للفئة المتوالية

ط = طول الفئة المتوالية

لح = تكرار الفئة المتوالية

لح-١ = تكرار الفئة قبل المتوالية

لح+١ = تكرار الفئة بعد المتوالية

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على القيمة المتوالية للجدول السابق

كالآتى :

$$\text{المتوال} = ١٠ + ١٩,٥ = \frac{٢٣ - ٤٧}{(٤٧ + ٢٣) - ٤٧ \times ٢} = ٢٧,٨٦ \text{ درجة}$$

- (ج) ذلك أن طول الفئة ١٠ ونصفها الأعلى سيكون ٢٥ فأكثر ونصفها الأدنى سيكون ٢٤ فأقل . وقد تختلف الحالة إذا قمنا بتصنيف نفس المجموعة من الدرجات فى فئات طولها ٥ مثلا .
- (د) لاحظ أننا نستخدم هنا الحد الأدنى للفئة أى البداية الفعلية لها .

وعلينا أن نلاحظ عند اجراء العمليات الحسابية إننا نقوم بضرب ط ( طول  
الفئة ) فى القيمة بين القوسين (  $\frac{\text{لحم} - \text{لحم} - 1}{\text{لحم} - (\text{لحم} + 1)}$  ) وبعد الحصول  
على قيمتها نجمع عليها فى الخطوة الاخيرة القيمة ح .  
الوسيط :

ذكرنا فى الفصل السابق عند حديثنا عن المنحنى المتجمع أن الوسيط هو  
نفسه المئين ٥٠ وعرفنا كيفية حسابه سواء من الدرجات الخام أو من الجداول  
التكرارية وبعد الوسيط أحد المقاييس الهامة للتزعة المركزية ويقصد به القيمة  
الفرضية فى مجموعة من القيم التى تحتجز أسفلها عددا من القيم مساو لما تحتجزه  
أعلىها ويعنى ذلك ضرورة ترتيب القيم المختلفة تصاعديا أو تنازليا ، وفى حالة ما  
إذا كان لدينا عددا محدودا من القيم وكانت غير مصنفة فى جدول تكرارى وكان  
عددها فرديا فإن القيمة الوسطى فى هذه المجموعة هى وسيطها .

أما إذا كان عدد القيم زوجيا فإن متوسط القيمتين الوسيطتين تمثل الوسيط  
وقد درسنا الحالة التى تتساوى فيها القيمتين الوسيطيتين مع قيمة سابقة أو تالية  
لهما فى الترتيب وكيفية معالجة هذه الحالة .

وتستخدم المعادلة رقم ( ٢ : ٤ ) لحساب الوسيط من الجداول التكرارية كما  
سبق أن أوضحنا .

وباستخدام هذه المعادلة لحساب الوسيط من بيانات الجدول رقم ( ٢ : ٥ ) فإننا  
نتتبع الخطوات الآتية :

اولا : نحدد قيم رموز المعادلة وفقا لبيانات الجدول وحيث :

$$ح ا س = ٤٩٥$$

$$ن = ٥٠$$

$$م = ٩٥$$

$$ت ج = ٧$$



$$0 = 0$$

$$11 = 11$$

وبالتعويض فى المعادلة (٢ : ٤) نحصل على قيمة الوسيط كالآتى :

$$(٥) \quad \frac{٧٠ - ٥ \times ٥}{١١} + ٤٩,٥ = ٥$$

$$(٥) \quad \frac{٧٠ - ٥}{١١} + ٤٩,٥ =$$

$$٤٩,٩٥٥ = ٤٥٥ + ٤٩,٥ =$$

**مقارنة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة :**

إذا افترضنا أننا نتعامل مع توزيع اعتدالى مثالى فى خصائصه ، فسنجد أن المقاييس الثلاثة تتطابق فى نقطة واحدة وفى هذا التوزيع الاعتدالى سنجد أن خط الوسط هو الذى يحدد القيمة المتوسطة فيه أى المتوسط وسنجد أن أقصى ارتفاع له يمثل أعلى تكرار عند نقطة معينة فى هذا المنحنى أى المتوال . كما أن الخط نفسه هو الذى يقسم المنحنى الاعتدالى إلى نصفين متماثلين يقع نصف الحالات قبله ونصف الحالات بعده أى أنه الوسيط .

غير أن هذه الحالة لا توجد دائماً إذ كثيراً ما نجد لدينا توزيعات مفرطة أو ملتوية تؤدي إلى اختلاف المقاييس الثلاثة على امتداد التوزيع ، فإذا عدنا لحالات الالتواء الموجب و السالب التى عرضنا لها فى الفصل السابق فسنجد الآتى :

١- فى حالة الالتواء الموجب : وحيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليمين مقترفاً من المحور السينى، ستكون أكبر التكرارات (حيث المتوال) أقرب إلى مركز الجزء المنتفخ فى المنحنى يليها الوسيط الذى يحتل موقعا أقرب إلى منتصف التوزيع متحركاً نحو اليسار نتيجة لدخول القيم المتطرفة الكبيرة وقليلة العدد التى يمثلها ذيل المنحنى الموجب الالتواء ويقع المتوسط على يسار الوسيط معبرا عن القيمة المتوسطة حسابياً لمجموعة القيم التى يعبر عنها المنحنى (السيد، ١٩٧٩، ص ١٢٥-١٢٦) .

ب - في حالة **الانواء الصائب** ، وحيث يتجه ذيل المنحنى إلى اليسار مقتربا من نقطة الصفر على المنحنى السيني ، نجد انطباق نفس النمط من التوزيع ولكن مع اختلاف في الاتجاه فالمنوال يقع في مركز الجزء المنتفع من التوزيع (أى على اليمين هذه المرة وليس على اليسار) يليه الوسيط ثم المتوسط .

ويترتب على اختلاف شكل التوزيع ، أو كونه معتدلا أو ملتويا مزايا معينة في استخدام أحد هذه المقاييس الاحصائية دون الاخرين ، ويلخص خيرى (المصدر السابق : ١٩٦٢ ، ص ١٠٥) هذه المزايا فى الآتى :

(١- **المتوسط** : هو أكثر هذه المقاييس ثباتا وقابلية للاستخدام فى المعالجات الاحصائية التى تتلوه سواء لحساب تشتت التوزيع أو للخروج باستدلالات معينة من البيانات التى يحسب لها هذا المتوسط . كما يعد أفضل هذه المقاييس إذا كان التوزيع اعتداليا أو أقرب إلى الاعتدال .

ب - **الوسيط** : أسلوب سريع يوفر الجهد والوقت فى حالة الرغبة فى التوصل إلى مؤشر للترعة المركزية دون كثير من التدقيق - كما أنه يفضل المتوسط فى حالة التوزيعات الملتوية التواء واضحا (Peatman , 1963, P.72) عندما يكون ذيل المنحنى يمتد لمسافة طويلة معبرا عن وجود قيم شديدة التطرف . بالإضافة إلى أن الوسيط يساعد فى تحديد موقع قيمة معينة على التوزيع ، وما إذا كان هذا الموقع مرتفعا أو منخفضا وهى الحالة التى تعكسها المنينات ، كما تظهر ميزة أخرى للوسيط عندما يكون الحد الأدنى للفترة الصغرى غير معروف أو غير محدد ، أو إذا كان الحد الاقصى للفترة العليا غير معروف أو محدد أيضا ، بينما يتأثر المتوسط بشدة إذا وجدت إحدى هاتين الحالتين أو كلاهما .

ج - **المنوال** : يصبح هاما إذا كانت لدينا رغبة فى الحصول على تقدير لقيمة مركزية بسرعة دون اعتبار للدقة ، أو إذا كان هدف الباحث معرفة القيمة الشائعة أو التى يتفق فيها عدد كبير من افراد المجموعة .

### العلاقة النسبية بين المقاييس الثلاثة :

قد يحسب الباحث أحد المقاييس الثلاثة لتوزيع معين ، ثم يحسب مقياساً آخرًا ، ويمكن الاكتفاء بحساب أى مقياسين من الثلاثة ، واستنباط المقياس الثالث من خلال العلاقة النسبية بينهم وهى علاقة تقريبية لا تختلف الا اختلافات ضئيلة من حالة لأخرى وصفة عامة نجد دائما أن الفرق بين المتوسط الحسابى والمتوال يعادل ثلاثة أمثال الفرق بين المتوسط الحسابى و الوسيط ويؤدى هذا إلى امكان حساب أى منهما من الاثنين الاخرين كالآتى :

$$\begin{aligned}\text{المتوسط} &= \frac{3}{2} \text{الوسيط} - \frac{1}{2} \text{المتوال} \\ \text{الوسيط} &= \frac{1}{3} \text{المتوال} + \frac{2}{3} \text{المتوسط}\end{aligned}$$

$$\text{المتوال} = 3 \times \text{الوسيط} - 2 \times \text{المتوسط} \quad (\text{خيرى ، ١٩٦٣ ، ص ١٠٦})$$

## تقرينات على الفصل الخامس

١- احسب المتوسط باستخدام معادلات القيم الخام لبيانات الجدول الآتى والذى يمثل درجات مجموعة من الطلاب فى اختبار لسرعة الاداء الحركى :

٣٨	٣٨	٤٠	٤٢	٤٤
١٠	١٦	١٨	٢٠	٢٢
٣٢	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧
٢٤	٢٦	٢٧	٢٧	٢٨
٣٠	٢٨	٢٩	٣٠	٣٠

٢- احسب التواء التوزيع السابق لبيانات اختبار سرعة الاداء الحركى .

٣- احسب المتوسط بالطريقة المختصرة لبيانات المجموعة الآتية من الافراد والتى تمثل درجاتهم على اختبار للقلق :

٣٦	٣١	٢١	٣٨	٤٤	٥٢
٢٢	٢٢	٣٢	٥١	٦٢	٢١
٣١	٢٨	٤٦	١٦	٣١	٢٨
١٤	١٤	١٧	١٢	١٥	١٦
٢٨	٥٢	٢٨	٣٤	٥٤	٣١

٤- احسب متوسط المتوسطات للمجموعات الخمس المتساوية من الاطفال والذين يبلغ حجم كل مجموعة منهم ٢٧ والذين كانت متوسطاتهم على اختبار للقراءة كالاتى :

٢٢٫٤ ، ٢٧٫٣ ، ١٨٫٦ ، ٢١٫٠٤ ، ١٩٫٨

٥- قارن بين طريقة حساب المتوسط بالطريقة المطولة والطريقة المختصرة من خلال المثال الآتي مع توضيح مقدار الوفرة في الوقت و العمليات الحسابية :

جدول درجات ٦٠ طالبا في اختبار للقدرة المكانية

٣٦	٢٤	١٨	٢٢	٣١	٢٦
٣١	٤١	٢٢	٣١	٢٢	٤١
١٦	٢٢	٣٥	٤٢	١٥	٣٤
٢٤	٤١	٣٥	٣٣	٣١	٤١
٣٢	٣٦	٣٨	١٩	١٨	٢٦
٤١	١٩	٤١	٢٧	١٦	٣٥
١٩	٢١	٢٧	٢٤	١٩	٢٢
٣٢	٣٥	٢٢	١٩	٤١	٣١
١٧	١٩	٣٤	٣٢	٣٢	١٦
١٩	٢٢	٣٩	٣٠	١٨	٢٣

٦- حدد الفئة المتوالية واحسب المتوال ، وقارنه بالوسيط لبيانات الجدول السابق ثم استخرج من هذه البيانات المتوسط الحسابي ، وقارن قيمته بالقيمة المحسوبة في التمرين السابق .

٧- طبق اختبار القبول في الكليات على مجموعة من ١٢ طالبا حصلوا فيه على الدرجات الآتية :

٤١٦ ، ٣٤١ ، ٤٩١ ، ٢١٩ ، ٣١٢ ، ٣٨٧ ، ٤٣٩ ، ٢٨٢ ، ٣٤٧ ، ٤٣٩ ، ٢٨١ ، ١٨٩ .

احسب متوسط هؤلاء الطلاب بحذف أو اضافة ثابت حسبما يقتضى الأمر ثم  
احسب المتوسط العام لهذه المجموعة ومعها المجموعات الاربع الأتى ببيانها والخاصة  
بطلاب آخرين على الاختبار نفسه :

$$(أ) \quad ٣٢٢ = \text{م}_١ \quad , \quad ٣٦ = \text{ن}_١$$

$$(ب) \quad ٤١٢ = \text{م}_٢ \quad , \quad ٢٢ = \text{ن}_٢$$

$$(ج) \quad ٣٥٤ = \text{م}_٣ \quad , \quad ١٦ = \text{ن}_٣$$

$$(د) \quad ٣٢٢ = \text{م}_٤ \quad , \quad ٥٤ = \text{ن}_٤$$

## الفصل السادس

### التباين ومقاييسه

درسنا فى الفصل السابق مقاييس النزعة المركزية<sup>(١)</sup> والى تقصد بها المقاييس التى توفر لنا استخدام تعبير احصائى واحد ، يشير إلى قيمة متوسطة تصف توزيع مجموعة من الدرجات أو القيم ، وعرفنا خلال دراستنا هذه انه توجد مقاييس متعددة للنزعة المركزية ، منها المتوسط والمتوال و الوسيط وان المتوسط يعد أهمها على الاطلاق نظرا لدقته ، ولضرورة تقديره بهدف استخدامه فى معالجات إحصائية تالية .

وبينما توفر لنا مقاييس النزعة المركزية تقديرا لقيمة وسطى تعبر عن المجموعة ، الا انها لا توفر لنا فهما كاملا عن مدى تشتت قيم هذه المجموعة عن المتوسط ، لذا نحتاج بالإضافة إليها إلى تقدير آخر للتباين<sup>(٢)</sup> ، أو التشتت ، الذى تتوزع فى مدها مجموعة الدرجات ، وعلينا الآن أن نناقش هذا المفهوم : التباين أو التشتت<sup>(٣)</sup> ، والمقاييس التى تعبر عنه .

#### ١- المدى المطلق :

لنبدأ أولا بافتراض اننا اخترنا مجموعتين صغيرتين من الاطفال باختبار للمفردات وكانت درجات المجموعة الاولى كالآتى :

١٤ ، ١١ ، ٩ ، ١٠ ، ٨ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٥ ، ٨ ، ١١ ، ومتوسطها ١١ .

بينما كانت درجات المجموعة الثانية كالتالى :

٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، ٤ ، ٣٠ ، ١٢ ، ٢٨ ، ٣ ، ٢٣ ومتوسطها ١١ أيضا .

Variability (٣)

Central Tendency (١)

Dispersion (٢)

يتضح هنا أن المقارنة بين المجموعتين بحكم متوسطيهما ستكون مضللة . فالمتوسطان متساويان (١١ فى الحالتين) غير أن مدى الدرجات فى المجموعة الأولى من الاطفال يتراوح بين ٨ ، ١٥ (أى أن المدى =  $15 - 8 = 7$ ) بينما المدى الخاص بالمجموعة الثانية يتراوح بين ١ ، ٣٠ (أى أن المدى =  $30 - 1 = 29$ ) . ويعنى هذا أننا نتعامل فى حقيقة الامر مع مجموعتين غير متشابهتين رغم أن لهما نفس المتوسط . ولهذا السبب يعد استخدام المتوسط وحدة كقياس احصائى لوصف مجموعة من الدرجات ، أو المقارنة بين مجموعتين من الدرجات مصدر خطورة وعدم دقة .

فاذا استفدنا من هذه المعلومة الجديدة عن خصائص هاتين المجموعتين من الأطفال فيمكن أن نقرب إلى الصواب أن نقول أن متوسط الاولى ١١ ومداها ٨ بينما متوسط الثانية ١١ ومداها ٣٠ .

ويعنى استخدام هذا المفهوم الوصفى الجديد (المدى) أن المجموعة الأولى مجموعة متجانسة<sup>(١)</sup> ، لدى الأطفال فيها قدرة لفظية مقاربة بحكم عدد ما يعرفه كل منهم من مفردات فجميعهم شديد القرب من المتوسط ، أما المجموعة الثانية فغير متجانسة<sup>(٢)</sup> إذ أن الأطفال فيها متفاوتين فى قدرتهم تفاوتاً كبيراً ، فالفرق أو المدى بين قدرة أضعفهم وقدرة اقراهم كبيراً ومتسعاً للغاية . يقدم لنا "المدى" إذن مقياساً للتشتت ، مقياساً لاتساع المسافة التى تحتلها القيم ، فى مقابل مقياس المركز الذى يعبر عنه المتوسط ، غير أن المدى يبدو مناسباً لتوضيح مفهوم التباين أو التشتت أكثر من مناسبته لقياس هذا التباين أو التشتت ، إذا لو فحصنا حالة افتراضية أخرى فسنجد أن المدى مضلل أحياناً بما يجعله قليل القيمة فى مجموعتين من الدرجات كالآتى :

(١) ٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، ٣٠ ، ٢٨ ، ٣ ، ٢٧

(ب) ٢ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، ٥ ، ٨ ، ٣ ، ٧ ، ٧١



نجد أن المجموعة الأولى مداها ٣١ بينما المجموعة الثانية مداها ٧٢ ومع ذلك فالمجموعة الثانية تبدو أكثر تجانساً لو استبعدنا القيمة الوحيدة المتطرفة في المجموعة أى ال ٧١ .

نستخلص من هذا أن قيمة واحدة متطرفة سواء ارتفعاً أو أنخفاضاً تؤثر بشكل ظاهري في المدى ، وتؤدي إلى عدم وضوح خصائص توزيع الدرجات ، ورغم أنه يمكن استخدام المدى للأشارة إلى تشتت مجموعة من الدرجات إلا أن هذا الاستخدام محدود ، وهو ممكن إذا رغبتنا في تقديم مؤشر سريع للتباين ، وقد عرفنا من قبل أننا نبدأ عند وضع الجداول التكرارية بتحديد المدى لتقسيمه إلى الفئات ولهذا فإن امكانات المدى في المقارنة بين مجموعتين إنما يقتصر على الحالات التي تكون فيها المجموعتين متماثلين في عدد الحالات بحيث يُبرز لنا المدى إذا ما كانت هناك حالات شديدة التطرف في مجموعة دون الأخرى أم لا ، أما في المقارنات العلمية الأكثر دقة فلا يمكننا الاعتماد عليه ويتطلب الأمر البحث عن مقياس آخر.

#### ب - نصف المدى الربيعي (١) :

ظهر لنا أن مشكلة المدى المطلق هي احتمال وجود قيم شديدة التطرف صفراً أو كبيراً فإذا أردنا تجنب هذه المشكلة فيمكننا التفكير في طريقة نستبعد بها هذه القيم المتطرفة لنحصل على تقدير أكثر دقة للتشتت يستبعد هذه الحالات الشاذة ، وهذا ما فكر فيه الاحصائيون بالفعل وانتهوا إلى امكان وضع مقياس جديد للتشتت نستبعد فيه الربيعين المتطرفين في أي مجموعة مرتبة من القيم أي أصغر ربع وأكبر ربع من هذه القيم وهما الربعان اللذان يمكن أن توجد بهما الحالات المتطرفة في الصفر أو الكبير لتقتصر على النصف الأوسط فقط من القيم ونحسب المدى الذي تتراوح بينه هذه المجموعة المتوسطة ثم نحسب نصف هذا المدى ويطلق على هذا المقياس الجديد " نصف المدى الربيعي " .

وقد عرفنا عند دراسة التوزيعات التكرارية في الفصل الرابع أننا نستطيع حساب الوسيط من التكرار المتجمع الصاعد ، باعتباره النقطة التي تنقسم عندها

مجموعة الدرجات إلى نصفين يزيد عنها ٥٠٪ من الدرجات ويقل عنها ٥٠٪ ، وعلى امتداد التكرار المتجمع الصاعد ( وكذلك المنحنى المتجمع الصاعد الممثل له ) نستطيع أن نجد نقطتين أخريتين نستخدمهما في حساب نصف المدى الربيعي :

**النقطة الاولى :** هي الربيع الأدنى (١) وهو النقطة التي تحجز تحتها ربع أفراد المجموعة ( أو ٢٥٪ منهم ) فإذا بدأنا من أعلى الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وقمنا بعد القيم في الفئات المختلفة حتى وصلنا إلى القيمة التي يقل عنها ربع أفراد المجموعة فإن هذه القيمة تمثل الربيع الأدنى والذي نشير اليه رمزيا بالرمز الآتي (ر١) .

**النقطة الثانية :** هي الربيع الأعلى (٢) وهي النقطة التي يوجد أعلاها ربع أفراد المجموعة (ويقل عنها ٧٥٪ من أفراد المجموعة) ونشير اليها رمزيا بالرمز الآتي : (ر٢) وبين هاتين النقطتين سنجد ٥٠٪ من الحالات وسنجد نقطة ماثلة عند المنتصف هي الوسيط فإذا اعتبرنا الربيع الأدنى هو الربيع الأول فإن الوسيط هو الربيع الثاني والربيع الأعلى هو الربيع الثالث وبذلك تنقسم أية مجموعة من الدرجات إلى أربعة أرباع والنقطة الفاصلة بين كل ربع وآخر هي الربيع فيكون المجموع ثلاثة ربيعات .

ويحسب نصف المدى الربيعي بالمعادلة الآتية :

$ب = \frac{ر٢ - ر١}{٢}$	$(١ : ٦)$
-------------------------	-----------

حيث ب = نصف المدى الربيعي

ر٢ = الربيع الأعلى ، الربيع الأدنى على الترتيب

ويوضح المثال التالى طريقة حساب نصف المدى الربيعي من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد رقم (١ : ٦) :

Q<sub>3</sub> (٢)

Q<sub>1</sub> (١)

جدول رقم (٦:١)

خطوات حساب نصف المدى الربيعي من جدول التكرارات المتجمع الصاعد

ف	ك	ك <sub>م</sub>
٤٩	١	١
٥٩	١	٢
٦٩	١	٣
٧٩	٢	٥
٨٩	٨	١٣
٩٩	٣٢	٤٥
١٠٩	٣٥	٨٠
١١٩	٣٨	١١٨
١٢٩	٢٨	١٤٦
١٣٩	٨	١٥٤
١٤٩	٣	١٥٧
١٥٩	٢	١٥٩
١٦٩	١	١٦٠

$$\text{بما أن } n = ١٦٠ \text{ فإن الربيع الأدنى} = \frac{n}{4} = \frac{١٦٠}{4} = ٤٠$$

$$\text{ويساوى الربيع الأعلى} = ٣ \times \frac{n}{4} = ٣ \times \frac{١٦٠}{4} = ١٢٠$$

فإذا بدأنا من أعلى الجدول بفحص العمود الثالث الذي يمثل التكرار المتجمع فسنجد أن هناك ١٣ تكرارا حتى نهاية الفئة ٨٠ - ٨٩ فإذا ارتفعنا إلى الفئة التالية لها فسنجد أن عدد التكرارات يبلغ ٤٥ و لكننا نحتاج إلى ٤٠ تكراراً فقط وبما أن تكرارات هذه الفئة وحدها عددها ٣٢ \* تكرارا مشتتة على مدى الفئة

(\*) انظر العمود الثاني من الجدول .

٩٠-٩٩ بالتساوى حسب فروضنا السابقة فان الربيع الأدنى سيكون بداية الفئة\*  

$$+ \frac{٢٧}{٣٢}$$
 من تكرارات هذه الفئة. ولان البداية الحقيقية لهذه الفئة هي ٨٩,٥ ,  
 إذن فالربيع الأدنى = ٨٩,٥ +  $\frac{٢٧}{٣٢}$  من طول الفئة (البالغ ١٠) أى يساوى =  
 $٨٩,٥ + \frac{٢٧}{٣٢} (١٠) = ٨٩,٥ + ٨,٤ = ٩٧,٩$  وبالمثل يساوى الربيع الأعلى  
 نهاية الفئة ١١٠ - ١١٩ أى ١١٩,٥ +  $\frac{٢}{٢٨} (١٠)$  حيث يبلغ مجموع  
 التكرارات حتى نهاية الفئة ١١٩ عدد ١١٨ تكرارا ونحتاج لتكرارين من ٢٨  
 تكرارا فى الفئة ١٢٠ - ١٢٩ يتشتتون على امتداد طول الفئة البالغ ١٠  
 درجات.

$$\text{وبذلك يكون الربيع الأعلى} = ١١٩,٥ + \frac{٢}{٢٨} (١٠) = ١١٩,٥ + ٠,٧ = ١٢٠,٢ =$$

$$\text{ويكون نصف المدى الربيعى} = \frac{١٢٠,٢ - ٩٧,٩}{٢} = \frac{٢٢ - ١٧}{٢} = ١١,١٥$$

وبلاحظ أن خطوات تحديد الربيع الأدنى والربيع الأعلى هي نفسها خطوات  
 تحديد المتين ٢٥ والمتين ٧٥ باستخدام المعادلة (٤:٢) .

ويستطيع القارئ الرجوع إلى هذه المعادلة فى الفصل الرابع لاستخدامها فى  
 تحديد المتين ٢٥ ، ٧٥ و اللذين يساويان الربيع الأدنى والربيع الأعلى فى أى  
 توزيع متجمع .

#### جـ - الانحراف المتوسط<sup>(١)</sup> :

الانحراف المتوسط مقياس آخر من مقاييس التشتت يتميز بأنه لا يضع فى  
 اعتباره قيمتين من قيم التوزيع ، سواء القيمتين المتطرفتين كما نفعل فى المدى ،

أو القيمتين اللتين تحصران النصف الأوسط من المجموعة كما نفعل في نصف المدى الربيعي ، بل يتميز الانحراف المتوسط بسمتين تعالجان عيوب المقياسين السابقين ، فهو لا يقوم على قيمتين فقط بل على كل القيم ، ومن ناحية أخرى لا يستبعد الحالات المتطرفة ، أو يؤدي إلى نتيجة غير دقيقة لها ، بل يضعها في اعتباره معالجا لها في ضوء تقدير متوسط لدى تشتتها عن القيمة المركزية .

ويعتمد هذا المقياس على فكرة الانحراف عن المتوسط ، وقد سبق أن ذكرنا في أحد تعريفاتنا للمتوسط انه النقطة الوحيدة في التوزيع التي يكون المجموع الجبري لانحراف القيم عنها صفرا ، معنى هذا إننا لا نستطيع أن نحصل على متوسط لمجموع الانحرافات ، إذ أن الانحرافات السالبة ستساوي الانحرافات الموجبة وهو ما يوضحه الجدول الآتي رقم ( ٦ : ٢ ) .

جدول رقم (٦:٢)

المجموع الجبري للانحراف عن المتوسط

س	ح
٦	١-
١	٦-
٩	٢+
٤	٣-
١٠	٣+
٨	١+
٦	١-
١٢	٥+
س = ٥٦	١١+
س = ٧	١١-
	صفر

غير أننا نستطيع أن نعالج هذه الحالة بإجراء آخر يمكننا من الاعتماد عن المجموع الجبرى الصفرى القيمة هنا ، وهذا الإجراء هو إلغاء الاشارات ( السالبة والموجبة ) أو حساب انحراف كل قيمة عن المتوسط دون اعتبار لما إذا كان هذا الانحراف موجبا أم سالبا . من ذلك أن القيمة الأولى فى الجدول السابق وهى ١٢ تنحرف عن المتوسط ٧ بخمس درجات ولا يهم هنا إذا كان هذا الانحراف موجبا أم سالبا ، وبالمثل القيمة الثانية تنحرف درجة واحدة دون اعتبار للاشارة ، وهكذا نستطيع فى هذه الحالة أن نجعل الانحرافات ، وستكون النتيجة بعيدة عن الصفر . وهى فى حالة الجدول (٦:٢) تساوى ٢٢ ، ومتوسط الانحرافات أى مجموعها على عدد القيم أى على ن =  $\frac{22}{8}$  = ٢٫٧٥ ، حيث ن = ٨ .

وبهذا يكون الانحراف المتوسط عبارة عن : « متوسط الانحرافات المطلقة عن المتوسط » ويمكننا صياغته رمزيا فى المعادلة الآتية :

$$\bar{C} = \frac{\sum C}{n} \quad ( ٦ : ٢ )$$

حيث م = الانحراف المتوسط

$\bar{C}$  = الانحراف المطلق

ن = عدد القيم

ورغم بساطة وسهولة هذا الأسلوب إلا أنه أصبح قليل الاستخدام الآن ولا يلجأ إليه الباحثون عادة فى معالجاتهم نتيجة لكونه مؤشر محدود وأن كان مفيدا ، إلا أنه لا يستخدم فى المعالجات الاحصائية التالية . وقد حل الانحراف المعيارى بديلا أكثر كفاءة محل الانحراف المتوسط .

## الانحراف المعياري:

يعد الانحراف المعياري افضل مقاييس التباين أو التشتت على الاطلاق فهو يتميز عن كل المقاييس التى عرضنا لها بأنه يدخل فى اعتباره كل القيم سواء المتمركزة حول المتوسط أو المتطرفة ، ويدخل فى اعتباره مواضع القيم بالنسبة للمتوسط ، بحيث يسهل بمقارنة المتوسط بالانحراف المعيارى لأى توزيع ، التعرف على موقع تراكم الجزء الاكبر من الدرجات وبالتالي معرفة ما إذا كان التوزيع اعتداليا أو ملتويا وإن كان لهذه النقطة مقاييسها التى سنشير إليها بعد قليل ، يضاف إلى ذلك انه يعد خطوة هامة فى المعالجات الاحصائية التالية من ذلك حساب الارتباطات ، أو المقارنة بين المجموعات المختلفة.

### طرق حساب الانحراف المعياري<sup>(١)</sup>:

يعد الانحراف المعيارى - كما ذكرنا - وسيلة أفضل وأكثر دقة وأكثر دلالة فى الإشارة إلى التشتت أو التباين<sup>(٢)</sup> الذى تتراوح بينه مجموعة معينة من الدرجات ، كما أنه يستخدم - مثله فى ذلك مثل المتوسط الحسابى - فى معالجات تالية للبيانات فى مراحل أكثر تعقداً ، والطريقة المباشرة لحساب الانحراف المعيارى تبدأ من حساب انحراف كل قيمة عن المتوسط . ولكننا لانحسب متوسط الانحراف كما سبق أن فعلنا إذ يتعين التذكير مرة أخرى إن متوسط هذه الانحرافات كان صفراً وسيظل صفراً فى اية حالة طالما حساباتنا صحيحة ، لأن مجموع الانحرافات السالبة يساوى مجموع الانحرافات الموجبة ، وللخروج من هذا المأزق نلجأ لحيلة رياضية للتخلص من هذا المتوسط الصفري للانحرافات ، وتتلخص هذه الحيلة فى أن نقوم بتربيع كل انحراف ( بضرب كل انحراف فى نفسه ) أولاً ثم نجمع مجموع المربعات ونقسمه على عدد الانحرافات (وهو نفسه عدد القيم لان لكل قيمة انحراف عن المتوسط ) وبعد ذلك نعود لنستخرج الجذر التربيعى لمتوسط هذه الانحرافات اذن فالمحيلة التى لجأنا اليها هى أن نبدأ بتربيع القيم ثم نعود لاستخراج الجذر التربيعى لما سبق أن ربعناه ، ونحن نعلم أن تربيع أى قيمة معناها ضربها فى نفسها

Variance (٢)

Standard Deviation (١)

من ذلك أن مربع ٥ هو ٢٥ (٥ × ٥ = ٢٥) وإعادة حساب الجذر التربيعي لـ ٢٥ يؤدي إلى العودة لـ ٥ حيث (٥ = √٢٥) وتنتج هذه الطريقة غير المباشرة في التربيع ثم حساب متوسط المربعات وإعادة استخلاص الجذر التربيعي للقيمة في التخلص من تأثير تعادل الاشارات السالبة والموجبة وعلى ذلك يكون الانحراف المعياري عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الانحرافات وتصاصغ هذه العبارة رمزياً كالآتي :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum C^2}{n}} \quad (٦ : ٣)$$

حيث  $\sigma$  = الانحراف المعياري

$C$  = الانحراف عن المتوسط

$n$  = عدد القيم

فاذا طبقنا هذه المعادلة على مثال قطع الحلوى الذي تناولناه عند حديثنا عن المتوسط والانحرافات عن هذا المتوسط في الفصل الخامس فسنجد الآتي :

س	C	C <sup>2</sup>
٧	١-	١
٥	٣-	٩
٨	صفر	صفر
٩	١+	١
١١	٣+	٩
Σ س = ٤٠	صفر	٢٠

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum C^2}{n}} = \sqrt{\frac{٢٠}{٥}} = \sqrt{٤} = ٢$$



إذن هذه المجموعة من القيم متوسطها ٨ وانحرافها المعياري ٢ ولأن هذا الانحراف المعياري يشير لتشتت النسبة الكبرى من القيم ارتفاعا وانخفاضاً عن المتوسط فالتأثير مقياساً للانحراف الأعلى والأدنى عن المتوسط . وعادة ما نستخدم هذا التعبير الاصطلاحي في الإشارة إليه  $\pm 2$  أي أن المتوسط في مثالنا ٨ وانحرافه المعياري  $\pm 2$  عن هذا المتوسط  $\pm 2$  .

### طرق حساب الانحراف المعياري من البيانات الخام:

تتعدد طرق حساب الانحراف المعياري ولكل طريقة منها مزايا معينة تختلف بها على غيرها وتعتمد هذه المزايا على الموقف الذي تستخدم فيه هذه الطريقة أو تلك وطبيعة البيانات التي تحلل .

### ١ - حساب الانحراف المعياري لبيانات غير المصنفة في فئات أو موزعة في جدول تكراري:

نجد في هذا الأسلوب طريقتين أحدهما مطولة والأخرى مختصرة ، وميزة الطريقة المطولة تظهر بوضوح في حالة المجموعات الصغيرة من القيم ، أما إذا كانت مجموعة القيم كبيرة فإن كمية العمل تتزايد وتصبح مستهلكة للوقت ، ولاتساوى الفروق الضئيلة في الدقة التي نفتقدها في الطريقة المختصرة .

#### ١- الطريقة المطولة :

وفي هذه الطريقة نحسب المتوسط أولاً ، ثم نحسب انحرافات كل قيمة عن المتوسط والتباين والانحراف المعياري وذلك وفقاً للخطوات الآتية المطبقة على بيانات الجدول الآتي رقم (٣ : ٦) والذي يبين العمود الأول فيه . القيم أو الدرجات ويبين العمود الثاني الانحراف عن المتوسط ويبين العمود الثالث مربع الانحرافات .

---

(٥) التباين هو مربع الانحراف المعياري ، وحتى الآن يصبح  $\frac{\sum C^2}{n}$  أي بدون حساب جذر هذه القيمة .

**جدول رقم (٦٣)**  
**خطوات حساب المتوسط والتباين**  
**والانحراف المعياري بالطريقة المخطوطة**

(١) س	(٢) ح	(٣) ح <sup>٢</sup>
٦٥	١٣	١٦٩
٣٠	٢٢-	٤٨٤
٥٢	صفر	صفر
٧١	١٩	٣٦١
٤٢	١٠-	١٠٠
٢٦٠ =	= صفر	١١١٤

١- المتوسط :

$$٥٢ = \frac{٢٦٠}{٥} = \frac{\sum س}{ن} = \bar{س}$$

٢- التباين :

$$٢٢٢,٨ = \frac{١١١٤}{٥} = \frac{\sum ح^٢}{ن} = \bar{ح^٢}$$

٣- الانحراف المعياري :

$$١٤,٩ = \sqrt{٢٢٢,٨} = \sqrt{\frac{١١١٤}{٥}} = \sqrt{\frac{\sum ح^٢}{ن}} = \sigma$$

## ٢- الطريقة المختصرة:

أما في الطريقة المختصرة فنستخدم معادلة أخرى للانحراف المعياري ، نجربنا حساب انحرافات كل قيمة عن المتوسط ، وميزة هذه الطريقة تبرز في حالة ما إذا كانت القيم كثيرة وكان المتوسط يتضمن أرقاما عشرية ، حيث يمثل ذلك صعوبة تتمثل في أن كل الانحرافات ستتضمن كسورا عشرية ، وهو ما يؤدي إلى الوقوع في الخطأ بسهولة عند حساب الانحرافات ، مع صعوبة تربيعها وتقريب النتيجة ، ثم جمع المربعات ، لهذا يفضل استخدام هذه المعادلة في الطريقة المختصرة .

$$E = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} \quad (٦ : ٤)$$

حيث ع = الانحراف المعياري

$\sum x^2$  = مربع القيمة

$\bar{x}$  = مربع المتوسط

n = عدد القيم

أي أننا نقوم في هذه الحالة بتربيع كل قيمة على حدة دون حساب انحرافها عن المتوسط ، وكما نجمع القيم لحساب المتوسط نجمع أيضا مربعات القيم ، ثم نقوم بتربيع المتوسط ، ونقوم بقسمة مجموع مربعات القيم على عددها وأخيرا نطبق المعادلة .

وباستخدام هذه المعادلة لحساب المتوسط والانحراف المعياري لدرجات ٥٠ طالبا في اختيار غير لفظي للذكاء حسب الجدول (٦:٤) نحصل على النتيجة وفقا للخطوات المبينة كالآتي :

جدول رقم (٦:٤)

حساب المتوسط والانحراف المعياري بالطريقة المختصرة

س (٣)	س (٢)	مسلسل (١)	س (٣)	س (٢)	مسلسل (١)
٤.٩٦	٦٤	٢٦	٤٢٢٥	٦٥	١
٢٨.٩	٥٣	٢٧	٩.٠	٣.٠	٢
٤٦٢٤	٦٨	٢٨	٢٧.٤	٥٢	٣
٤٤٨٩	٦٧	٢٩	٥.٤١	٧١	٤
٢٧.٤	٥٢	٣.٠	١٧٦٤	٤٢	٥
٣٨٤٤	٦٢	٣١	٤٦٢٤	٦٨	٦
٢٧.٤	٥٢	٣٢	١٢٩٦	٣٦	٧
٢٩١٦	٥٤	٣٣	١٧٦٤	٤٢	٨
٢٦.١	٥١	٣٤	١٢٩٦	٣٦	٩
٢٨.٩	٥٣	٣٥	٢٥.٠	٥.٠	١٠
٣٩٦٩	٦٣	٣٦	١٣٦٩	٣٧	١١
٣٦.٠	٦.٠	٣٧	٢٦.١	٥١	١٢
٢.٢٥	٤٥	٣٨	٣٤٨١	٥٩	١٣
٢٢.٩	٤٧	٣٩	١٢٩٦	٣٦	١٤
١٩٣٦	٤٤	٤.٠	٢١١٦	٤٦	١٥
٢٧.٤	٥٢	٤١	٣١٣٦	٥٦	١٦
٢.٢٥	٤٥	٤٢	٢٩١٦	٥٤	١٧
٢.٢٥	٤٥	٤٣	١٧٦٤	٤٢	١٨
٢٥.٠	٥.٠	٤٤	٣٦١	١٩	١٩
٢٣.٤	٤٨	٤٥	٣٢٤٩	٥٧	٢٠
٢٤.١	٤٩	٤٦	٣١٣٦	٥٦	٢١
١٢٩٦	٣٦	٤٧	٣.٢٥	٥٥	٢٢
٣٧٢١	٦١	٤٨	٣٤٨١	٥٩	٢٣
٩٦١	٣١	٤٩	٤٢٢٥	٦٥	٢٤
٢٣.٤	٤٨	٥.٠	١٥٢١	٣٩	٢٥

$$١٣٣٣٦٧ = \sum 3$$

$$٢٥٤٦.٢ = \sum 2$$

$$٢٥٢٣ = \sum 3$$

$$٥.٠, ٤٦ = \frac{\sum 3}{n} = f$$

بالتعويض فى المعادلة ( ٤ : ٦ ) نحصل على النتيجة الآتية :

$$\begin{aligned}
 \text{ع} &= \sqrt{\frac{13337}{0.} - \frac{2(2006)}{0.}} \quad (\text{لاحظ م} = \frac{2006}{0.} = 0.46) \\
 &= \sqrt{2(0.46) - 2667.36} \\
 &= \sqrt{2046.2 - 2667.36} \\
 &= \sqrt{121.14} \\
 &= 11.006
 \end{aligned}$$

وتصلح الطريقة المختصرة لحساب المتوسط والانحراف المعيارى للبيانات غير المبوية فى حالة توفر ماكينة حاسبة ، حيث يتم تربيع القيم مرة أخرى على التوالى وجمعها فى الوقت نفسه مما يسهل العمليات الحسابية .

ويلاحظ أن بعض المصادر الاحصائية تميل لاستخدام المعادلة الآتية للانحراف المعيارى :

$$\begin{aligned}
 \text{ع} &= \frac{\sum Z^2}{n-1} \quad \text{بدلا من المعادلة التى عرضنا لها رقم ( ٣ : ٦ )} \\
 \text{وهى ع} &= \frac{\sum Z^2}{n} \quad \text{أى أن الفارق هنا هو أن مقام المعادلة أصبح ن - ١}
 \end{aligned}$$

وأستخدم ن-١ بدلا من ن فقط يؤدى فى حقيقة الامر إلى تصحيح قدر من الخطأ فى حساب الانحراف المعيارى للعينات ، فالعينة مهما كبر حجمها تظل متجانسة بالمقارنة بالمجتمع ، وبالتالي يؤدى استخدام ن فقط إلى صغر حجم الانحراف المعيارى للعينة بلا مبرر وتصيح قيمته دائما أقل من قيمة الانحراف المعيارى للمجتمع ، والواقع أن هذا الفارق بين المعادلتين قد يكون مبررا نظريا كما قد يكون كبير الاهمية فى العينات الصغيرة منه فى العينات الكبيرة (Downie & Heath , 1974 , P.54 )

ومع ذلك فيمكن بصفة عامة . وعلى سبيل التبسيط استخدام المعادلة التي يتم فيها القسمة على ن فقط دون خوف من الاعتماد كثيرا على الدقة .

### حساب الانحراف المعياري من البيانات المصنفة :

ذكرنا عند عرضنا لطرق حساب المتوسطات اننا نستطيع حساب المتوسط من الجداول التكرارية بأكثر من طريقة ، من ذلك الطريقة المطولة والطريقة المختصرة .

ولأننا عادة نستمر بعد حسابنا للمتوسط في إجراء العمليات الإحصائية التالية عليه لأستخلاص قيمة الانحراف المعياري لهذا المتوسط فنستخدم هنا البيانات السابقة نفسها والتي عرضنا لها في جدول ( ٢ ، ٣ : ٥ ) لنوضح خطوات حساب الانحراف المعياري بالطريقتين :

#### ١- الطريقة المطولة :

يمثل الجدول الآتي بأعمدته الأربعة الأولى بيانات ٥٠ طالبا اختبروا باختبار المصنفات المتدرجة لقياس الذكاء وصنفت الدرجات في فئات في العمود الأول وتكرارات هذه الفئات في العمود الثاني ومراكز الفئات في العمود الثالث وحاصل ضرب مركز كل فئة في تكرارها في العمود الرابع وهي البيانات الأساسية التي استخدمناها في حساب المتوسط .

#### وحسب الانحراف المعياري بالاتباع الخطوات الآتية :

١- يضاف عمود جديد ( عمود خامس ) للجدول نطلق عليه ( ح ) نضع فيه قيم انحراف مراكز الفئات عن المتوسط ، فمثلا القيمة الأولى في هذا العمود ( من أعلى ) عبارة عن مركز هذه الفئة أي ٣٢ ( طبقا للمبين في العمود رقم ٣ ) مطروحا منه المتوسط الذي سبق أن قمنا بحسابه لبيانات هذا الجدول أي :

$$٣٢ - ٥١,٧ = - ١٩,٧ \text{ وانحراف الفئة التالية هو :}$$

$$٣٧ - ٥١,٧ = ١٤,٧$$

ويلاحظ بالطبع أن حوالى نصف قيم هذا العمود سيكون بالسلب نتيجة لأن مراكز بعض الفئات أكبر من المتوسط ، ومراكز البعض الآخر أصغر من المتوسط .

٢- يضاح عمود سادس نطلق عليه ك ح نضع فيه حاصل ضرب الانحرافات (لكل صف من صفوف العمود الخامس ) مضروباً في التكرار المناظر له ( من صفوف العمود ١٢ ) مثال ذلك الفئة الاولى (من اعلى) انحرافها -١٩,٧ وتكرارها ٢ فتكون القيمة المناظرة لها من العمود السادس ٣٩٤ر٤ (-١٩,٧ × ٢) وفي الفئة التالية لها -٥٨,٨ وهي ناتجة عن ضرب -١٤,٧ × ٤ ، وهكذا .

### جدول (٦٥)

خطوات حساب الانحراف المعياري بالطريقة المطولة

ف (١)	ك (٢)	م ف (٣)	م ف × ك (٤)	ح (٥)	ك ح (٦)	ح <sup>٢</sup> (٧)	ك ح <sup>٢</sup> (٨)
٢٤-	٢	٢٢	٦٤	١٩,٧-	٢٩,٤-	٢٨٨,٠٩	٧٧٦,١٨
٢٩-	٤	٣٧	١٤٨	١٤,٧-	٥٨,٨-	٢١٦,٠٩	٨٦٤,٣٦
٤٤-	٧	٤٢	٢٩٤	٩,٧-	٦٧,٩-	٩٤,٠٩	٦٥٨,٦٣
٤٩-	٧	٤٧	٣٢٩	٤,٧-	٢٢,٩-	٢٢,٠٩	١٥٤,٦٣
٥٤-	١١	٥٢	٥٧٢	٠,٢	٢,٢	٠,٠٩	٠,٩٩
٥٩-	٧	٥٧	٣٩٩	٥,٢	٢٧,١	٢٨,٠٩	١٩٦,٦٣
٦٤-	٦	٦٢	٣٧٢	١٠,٢	٦١,٨	١٠٦,٠٩	٦٣٦,٥٤
٦٩-	٥	٦٧	٣٣٥	١٥,٢	٧٦,٥	٢٣٤,٠٩	١١٧٠,٤٥
٧٤-	١	٧٢	٧٢	٢٠,٢	٢٠,٢	٤١٢,٠٩	٤١٢,٠٩
$\Sigma = ٥٠ \quad \Sigma = ٢٥٨٥ \quad \Sigma \text{ ك ح} = \text{صفر} \quad \Sigma = ٤٨٧٠,٥$							

٣- نقوم بحساب مربع انحرافات كل فئة ونرصد القيمة في العمود السابع ونطلق عليه ح<sup>٢</sup> . مثال ذلك مربع انحرافات الفئة الاولى في الجدول (من اعلى) هي -١٩,٧ × -١٩,٧ = ٣٨٨ر٠٩ والفئة التالية ١٤,٧ × ١٤,٧ = ٨٦٤,٣٦ وهكذا .

٤- تضرب مربع الانحرافات فى التكرارات ونضع الناتج فى العمود رقم ٨ ونطلق عليه ك ح<sup>٢</sup> . مثال ذلك الفئة الاولى ( من أعلى الجدول ٣٨٨,٠٩ x ٢ = ٧٧٦,١٨ والفئة الثانية ٢١٦,٠٩ x ٤ = ٨٦٤,٣٦ وهكذا .

٥- نجمع قيم العمود الاخير ( رقم ٨ ) ونضع المجموع أسفله .

٦- يحسب الانحراف المعيارى بقسمة مجموع مربعات الانحرافات المضروبة فى مراكز الفئات على التكرارات ثم نستخرج الجذر التربيعى . أى أن المعادلة الخاصة بالانحراف المعيارى هى الآتى :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum K \cdot \bar{X}^2}{n}} \quad (٦:٥)$$

حيث : ع = الانحراف المعيارى

ح<sup>٢</sup> = انحراف مركز الفئة عن المتوسط

ك = تكرار الفئة

ن = مجموع القيم أو التكرارات

وبالتعويض فى هذه المعادلة من بيانات الجدول السابق نحصل على قيمة الانحراف المعيارى لمتوسط قيم هذا الجدول كالآتى :

$$ع = \sqrt{\frac{٤٨٧٠,٥}{٥}} = ٩,٨٧$$

ب- الطريقة المختصرة:

تتميز هذه الطريقة كما يبدو من اسمها ببساطة العمليات الحسابية فيها وبساطة القيم وسرعة اجرائها ، والخطوات المطلوبة فيها تعد استكمالاً لخطوات استخراج المتوسط وللحصول على الانحراف المعيارى تقوم بالآتى مستخدمين فى ذلك بيانات جدول (٦:٦) وهو صورة أخرى من الجدول (٦:٥) .



١- نضيف عمود جديد للجدول هو العمود رقم (٥) ونلاحظ أن الأعمدة الأساسية في الجدول السابق والتي استخدمت لحساب المتوسط كانت أربعة فقط : الأول عمود الفئات والثاني عمود التكرارات ، والثالث عمود الانحرافات الفرضية ، والرابع عمود التكرارات (مأخوذة من عمود ٢ ) ومضروبة في مربع الانحرافات الفرضية (مربع قيم العمود الثالث) .

مثال ذلك الفئة الأولى ( من أعلى الجدول انحرافها الفرضي (-٤) ومربعها (١٦) مضروباً في عدد تكراراتها (٢) فتكون القيمة ٣٢ والفئة التالية لها انحرافها الفرضي -٣ ومربعها ٩ مضروبة في تكرارها (٤) فتساوى (٣٦) وهكذا.

### جدول (٦٦)

حساب الانحراف المعياري للبيانات المصنفة بالطريقة المختصرة

ف (١)	ك (٢)	ح (٣)	ك ح (٤)	ك ح <sup>٢</sup> (٥)
٣٤ -	٢	٤ -	٨ -	٣٢
٣٩ -	٤	٣ -	١٢ -	٣٦
٤٤ -	٧	٢ -	١٤ -	٢٨
٤٩ -	٧	١ -	٧ -	٧
٥٤ -	١١	صفر	صفر	صفر
٥٩ -	٧	١	٧	٧
٦٤ -	٦	٢	١٢	٢٤
٦٩ -	٥	٣	١٥	٤٥
٧٤ -	١	٤	٤	١٦
	٥٠ = ٣		٣٨ + ٤١ - ----- ٣ -	١٩٥ = ١ ٣

يحسب الانحراف المعياري بالمعادلة الآتية :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (6:6)$$

حيث ط = طول الفئة

ك ح<sup>2</sup> = مربع الانحرافات في التكرار

ن = عدد التكرارات

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

وقد سبق أن حسبنا قيمة ف عند حساب المتوسط وهى هنا كالآتى :

$$f = \frac{3}{8} = 0.375$$

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على قيمة ع كالآتى :

$$s = \sqrt{\frac{195}{8} - \frac{36}{8} \times 0.375}$$

$$= \sqrt{\frac{195}{8} - 3.9}$$

$$= \sqrt{9.875} = 3.14$$

وهى النتيجة التى خرجنا بها من الطريقة المطولة مع اختصار فى الوقت والعمليات الحسابية .

### الانحراف المعياري لعدد من العينات المختلفة :

عرفنا أن هناك حاجة قد تظهر وتتطلب منا حساب متوسط عام لعدد من العينات المختلفة ، وتظهر حاجة مماثلة لحساب الانحراف المعياري لهذه المجموعة من العينات بهدف الحصول على انحراف معياري عام لمجموعة كبيرة من العينات الفرعية بعد حساب متوسط عام لها .

وبحسب الانحراف المعياري العام لمجموعتين أو أكثر باستخدام المعادلة الآتية :  
(Downie & Heath , 1974 , P. 61)

$$s_{\text{ع}} = \sqrt{\frac{n_1(s_{\text{ع}1}^2 + \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}) + n_2(s_{\text{ع}2}^2 + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2})}{n_1 + n_2}} - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

حيث :  $s_{\text{ع}}$  = الانحراف المعياري للمجموعتين معا

$n_1, n_2$  = عدد أفراد العينة في المجموعتين الأولى والثانية

$s_{\text{ع}1}, s_{\text{ع}2}$  = متوسط العينتين الأولى والثانية

$s_{\text{ع}}$  = المتوسط العام للعينتين معا

$\sum x_1, \sum x_2$  = الانحراف المعياري للعينتين الأولى والثانية

فإذا كانت لدينا مجموعتين ١ و ٢ وكانت بياناتهما كالآتي :

المجموعة (٢)	المجموعة (١)
$\sum x = 12$	$\sum x = 10$
$\sum x^2 = 4$	$\sum x^2 = 3$
$n = 30$	$n = 70$

وإذننا نحسب انحراف معياري عام لهاتين المجموعتين معا ، فإننا نقوم بالمخطرات الآتية:

١- نحسب المتوسط العام لهاتين المجموعتين أي  $\bar{x}$  ( أي  $\bar{x}$  ) وذلك وفقا للمعادلة ( ٥ : ٥ ) ويساوي

$$\bar{x} = \frac{(30 \times 12) + (70 \times 10)}{30 + 70} = 10.60$$

٢- نعوض فى المعادلة رقم ( ٧ : ٦ ) للحصول على الانحراف المعيارى العام للمجموعتين كالآتى :

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \sqrt{112,36 - \frac{(16 + 144) 30 + (9 + 100) 70}{30 + 70}} \\ &= \sqrt{112,36 - \frac{4800 + 7630}{100}} \\ &= \sqrt{112,36 - 124,3} \\ &= 3,40 \end{aligned}$$

التباين :

التباين هو مربع الانحراف المعيارى ، ونستطيع أن نحسب تباين أية مجموعة من القيم عند حسابنا لمتوسطها وانحرافها المعيارى ، فقد لاحظنا أن الخطوة الأخيرة فى حسابنا للانحراف المعيارى من القيم الخام كانت استخراج الجذر التربيعى لمتوسط مجموع مربعات الانحرافات ، وفى حالة حسابنا للتباين نلقى هذه الخطوة الأخيرة ، أى خطوة استخلاص الجذر التربيعى ، ويكون التباين فى هذه الحالة عبارة من متوسط مجموع مربعات الانحرافات ، وتكون المعادلة الخاصة به هى الآتى :

$$\sigma_c^2 = \frac{\sum C^2}{n} \quad ( ٦ : ٨ )$$

حيث  $\sigma_c^2$  = التباين

ح = الانحراف عن المتوسط

ن = عدد القيم

ويعطينا التباين (ح<sup>٢</sup>) تقديراً للمدى العريض الذى تشتمت فيه قيم توزيع معين\* بينما يعطينا الانحراف المعياري وحده تقدير معيارية لانحراف نسب معينة من مجموع الحالات عن المتوسط ، وسنعود لهذه النقطة عند دراستنا للمنحنى الاعتدالى وخواصه .

### الانحراف المعياري والمنحنى الاعتدالى:

يستخدم الانحراف المعياري بصورة جيدة فى تفسير توزيع الدرجات فى المنحنى الاعتدالى ، فإذا كانت بياناتنا ، والتى قد تكون درجات مجموعة من الطلاب على اختيار للذكاء ، تأخذ الشكل الاعتدالى ، فإن حسابنا للمتوسط والانحراف المعياري يساعدنا على تفسير كيف تتوزع درجات هؤلاء الطلاب . فالمتوسط يشير إلى متوسط القيم فى هذا التوزيع ، فإذا كان المتوسط يبلغ ١٠٥ وكان الانحراف المعياري يبلغ ١٥ فعلا فإن ٣٤ر١٣٪ تقريبا من الأفراد يحصلون على درجات بين المتوسط ، والمتوسط (+) انحراف معياري ، أى بين ١٠٥ ، ١٢٠ وبالمثل يحصل ٣٤ر١٣٪ طالبا على درجات تتراوح بين ١٠٥ ، ٩٠ أى بين المتوسط و (-) انحراف معياري واحد . معنى هذا أن المساحة تحت المنحنى الاعتدالى تقبل التقسيم برحلات منتظمة تسمى الانحراف المعياري وبينما يحصر الانحراف المعياري الأول (+١ع) بينه وبين المتوسط ٣٤ر١٣٪ من الحالات ، فإن الانحراف المعياري الثانى يحصر بينه وبين الانحراف المعياري الأول ٩ ، ١٣٪ فقط من أفراد المجموعة . ويرجع انخفاض النسبة بين كل مسافة والمسافة التى تليها إلى الميل الذى يأخذه المنحنى من المتوسط حتى الأطراف . ويلاحظ أن نفس النسب من الأفراد توجد فى النصف الأيسر للمنحنى أى كلما انخفضنا مسافة تعادل انحرافا معياريا .

(ج) يلاحظ أن تباين المجتمع ع<sup>٢</sup> يحسب بالطريقة نفسها التى يحسب بها تباين العينات مع اختلاف واحد فقط فى مقام المعادلة بحيث يصبح ( ن - ١ ) بدلا من ن فتصبح المعادلة كالآتى :

$$ع^٢ = \frac{\sum x^2}{n-1} \text{ وهو تعديل لمحكمه قوانين الاحصالات ودرجات الحرية واتساع تباين المجتمع .}$$

فإذا كان الانحراف المعياري الأول الموجب يحجز بينه وبين المتوسط  $١٣, ٢٤\%$  من الحالات والانحراف المعياري الأول السالب يحجز نفس النسبة فإن النسبة الواقعة بين  $١ \pm ع$  ( أى بين المتوسط  $\pm ١ ع$  ) =  $٦٨, ٢٦\%$  ، فإذا تحركنا يساراً ويمينا بمقدار وحدة انحرافية أخرى فسنحصل على نسبة  $٩٥, ٤٤\%$  من القيم  $(٦٨, ٢٦\% + ٢٧, ١٨\%)$  وإذا تحركنا انحرافاً معيارياً ثالثاً فسنحصل على نسبة  $٩٩, ٧٤\%$  من الحالات . وبذلك يمكننا تقدير تشتت كل الدرجات تحت المنحنى الاعتدالى وموقع كل نسبة منها بعداً أو قريباً عن المتوسط .

والواقع أن أى مدى لأى مجموعة من القيم أو الدرجات ينحصر دائماً على امتداد ستة انحرافات معيارية ثلاثة موجبة وثلاثة سالبة . غير أن هذا لا يحدث غالباً فى الممارسة العملية ويعتمد فى حقيقة الأمر على حجم العينة (ن) فكلما صغرت قيمة ن كلما قلت عدد الانحرافات المعيارية التى يمتد بها المحور السينى للمنحنى ، وكلما كبرت قيمة ن كلما زاد عدد الانحرافات المعيارية التى يمتد بها المحور السينى للمنحنى فى الاتجاهين السالب والموجب وهى الظاهرة التى تجعلنا نشك فى اعتدالية التوزيع فى العينات الصغيرة ، ويوضح الجدول الآتى رقم (٦:٧) عدد الانحرافات المعيارية على امتداد المحور السينى فى منحنيات ذات أعداد مختلفة من القيم ( Op. Cit, P. 60 ) .

#### جدول رقم (٦:٧)

عدد الانحرافات المعيارية على امتداد المنحنى فى حالة اختلاف قيمة (ن)

عدد الانحرافات المعيارية	ن
٣, ٠	٥
٣, ١	١٠
٣, ٩	٢٥
٤, ١	٣٠
٤, ٥	٥٠
٥, ٠	١٠٠
٦, ١	٥٠٠
٦, ٥	١٠٠٠

## حساب الالتواء والتفرطح للتوزيعات المختلفة :

أحيانا ما يجد الباحث أن عددا من التوزيعات الإحصائية لعينات معينة غير اعتدالية ، وهناك معالجات خاصة وأساليب إحصائية معينة لكل هذه التوزيعات ، ويتطلب الأمر فى هذه الحالة الإجابة على ما إذا كان التوزيع ملتويا أم لا ، أو منفرطا أم لا وقد لاحظنا منذ قليل مدى تأثير الالتواء على موضع المتوسط وبقية مقاييس النزعة المركزية وكذلك مقاييس التشتت ، كما أشرنا لذلك عند حديثنا عن الانحراف المعيارى . وحتى يستطيع الباحث التعرف على خصائص التوزيع يمكنه القيام بحساب الالتواء أو التفرطح والحصول على تقدير لأيهما كالاتى :

(١- حساب الالتواء) : يحسب التواء التوزيع باعتباره نسبة متوسط مكعب الانحرافات إلى مكعب الانحراف المعيارى لنفس التوزيع . معنى هذا أن نقوم بحساب انحراف كل قيمة عن المتوسط ثم نقوم بتكعيبها ( أى إذا كان الانحراف ٢ فإن مكعبه هو  $2 \times 2 \times 2 = 8$  ) ثم نجمع مكعبات الانحرافات ونحصل على متوسطها بقسمتها على ن (أو عدد القيم ) ثم نحصل على الانحراف المعيارى لقيم التوزيع ونقوم بتكعيبه (أى ع<sup>٣</sup>) ثم نحسب نسبة مكعبات الانحرافات إلى مكعب الانحراف المعيارى والتي تساوى درجة التواء التوزيع . وتلخص المعادلة الآتية رقم (٩:٦) هذه الخطوات .

$$L = \frac{\sum C^3}{C^3} \quad (٩ : ٦)$$

حيث ل = درجة الالتواء .

$\sum C^3$  = متوسط مكعبات الانحرافات

ع = الانحراف المعيارى

(١) Skewness

(\*) ونحسب  $\sum C^3$  هنا كالاتى 
$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n}$$

وقد سبق أن عرفنا طريقة حساب الانحراف المعياري باستخدام أى من المعادلات (٣، ٤، ٥، ٦:٦) وبين الجدول الآتى رقم (٦:٨) خطوات حساب الالتواء لتوزيع درجات ٢١ طالبا فى اختبار التشابهات من مقياس وكسلر للذكاء.

### جدول رقم (٦:٨)

خطوات حساب الالتواء فى توزيع درجات ١٢ طالبا على اختبار التشابهات

س	ح	ح <sup>٢</sup>	ح <sup>٣</sup>	ح <sup>٤</sup>
١	٩-	٨١	٧٢٩-	٦٥٦١
١	٩-	٨١	٧٢٩-	٦٥٦١
٢	٨-	٦٤	٥١٢-	٤٠٩٦
٢	٨-	٦٤	٥١٢-	٤٠٩٦
٤	٦-	٣٦	٢١٦-	١٢٩٦١
١٢	٢+	٤	٨	٦
١٤	٤+	١٦	٦٤	٢٥٦
١٤	٤+	١٦	٦٤	٢٥٦
١٦	٦+	٣٦	٢١٦	١٢٩٦
١٨	٨+	٦٤	٥١٢	٤٠٩٦
٢٠	١٠+	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
١٢٠ = $\Sigma$	صفر	٥٩٨	٢٠٨٠ + ٢٦٩٨ - ٦١٨ -	٣٩٨٢٦

وحيث  $\Sigma$  س = ١٢٠

م = ١٠



$$ع = ٧,٠٦$$

$$ع^2 = ٣٥١,٩$$

$$ح^2 = \frac{٦١٨ - ١٧}{١٧} = ٣٥,٥$$

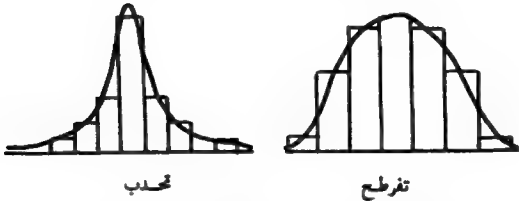
$$ل = \frac{٥١,٥ - ٣٥١,٩}{٣٥١,٩} = -١,٤٦$$

ب - حساب التفرطح (١):

عرفنا من قبل أن هناك توزيعات لدرجات معينة تكون مفرطحة وقد يأخذ هذا التفرطح شكلا محدبا له متوسط ضيق مع تركيز كبير للدرجات فى ذيل التوزيع أو شكلا منبجعا يكون فيه التركيز الاكبر للدرجات حول المتوسط فى الجزء المتوالى من التوزيع وحيث تكون له قمة مسطحة إلى حد ما وذيل قصير وهو ما يبينه الشكل رقم (٦:١) .

شكل رقم (٦:١)

يبين حالتي التفرطح المحدبة والمنبجعة



ويحسب تفرطح التوزيع بحساب الأس الرابع للاتعافات عن متوسط التوزيع بالنسبة للأس الرابع للاتعاف المعيارى -٣ وفقا للمعادلة الآتية :  
(Lewis, 1960, P. 204)

Kurtosis (١)

( ٦ : ١٠ )

$$ت = \frac{م^2}{ع} - ٣$$

حيث ت = درجة التفرطح

م<sup>٢</sup> = متوسط القوة الرابعة للاتحرافات

ع = الاتحراف المعياري

٣ = ثابت

فإذا عوضنا في هذه المعادلة من بيانات جدول ( ٨ : ٦ ) مستخدمين العمود الأخير<sup>٤</sup> وحيث مجموعه = ٣٩٨٢٥,٦ فسنحصل على النتيجة الآتية :

$$ع = ٢٤٨٤,٤$$

$$م = ٣٣١٨,٨$$

$$ت = \frac{٣٣١٨,٨}{٢٤٨٤,٤} - ٣ = - ١,٦٦$$

## تأريخ على الفصل السادس

١- شك باحث حصل على درجات ٤٨ مفحوصا على اختبار للقدرة الميكانيكية في اعتدال التوزيع الخاص بهذه المجموعة من الافراد . والمطلوب حساب التواء وتفرطح هذا التوزيع :

٣١	٢١	٤٣	٥٧	٥٩	٣٤	٥٢	٨٢
٢٩	٢٤	٥٢	٦١	٤١	٥١	٦٥	٤٣
٧٧	٣٦	٣١	٣٥	٣٢	٣٤	٨٣	٦٤
٦٢	٤٧	٤٦	٢٤	١٧	٣٢	٤١	٨٧
٥٢	٥١	٢١	٦٧	٦٨	٢١	٢٢	٦٨
٦٤	٢٨	٥٨	٤٨	٧٥	١٨	٣٧	٣١

٢- حصل أحد الباحثين على متوال ومتوسط درجات ٤٠ طالبا في اختبار ادراكي وكانا كالاتي على الترتيب ٦٨، ٢٥,٦ المطلوب حساب الوسيط .

٣- احسب الانحراف المعياري لبيانات الجدول في التحرين رقم (١) من الدرجات الخام، ومن التوزيع التكراري واذكر إذا ما كان يوجد فرق في النتيجة بين الطريقتين أم لا .

٤- اذكر أهم خصائص الانحراف المعياري مقارنا بينه وبين بقية مقاييس التشتت.

٥- ناقش أهمية تقدير التباين بالنسبة لاية مجموعة من الدرجات وعلاقته بالمتوسط .

٦- احسب المتوسط العام للمجموعات الآتية من التلاميذ الذين اختبروا باختبار لمرونة التفكير

د	ج	ب	ا	
١١	٩	٨	١٢	م
١٩	٨٢	٣٥	١٦	ن

٧- أحسب المتوسط العام والانحراف المعياري العام للمجموعات الفرعية الآتية من الأفراد وقميا على بيانات كل عينة منهم في اختبار لسرعة الادراك :

و	هـ	د	ج	ب	ا	
١٠	٤	٦	٧	٨	١٢	م
٤٠	١٠	٥٠	٤٠	٢٥	٢٠	ن
٢	٣	٢	٢	٦	٤	ع

٨- اختبرت عينة من ٤٨ تلميذاً باختبار للقدرة الحسابية وحصلوا على الدرجات التي يوضحها الجدول الآتي ، والمطلوب تصنيف هذه الدرجات في جدول تكراري وحساب المتوسط والانحراف المعياري بالطريقتين المطولة والمختصرة ثم اختبار التواء التوزيع ، مع توضيح المعادلات المستخدمة .

١٢	١٧	٣٦	١٤	١٢	١٤
٤٦	١٠	١٥	١٩	١٠	١٨
٤١	١١	١٢	١٢	٣٧	٢٢
١٢	١٥	٣١	١١	٩	١٩
١٨	٢١	٢٨	١٠	٢٥	٤١
١٧	٣٤	٢٦	١٥	١٤	٥٣
٢٣	٢٢	١٠	١١	١٣	٤٤
١٥	١٩	١٥	٢٤	٨	١٦

## الفصل السابع

### المنحنى الاعتدالى

### والدرجات المعيارية المختلفة

تكررت الاشارة أكثر من مرة خلال السياق ، على امتداد الفصول السابقة إلى المنحنى الاعتدالى ، ومواضع مقاييس النزعة المركزية عليه ، وانه الحالة الوحيدة من بين اشكال المنحنيات المختلفة التى تتطابق فيها هذه المقاييس فى نقطة واحدة ، كما ذكرنا أيضا أن هناك مقولة احصائية عامة ترى أن الظواهر المختلفة النفسية وغير النفسية تتوزع وفقا لخصائص المنحنى الاعتدالى ، وتصدق هذه المقولة باعتبارها نتيجة مباشرة " لقانون الخطأ " ، والذي استنبط أصلا من ملاحظة الأخطاء ، ونقط تشتتها ( مثال ذلك أخطاء إصابة الهدف عند التصويب عليه فى لوحة ) وقد تبين أن التعميمات الآتية تنطبق على مدى واسع من الحالات مهما اتسع ما بينهما من اختلاف .

- ١- الأخطاء الصغيرة الحجم أكثر تكرارا من الأخطاء كبيرة الحجم .
- ٢- الأخطاء السلبية متكررة بنفس تكرار الأخطاء الموجبة .
- ٣- تقل الأخطاء تدريجيا كلما كبر حجمها .
- ٤- لا تظهر الأخطاء الكبيرة اطلاقا أو غالبا ما لا تظهر .

وقتل هذه التعميمات الصياغة اللفظية لتعريف الخصائص الأساسية لقانون الخطأ بطريقة دقيقة بواسطة معادلة المنحنى الاعتدالى ، كما أن المنحنى الاعتدالى عبارة عن التمثيل البيانى لهذا القانون ( Lewis , 1960, P. 204 )

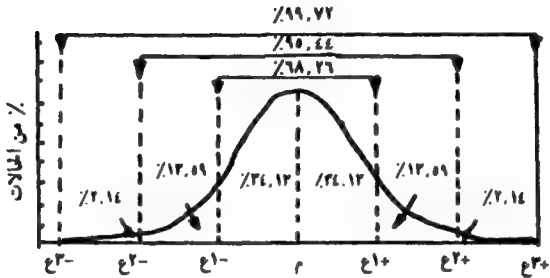
ويبدو من الضرورى الآن أن نتعرف على وصف تفصيلى لهذا المنحنى وخصائصه ، والتطبيقات الاحصائية التى تقوم على خصائص التوزيع الاعتدالى .

## مخلص التوزيع الاعتدالى:

كما ذكرنا فى المقدمة فإن المنحنى الاعتدالى يحمل أكثر من أسم ، وينسب لأكثر من شخص ، وله عدد من المخلص الهامة . ويطلق عليه أحيانا أسم منحنى الخطاء (١) والمنحنى ذو الشكل الجرسى (٢) ، والمنحنى الجوزى (٣) ، ومنحنى لاهلاس-جوز (٤) ، ومنحنى دى مويفر (٥).

شكل رقم (٧:١)

المنحنى الاعتدالى



والمنحنى الاعتدالى ( شكل ٧:١ ) منحنى متماثل (٦) ، أى أن إسقاط خط من منتصف قمته إلى قاعدته يقسمه إلى نصفين متماثلين تماما .

وأعلى نقطة ( احداثية ) فيه هى المتوسط ، وأية أحداتية أو نقطة أخرى ستكون أقصر من المتوسط أيا كان موضعها فى نصفى المنحنى المتماثلين ، والمنحنى الاعتدالى منحنى مقارب (٧) أى أنه يُفترض نظريا أن ذيله يقتربان

Bell-Shaped Curve (٢)  
La Place-Gausse Curve (٤)  
Symmetrical (٦)

Curve of Error (١)  
Gaussian Curve (٣)  
De Moivre's Curve (٥)  
Asymptotic (٧)

تدرجيا من المحور الاقصى (القاعدة) مقاربين لهذا المحور في كلا الاتجاهين إلى مالا نهاية دون أن يلمسا القاعدة أبدا . الا أننا نجد في الممارسة العملية أن ثلاثة انحرافات معيارية عن المتوسط في كل جانب (ثلاثة انحرافات موجبة ، وثلاثة انحرافات سالبة) تستعمل في الواقع كل الحالات ولكن أيضا دون تلامس بين حافتي المنحنى والمحور السيني أو الاقصى . ودرجة التواء المنحنى الاعتدالي صفر ، وهو ما يرجع بالطبع إلى تماثله ، كما أن قمته غير مدببة وغير مستوية بل منحنية<sup>(١)</sup> .

وفي ضوء الفرض النظري المقبول على نطاق واسع بين الاحصائيين وعلماء النفس ، منذ التعبير عن أخطاء الملاحظة التي قدمها بازل عند صياغته للمعادلة الشخصية ، نفترض أن الظواهر المختلفة تأخذ شكل التوزيع الاعتدالي ، وهذا صحيح بالنسبة لأغلب الظواهر ، وإن كنا لا نجد تطابقا تاما بين توزيع تكرارات أية ظاهرة وبين المنحنى الاعتدالي ، ولكن بقدر بعد توزيع تكرارات أية ظاهرة عن خصائص هذا التوزيع الاعتدالي بقدر تكرار الأخطاء المختلفة في ملاحظتنا . ولا يعد المنحنى الاعتدالي هاما لأنه - يعبر فقط عن توزيع الظواهر بهذه الصورة المنتظمة ، ولكن لأن الكثير من المعالجات والمقاييس الاحصائية تقوم على افتراض هذا التوزيع الاعتدالي للظواهر ، وتظهر أهمية المنحنى الاعتدالي في أحصاء العينات على وجه الخصوص ( Downie & Heath , 1974 , P. 27 )

إذا فحصنا الشكل (٧:١) فسنستبين أن المنحنى يحتجز تحته مساحة معينة تساوي بالنسبة لأية عينة من العينات المسحوبة من المجتمع كل مفردات هذه العينة وهذه المساحة يمكن تقسيمها إلى عدد من الوحدات المعيارية ، فإذا اسقطنا خط من قمة المنحنى إلى قاعدته فسيمثل هذا الخط متوسط القيم التي يحتجزها المنحنى اسفله ، ولأننا ذكرنا أن خط الوسط أو المتوسط هذا ينقسم المنحنى إلى نصفين متماثلين فيمكننا أن نجد تطابقا بين عدد الوحدات القياسية على خط المتوسط وعدد الوحدات على يساره ، وهذه الوحدات القياسية التي تحدد المساحات تحت المنحنى هي الانحرافات المعيارية ، فكما عرفنا من قبل أننا نستطيع حساب

المتوسط والانحراف المعياري لأمة مجموعة من القيم ، فإذا كانت لدينا مجموعة درجات تخص ١٠٠ طالب وكانت هذه المجموعة موزعة توزيعاً اعتدالياً تاماً ، وهو ما سنتعرضه هنا لإيضاح خصائص المنحنى الاعتدالي . وإذا كان متوسط هذه الدرجات ( ولتكن درجات عينة من الطلاب في اختبار المرونة الفكرية مثلاً ) ١٤ والانحراف المعياري ٣ . فإتينا نستطيع أن نضع ١٤ تحت خط المتوسط فإذا تحركنا يميناً بعد المتوسط بوحدة انحرافية معيارية واحدة ( وهذه الوحدة الانحرافية = ٣ درجات في مثالنا أى تساوى الانحراف المعياري الذي قمنا بحسابه لهذه المجموعة من الدرجات ) وتحركنا يساراً قبل المتوسط بوحدة انحرافية معيارية واحدة أخرى ، فسنجد أننا حصرننا بين النقطتين عدداً من الدرجات وهي التي تتراوح قيمتها بين ١١.١٧ درجة ( أى المتوسط + انحراف معياري واحد ، أى ١٤+٣ ، والمتوسط - انحراف معياري واحد ، أى ١٤-٣ ) وسنجد أن عدد هذه الدرجات أو القيم التي تم احتجازها على يمين الانحراف المعياري السالب وعلى يسار الانحراف المعياري الموجب تساوى ٦٨.٢٦ ٪ من العدد الكلي للحالات . ويعنى هذا أن المسافة المعيارية بين المتوسط والانحراف المعياري الأول سواء سلباً أو إيجابياً ينحصر فيها ٣٤.١٣ ٪ (والانحراف المعياري الأول الموجب والأول والسالب معا يحتجزان على جانبي المنحنى :

$$( ٣٤.١٣ \times ٢ = ٦٨.٢٦ \%)$$

اذن فالوحدة الانحرافية المعيارية الاولى سواء أكانت موجبة أو سالبة (على يمين المتوسط أو يساره) تحتجز بينهما وبين المتوسط ٣٤.١٣ ٪ من الحالات وتحتجز الوحدة الانحرافية المعيارية الثانية بينهما وبين الوحدة الاولى ١٣.٥٩ ٪ من الحالات. وبهذا تكون نسبة الحالات الواقعة بين  $\pm ٢\sigma$  ، أى بين انحرافين موجبين عن المتوسط وانحرافين سالبين تساوى ٩٥.٤٤ ٪ من الحالات ، وتحتجز الوحدة الانحرافية الثالثة ٢.١٥ ٪ في كل اتجاه من الاتجاهين بينهما وبين الانحراف المعياري الثاني ، أى أن نسبة الحالات الواقعة تحت المنحنى الاعتدالي بين  $\pm ٣\sigma$  تساوى ٩٩.٧٤ ٪ ويوضح الجدول الآتى رقم (٧:١) تفصيل هذه النسب وحدود الدرجات في كل مساحة معيارية .



**جدول رقم (١١)**  
**نسب الحالات الواقعة تحت المنحني الاعتدالي**

المساحة بين النقطتين	نسبة الحالات %	على الدرجات من - إلى	النسبة بين حتى الانحراف		على الدرجات من - إلى
			حتى الانحراف	نسبة الحالات %	
٠.٢ + ع١	٣٤,١٣	١٧ - ١٤	ع١ ±	٦٨,٢٦	١٧ - ١١
٠.٢ - ع١	٣٤,١٣	١٤ - ١١			
٠.٢ + ع١	١٣,٥٩	٢٠ - ١٧	ع٢ ±	٩٥,٤٤	٢٠ - ٨
٠.٢ - ع١	١٣,٥٩	١١ - ٨			
٠.٢ + ع٢	٢,١٥	٢٣ - ٢٠	ع٣ ±	٩٩,٧٤	٢٣ - ٥
٠.٢ - ع٢	٢,١٥	٨ - ٥			

معنى هذا أن أى مجموعة من الحالات موزعة توزيعاً اعتدالياً ستتحصر جميعها تقريباً تحت نموذج اعتدالي معيارى فإذا كان متوسطها صفر ، على سبيل المثال ، فإنها تتراوح بين  $\pm ٣$  ع وحيث  $ع = ١$  .

### الدرجة المعيارية:

يُشار عادة إلى متوسط أى توزيع باعتباره صفراً وإلى اتساع تشتتاته باعتبارها مقسمة إلى هذه الوحدات المعيارية ، وعندما تفعل ذلك نطلق على الدرجات اسم درجات معيارية<sup>(١)</sup> وبهذا يكون متوسط الدرجات المعيارية صفراً وانحرافها المعيارى واحد ، واية درجة فى أى توزيع اعتدالى تقبل التحويل إلى درجة معيارية ، فإذا عدنا لدرجات بعض الافراد فى المثال السابق فسنجد أن الدرجة الخام تقبل التحويل إلى درجة معيارية ذات متوسط صفرى من خلال توفر معلومتين هما المتوسط الحقيقى والانحراف المعيارى الحقيقى ، وفى مثالنا هذا كان المتوسط ١٤ والانحراف المعيارى ٣ .

7. Scores or Standard Scores (١)

فإذا كان لدينا عدد من الأفراد هم س ، ص ، ع ، د وكانت درجة كل منهم على الترتيب كالآتي ١٤ ، ٨ ، ١٧ ، ١١ فباستخدام المعادلة رقم ( ٧:١ ) للدرجة المعيارية نستطيع تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية .

$$D = \frac{S - \bar{S}}{E} \quad (٧:١)$$

حيث  $D$  = الدرجة المعيارية

$S$  = درجة الفرد أو الدرجة الخام

$\bar{S}$  = المتوسط

$E$  = الانحراف المعياري

وبالتعويض في هذه المعادلة بالنسبة لكل حالة من حالتنا الاربع نحصل على الدرجات المعيارية الآتية :

$$\text{درجة س المعيارية} = \frac{١٤ - ١٤}{٣} = \text{صفر}$$

$$\text{درجة ص المعيارية} = \frac{٨ - ١٤}{٣} = -٢$$

$$\text{درجة ع المعيارية} = \frac{١٧ - ١٤}{٣} = ١$$

$$\text{درجة د المعيارية} = \frac{١١ - ١٤}{٣} = -١$$

فإذا عدنا للتوزيع الاعتدالي الذي استخدمناه في مثالنا هذا فسنجد أن متوسطه كان ١٤ أي أن القيمة ١٤ هي التي تحتل نقطة الصفر أو تقع اسفل أعلى نقطة في المنحنى أو تقسم المنحنى إلى نصفين متساويين في نقطة الصفر وأن ذلك يتفق مع حصول الفرد س على صفر بتعبير الدرجات المعيارية أي متوسط الدرجة الانحرافية إذ أن درجة الحقيقة كانت تساوى المتوسط الحقيقي للدرجات وهو ١٤ .

كما أن الدرجة ٨ تقع عند الانحراف المعياري الثاني بالسالب ولذلك تتفق الدرجة المعيارية -٢ مع درجة ص الخام وهي ٨ ونفس الامر في درجتى ع ، د اللذين يقعان بعد وقيل المتوسط بانحراف معيارى واحد احدهما ايجابا والاخر سلبا ، غير أن تحويل الدرجات الخام في أى توزيع إلى درجات معيارية ذات متوسط صفر وانحراف معيارى واحد يؤدي إلى حصولنا على عدد من الدرجات ذات الاشارة السلبية ، إذ أن كل الدرجات في التوزيع التي تقل عن المتوسط ستكون نتيجة ل طرحها من المتوسط عند تطبيق المعادلة بالسلب ( كحالة الفردين ص ، د في المثال السابق ) وتكون نتيجة قسمة باقى الطرح على الانحراف المعياري بالسلب أيضا . ويؤدي حصولنا على مجموعة من الدرجات بعضها سالب وبعضها موجب إلى صعوبة شديدة في العمليات الحسابية التي نقوم بها باستخدام هذه الدرجات المعيارية . يضاف إلى ذلك أن الدرجات الخام لا تبعد جميعها عن المتوسط ( سواء أكانت أكبر أو أصغر منه ) بوحدات انحرافية منتظمة ، فمثلا إذا كان هناك فرد آخر في المجموعة السابقة حصل على درجة خام في الاختبار قدرها ١٣ فستكون درجته المعيارية :

$$-٣٣ = \frac{١٤ - ١٣}{٣} = \frac{١ - ١٣}{٣}$$

وأخرى موجبة ، بل سنتوقع أيضا كسور عشرية في الدرجات المعيارية مما يزيد من تفاقم المشكلة عند التعامل بالدرجات المعيارية ، والحل الامثل في هذه الحالة هو استخدام الدرجات المعيارية المعدلة أو الدرجات المعيارية الانحرافية<sup>(١)</sup> .

### الدرجة المعيارية المعدلة :

الدرجة المعيارية المعدلة هي نفسها الدرجة المعيارية الاصلية ، مع اختلاف محدود وهو أننا بدلا من أن نجعل متوسطها صفرا ، فانتا نختار لها متوسطا جديدا وبدلا من أن يكون انحرافها المعياري واحد صحيح فإننا نختار لها انحرافا معياريا جديدا . ويحكم اختيارنا لهذا المتوسط الجديد وغبتنا في الاعتماد عن الصفر

(١) Deviated Standard Scores

باعتباره متوسط للدرجات وبالتالي نتجنب أن يكون هوالى نصف درجات المجموعة أقل من الصفر ( أى درجات سالبة ) ويحكم اختيارنا أيضا مدى الافة والشروع أو السهولة لقيمة معينة فنجعلها هى المتوسط من ذلك مثلا أن نسبة الذكاء فى عدد من الاختيارات الشهيرة مثل ستانفورد - بينه وكسلر للراشدين عبارة عن درجة معيارية كانت صفرا أصلا ثم عدلت لتصبح ١٠٠ واختيارنا للقيمة ١٠٠ هنا راجع لسهولة وصفها ورقم دائرى تام يبدو بمثابة مستوى معتاد أو مستوى قياسى ، بحيث يسهل بالنسبة لعامة الناس أن يربطوا بين نسبة الذكاء ١٠٠ وبين كون الشخص متوسط الذكاء ، وبين من يحصل على أقل من ١٠٠ بأعتبره أقل من المتوسط فى الذكاء . ومن يحصل على أكثر من ١٠٠ اعتباره أعلى من المتوسط فى الذكاء . وهكذا . اختيار المتوسط الجديد يرجع اذن لسهولة ومرونة استخدامه . ويرجع اختيارنا لانحراف معيارى جديد لمدى إمكان تعبير هذا الانحراف المعيارى عن الفروق بين الافراد ، فكلما كانت هناك فروق دقيقة بين الافراد وكلما كان التوزيع يعبر عن عدد كبير من الدرجات كلما كان من الافضل أن نزيد من قيمة الانحراف المعيارى المختار بالقدر المناسب ليتمكننا من الحصول على درجات معيارية معدلة تظهر هذه الفروق بشكل واضح ، مثال ذلك أن اختبارات وكسلر للذكاء والى متوسط درجتها المعيارية المعدلة ١٠٠ نجد متوسط انحرافها المعيارى المعدل ١٥ وهو انحراف كبير يسمح بتوسيع مدى الدرجات على جانبي المتوسط بحيث نستطيع أن نجد أن درجات أى مجموعة من الافراد على اختبار الذكاء يمكن أن تتوزع فى مدى يتراوح بين ٦٥ - ١٤٥ (أى  $\pm 3$  انحراف معيارى عن المتوسط) .

وتحول الدرجات الخام إلى درجات معيارية معدلة باستخدام المعادلة الآتية رقم

( ٧ : ٢ ) :

( ٧ : ٢ )

$$D_m = \frac{S - \bar{S}}{C} \times E + M$$

حيث  $D_m$  = الدرجة المعيارية المعدلة

$S$  = الدرجة الخام

$$\begin{aligned}\bar{m} &= \text{التوسط الخاص بالمجموعة} \\ \bar{e} &= \text{الانحراف المعياري الخاص بالمجموعة} \\ \bar{e} &= \text{الانحراف المعياري الجديد} \\ \bar{m} &= \text{التوسط الجديد}\end{aligned}$$

معنى هذا أننا نقوم فى حقيقة الأمر بضرب الدرجة المعيارية الأصلية فى الانحراف المعيارى المختار ثم نجمع الناتج على التوسط المختار ، طالما أن الجزء الأول من المعادلة هو نفسه المعادلة (٧:١) الخاصة باستخراج الدرجة المعيارية .

فإذا طبقنا هذه المعادلة على مجموعة الافراد س ، ص ، ع ، د كل حسب درجته الخام فى مثالنا فسنحصل على الدرجات المعيارية الجديدة فإذا افترضنا أننا اخترنا متوسطا قدره ١٠٠ وانحرافا قدره ١٠ فستكون درجاتهم كالآتى :

$$100 = 100 + 10 \times \frac{14 - 14}{3} = \text{س}$$

$$80 = 100 + 10 \times \frac{14 - 8}{3} = \text{ص}$$

$$110 = 100 + 10 \times \frac{14 - 17}{3} = \text{ع}$$

$$90 = 100 + 10 \times \frac{14 - 11}{3} = \text{د}$$

وهى بالطبع نفس النتيجة لو قمنا باستخدام الدرجة المعيارية السابق حسابها لكل منهم وحرلناها وفقا للمعادلة الآتية رقم (٧:٣) :

(٧:٣)

$$\bar{m} \bar{e} = \bar{m} \bar{e} + \bar{e} \times \bar{e}$$

حيث  $\bar{m} \bar{e}$  = الدرجة المعيارية المعدلة

$\bar{m}$  = الدرجة المعيارية الأصلية

$\bar{e}$  ،  $\bar{m}$  = نفس المعنى فى المعادلة السابقة

وبالتعويض فى هذه المعادلة لنفس الافراد السابقين سنحصل على الآتى :

$$\text{س} = \text{صفر} \times 10 + 100 = 100$$

$$\text{ص} = -2 \times 10 + 100 = 80$$

$$\text{ع} = 1 \times 10 + 100 = 110$$

$$\text{د} = -1 \times 10 + 100 = 90$$

وكما أوضحنا من قبل فإن الاختيار متروك لنا فى تحديد المتوسط الجديد والانحراف المعيارى الجديد فى ضوء الاعتبارات السابقة . فإذا كان اختيارنا هو ٥٠ للمتوسط ، ١٠ للانحراف المعيارى ، فبالتعويض لنفس الافراد بالمعادلة السابقة سنحصل على الدرجات المعيارية المعدلة الآتية :

$$\text{س} = \text{صفر} \times 10 + 50 = 50$$

$$\text{ص} = -2 \times 10 + 50 = 30$$

$$\text{ع} = 1 \times 10 + 50 = 60$$

$$\text{د} = -1 \times 10 + 50 = 40$$

**استخدامات الدرجات المعيارية :**

تعد الدرجات المعيارية مقياسا معياريا لأية مجموعة من الدرجات ذات وحدات منتظمة وهى بهذا أكثر اشكال المقاييس تعبيراً عن درجات الافراد على أى اختبار ، بإعتبار هذه الدرجات نقاط على هذا المقياس المعيارى الذى متوسطه صفر (أو أى متوسط آخر اختاره الباحث) وانحرافه المعيارى واحد ( أو أى انحراف آخر اختاره الباحث ) . وبما أن الاختبارات المختلفة تعتمد أساسا على محك معيارى\*

---

(\*) أى أن الدرجة التى يحصل عليها الفرد فى الاختبار لاتقارن لتقرير ارتفاعها أو انخفاضها بمستوى معين سابق التحديد ، وإنما تقارن بالأداء الخاص بقيمة الأفراد الذين أدوا =

وليس معك مرجعى ( فرج ١٩٨١ ب ص ١٣٧ ) فان حصول فرد معين على درجة ما على اختبار لايعنى شيئا بالنسبة لنا ، ولا يمكننا أن نعرف إذا كانت هذه الدرجة مرتفعة أم منخفضة الا إذا قورنت بمؤشر ليقية الدرجات ، وهذا المؤشر هو هنا المتوسط والانحراف المعيارى ، وتتضح أهمية الدرجة المعيارية واستخداماتها عندما نجد انفسنا فى حاجة لمقارنة أداء بعض الأفراد على عدد من الاختبارات ذات المدى المختلف من الدرجات\* .

فإذا افترضنا مثلاً أن لدينا أربعة أفراد من مجموعة كبيرة ، اختبروا بثلاثة اختبارات يقيس الأول القدرة اللفظية وقيس الثانى القدرة الحسابية وقيس الثالث القدرة على استخدام الرموز ، وحصل الافراد الاربعة على الدرجات الآتية وكانت المتوسطات ، والانحرافات المعيارية لهذه المتوسطات للمجموعة أو العينة التى كان من بينها هؤلاء الافراد الاربعة هى ما يوضحه جدول رقم (٧:٢) .

---

= نفس الاختبار لمعرفة إذا كان أداء الفرد أعلى أو أقل من متوسط المجموعة ، بينما فى المحك المرجعى نضع بداية مستوى معين كحد للدرجة المتوسطة دون اعتبار لما سيحصل عليه الأفراد فى المجموعة مثال ذلك الدرجة ٢٥ للنجاح فى الامتحانات المدرسية ، أو الدرجة ١٠ للنجاح فى الامتحانات الجامعية ، حيث قد يحصل كل الأفراد أو أغلبهم على أكثر من ٢٥ درجة فى امتحان المحاسب أو يحصل كلهم أو أغلبهم على أكثر من ١٠ درجات فى مناهج البحث فى الجامعة ، أما الدرجة المعيارية فتتحدد لاحقاً من خلال حساب المتوسط والانحراف المعيارى لدرجات كل المجموعة .

(ج) أى أن الدرجات على الاختبار الأول مثلاً تتراوح بين ١٠٠ - ١٥٠ بينما على الاختبار الثانى بين ٢٥ - ٣٥ والاختبار الثالث بين ٦ إلى ١٢ مثلاً . وحيث يكون الجمع الجبرى للدرجة على الاختبارات المختلفة مضطرباً كما سيتضح من المثال .

**جدول رقم (٧:٢)**  
**درجات الأفراد على ثلاث اختبارات معرفية**

الأفراد	الدرجات الخام على الاختبارات			
	اللفظي	الحسابي	استخدام الرموز	المجموع الخام (إجراء خاطئ)
١ -	٦٠	٢٥	١١	٩٦ =
٢ -	٨٣	١٠	٩	١٠٢ =
٣ -	٨٠	٢٠	٣	١٠٣ =
٤ -	٩٠	١٠	٥	١٠٥ =
م =	٩٠	١٥	٧	
ع =	١٥	٥	٢	

سنلاحظ من مراجعة بيانات الجدول أن المقارنة صعبة بين هؤلاء الأفراد الأربعة فبينما الفرد الرابع هو صاحب أعلى درجة على الاختبار الأول ، فإن الشخص الأول هو صاحب أعلى درجة على الاختبارين الثاني والثالث ، فإذا قمنا بالحصول على المجموع الكلي لدرجات كل فرد على الاختبارات الثلاثة ( وهو إجراء خاطئ ) فسنستبين أن الفرد الأول هو صاحب أقل الدرجات وأن الثاني أعلى منه ، ودرجات الثالث أكبر منهما ، وأن الفرد الرابع هو صاحب أعلى الدرجات كما يظهر من العمود الأخير في الجدول غير أن هذا الإجراء خاطئ كما ذكرنا إذ أن الدرجات مختلفة وليس لها أساس واحد . وعلى هذا فمن الأفضل أن نحولها إلى درجات معيارية ، وقد اخترنا تحويلها إلى درجات معيارية معدلة متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعياري ١٥ من خلال التعويض في المعادلة ( ٧:٢ ) وحصلنا على الدرجات المعيارية المعدلة الآتية جدول ( ٧:٣ ) .



جدول رقم (٧، ٣)

الدرجات المعيارية المعدلة لأربعة أفراد على الاختبارات المعرفية

الأفراد	الدرجات المعيارية على الاختبارات			مجموع الدرجات المعيارية لكل فرد
	اللفظي	الحسابي	استخدام الرمز	
١	٧٠	١٣٠	١٣٠	٣٣٠ =
٢	٩٣	٨٥	١١٥	٢٩٣ =
٣	٩٠	١١٥	٧٠	٢٧٥ =
٤	١٠٠	٨٥	٨٥	٢٧٠ =

وتوضح نتائج هذه الخطوة أننا وصلنا إلى شيء مختلف تماماً فبينما كان الفرد الأول هو صاحب أقل درجات خام ، كان صاحب أعلى مجموع في الدرجات المعيارية وكان الشخص الثاني هو التالي له مباشرة وهكذا وبينما كان الفرد الرابع صاحب أعلى مجموع أصبح الآن صاحب أقل مجموع .

فإذا أخذنا الحالتين المتطرفتين هنا للتعرف على أسباب تحول أكبر درجة خام إلى اصفر درجة معيارية ، واصفر درجة خام إلى أكبر درجة معيارية ، فسنجد أن صفر درجة الفرد الأول كان راجعاً لحصوله على ٦٠ درجة فقط في الاختبار الأول بينما كان الفرد الأخير حاصل على ٩٠ درجة ، والفرق ٣٠ درجة خام في اختبار واحد فرق كبير ، رغم أنه عبارة عن انحرافين معيارين ، في الوقت نفسه كان الفرق بينهما في الاختبار الثاني ١٥ درجة خام لصالح الأول وهو فرق خام صغير رغم أنه يمثل ثلاثة انحرافات معيارية عن متوسط هذا الاختبار ، وبالمثل كان الفرق بينهما على الاختبار الثالث فقط لصالح الأول وهو فرق خام صغير ومع ذلك فهو يمثل ثلاثة انحرافات معيارية بالنسبة لمتوسط الدرجة على هذا الاختبار .

يتضح من هذا أن الفروق في صورة وحدات انحرافية معيارية هي الاجراء السليم والمناسب لجمع درجات اختبارات ذات مدى مختلف أو عند المقارنة بين افراد مختلفين .

## انواع الدرجات المعيارية المعدلة :

الاقرب إلى الدقة هنا أن نقول المسميات المختلفة للدرجات المعيارية المعدلة لا أنواع الدرجات المعيارية المعدلة . فجميع الدرجات المعيارية لها نفس المعنى ونفس المنطق وتتبع عن تطبيق نفس القاعدة أو التعويض في نفس المعادلة (٧:٢) غير أن الاختلاف بينها يرجع إلى حجم المتوسط الجديد المختار ، وكذلك حجم الانحراف المعياري الجديد . وقد ذكرنا الاسباب المختلفة التي تدعو باحثا معينا لأختيار متوسط وانحراف معياري معينين .

وتمثل الدرجات المعيارية ذات المتوسط صفر والانحراف المعياري واحد الدرجات المعيارية الأساسية التي تتخذ أساسا للتحويل للدرجات معدلة .

وأحدى الدرجات المعيارية المعدلة هي الدرجة المعيارية الانحرافية التي تستخدم في اختبارات الذكاء ذات المتوسط ١٠٠ والانحراف المعياري ١٥ أو ١٦\* وتستخدم في عدد من البحوث درجة معيارية معدلة يطلق عليها اسم الدرجة الثنائية<sup>(١)</sup> وهي درجة معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعياري ١٠ ، وهناك أيضا درجة معيارية معدلة يطلق عليها الدرجة الجيمية<sup>(٢)</sup> وهي درجة معيارية معدلة متوسطها ٥ وانحرافها المعياري ٢ وضعها جيلفورد ، وهي درجة تؤدي إلى تحويل المقياس المعياري الذي تستخدم فيه الدرجات المعيارية الاصلية ذات الست وحدات معيارية سالبة وموجبة إلى مقياس جديد مكون من ١١ وحدة وقد اشتقت من هذا المقياس مقاييس أخرى لتضييق هذا المدى الذي تقسم على أساسه قاعدة المنحنى الاعتدالي . من ذلك التسايعيات<sup>(٣)</sup> التي تقسم قاعدة المنحنى إلى ٩

---

(٥) ١٥ في اختبار وكسلر بلفير ، ١٦ في اختبار ستانفورد بينيه .

G. Score (٢)

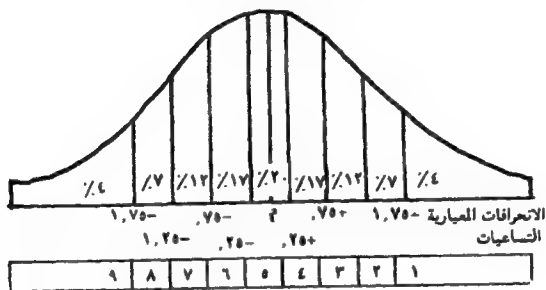
T. Score (١)

Stanine (٣)

أقسام بدلا من ١١ (شكل ٧:٢) ويستخدم في اختبار القبول في الكليات الأمريكية<sup>(١)</sup> نظام معياري آخر متوسطه ١٥ وانحرافه المعياري ٥ . كما يستخدم في بطارية الاستعدادات الدراسية درجة معيارية معدلة متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعياري ١٠٠ ( السيد ١٩٧٩ ، ص ٢٩٢ ) .

شکل رقم (۷:۲)

### التساعيات ومواضعها على قاعدة المنحني الاعتدالي

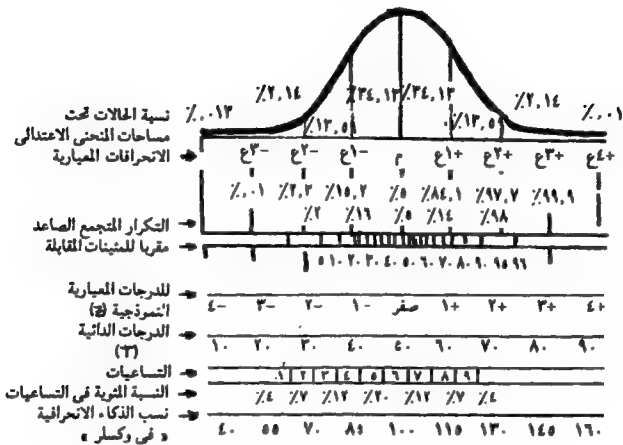


ولأنه من الممكن تحديد المثبتات عند أي نقطة على المنحنى الاعتدالي ،  
وحيث يكون المتوسط ، أو الدرجة المعيارية صفر مساويا للمئين ٥٠ ، فإنه يسهل  
مناظرة الدرجات المثبتة بالانحرافات المعيارية المختلفة ، ومثل الشكل الآتي رقم  
(٧:٣) المنحنى الاعتدالي والدرجات المعيارية المختلفة عليه ومايقابلها من  
مثبتات .

Act (1)

### شكل رقم (٧:٣)

### المنحنى الاعتدالي والدرجات المختلفة عليه وما يقابلها من مئينات



### المساحات تحت المنحنى الاعتدالي:

عرفنا حتى الآن أن الظواهر المختلفة تتوزع اعتداليا ، وأن المنحنى الاعتدالي يعبر بخصائصه التي ذكرناها عن هذه التوزيعات ، وفي ضوء العلاقة بين الوحدات المعيارية المستخدمة للأشارة إلى نسب توزيع الحالات تحت المنحنى الاعتدالي ، يمكننا أن نلاحظ أنه في حالة أية عينة موزعة توزيعا اعتداليا ، فإن احتمال حصول فرد ما على درجة تقع بين  $\pm 1$  ع ، أي بين الانحراف المعياري الاول والمتوسط من جانبية هو احتمال تصل نسبته إلى 3:2 أو حوالي 68% . ذلك لاننا نعرف أن 68% تقريبا من الحالات تقع بين المتوسط وبين أول انحراف معياري على جانبيه

المتوسط أى بعده إذا كان موجبا (أى على يمين المتوسط) أو قبله إذا كان سالبا (أى على يسار المتوسط) ، وبالمثل يمكننا أن نستنتج أن احتمال حصول شخص ما على درجة تتراوح بين المتوسط و ٢ انحراف معيارى على الجانبين ، يصل إلى حوالى ٩٥٪ تقريبا . لآتنا نعرف أيضا أن ٩٥,٤٤٪ من الحالات تقع بين المتوسط وانحرافين معياريين على كل من جانبيه . وفى ضوء هذه المعلومات يمكننا أن نستمر فى تحديد نسب الحالات تحت أى مساحة من مساحات المنحنى ، من ذلك مثلا أن احتمال حصول شخص ما على درجة تقع بين المتوسط و ١ انحراف معيارى موجب لن يزيد عن حوالى ١٧٪ ، لأن ١٩٪\* تقريبا من الأفراد تقع تحت المنحنى فى هذه المساحة .

### تحديد مساحات (أو نسب معينة من الحالات بين نقطتين :

قد يجد الباحث فى بعض الممارسات أنه فى حاجة لمعرفة نسبة الأفراد الذين يحصلون على درجات تتراوح بين نقطتين أو درجتين محددين . مثال ذلك أن يحاول معرفة نسبة الحالات التى حصل أصحابها على درجات تقع بين ٢٠-٢٨ على اختبار للفهم اللفظى طبق على عينة موزعة توزيعا اعتداليا . والخطوة الأولى فى هذه الحالة هى تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية . باستخدام المتوسط والانحراف المعيارى للعينة طبقا للمعادلة (٧:١) ، فإذا كانت الدرجة ٢٠ تساوى مثلا درجة معيارية قدرها + ٥ ، وكانت الدرجة ٢٨ تساوى درجة قدرها + ١,٤ ، فإن المطلوب هنا أن نعرف المساحة (أى النسبة) المحصورة بين + ٥ ، + ١,٤ انحراف معيارى تحت المنحنى الاعتدالى ، أى نسبة الحالات الواقعة بين هاتين النقطتين . وقد قام الاحصائيون بوضع جداول تفصيلية توضح المساحات تحت المنحنى المحصورة بين المتوسط ( أى الدرجة المعيارية صفر ) وبين أى درجة معيارية أو كسور الدرجات المعيارية . فإذا أردنا التعرف على هذه النسبة من

---

(٥) ١٩٪ تقريبا وليس ١٧٪ (أى أكثر من نصف الـ ٣٤٪ المحصورة بين م ، ١٤) نتيجة لانخفاض التدرجى للمنحنى نحو ذيله ، وبالتالي فإن النصف الثانى من الانحراف المعيارى الأول سيكون حوالى ١٥٪ تقريبا .

الأفراد التى تقع بين ٢٠-٢٨ أو بين ٥.٠ ، ١.٤+ درجة معيارية ، فسنجد البيانات المطلوبة فى جداول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى بالملحق (جدول ب) وعلينا أن نتبع خطوات الفحص الآتية للحصول على النسبة المطلوبة فى مثالنا هذا.

١ - تحت العمود الأول فى الجدول ، وهو العمود الخاص بالدرجات المعيارية نفحص حتى نصل إلى الدرجة المعيارية ٥.٠ .

٢ - نقرأ القيمة المقابلة للدرجة المعيارية ٥.٠ فى العمود الثانى الخاص بالمساحات تحت المنحنى الاعتدالى من المتوسط ( الدرجة المعيارية صفر ) حتى ٥.٠ معيارية ، وسنجد أن القيمة المقابلة لـ ٥.٠ تساوى ١٩١٥ ، وهى هنا المساحة المحصورة بين المتوسط ، ٥.٠ انحراف معيارى .

٣ - نعود إلى العمود الأول مرة أخرى ونفحصه حتى نصل إلى الدرجة المعيارية ١.٤ ، وحيث نجد أن القيمة المقابلة لها فى العمود الثانى تساوى ٤١٩٢ ، وهذه أيضا المساحة المحصورة بين المتوسط والانحراف المعيارى ١.٤ .

٤ - نطرح المساحة الأولى من الثانية لنحصل على المساحة المحصورة بين النقطتين ( أو بين الدرجتين المعياريتين ٥.٠ ، ١.٤ ) ، وسنجد أنها تساوى ٤١٩٢ - ١٩١٥ = ٢٢٧٧ ، أى أننا نستطيع أن نقول أن حوالى ٢٣٪ من الحالات ( أو ٢٢.٨٪ على وجه الدقة ) تقع بين الدرجتين ٢٠-٢٨ أو بين ٥.٠ ، ١.٤ درجة معيارية .

ولأن الجدول ب بالملحق يوضح المساحات من الدرجة المعيارية صفر (المتوسط) حتى الدرجة المعيارية ٣.٧ ولكنه لا يتضمن درجات معيارية سالبة ، فعلىنا التعرف على كيفية حساب النسبة من الحالات فى حالة ما إذا كانت إحدى الدرجات مرجية والأخرى سالبة ( أى إحداهما أكبر من المتوسط والأخرى أقل منه ) . ولأن المساحة أو المسافة واحدة بين المتوسط وبين النقطة المعينة سواء أكانت هذه النقطة على يمين المتوسط أو عن يساره ، فعلىنا أن نقوم أولا بتحديد هذه المساحة بين المتوسط وبين الدرجتين المعياريتين المطلوبتين . فإذا كانت الأولى هى ٧.٠+ معيارية ، وكانت المساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٢٥٨٠ ،

طبقا للموضع بالعمود الثانى من الجدول أمام الدرجة المعيارية ٧. وإذا كانت الدرجة الثانية هى -٣.٦ وكانت القيمة المناهضة لها فى الجدول بالعمود الثانى هى ٤.٣٢. وهنا سنجد أن النسبة بين هاتين الدرجتين الموجبة والسالبة عبارة عن مجموع المساحة بين المتوسط والنقطة أو الدرجة الموجبة ، والمساحة بين المتوسط والنقطة أو الدرجة السالبة ، أى أن علينا أن نقوم بجمع المساحتين لاطرح أحدهما من الاخرى ، طالما أن كل منهما فى اتجاه مختلف من المتوسط ، وبهذا تكون هذه النسبة ٢٥٨٠ × ٤.٣٢ = ١١١٢٠. أى أننا نستطيع أن نستخلص من هذا أن نسبة الحالات التى تنحصر بين الدرجتين +٤ ، -٣ تبلغ ٦٦٪ .

### عدد الدرجات فى التوزيع الواقعة أعلى (أو أسفل) درجة خام معينة :

قد تختلف المشكلة التى يهتم بها الباحث عن المشكلة السابقة ، فإذا افترضنا أن أحد الباحثين اتجه لمعرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تفوق درجة معينة فى اختبار ما ، مثال ذلك أن أحد الباحثين يرغب فى معرفة عدد الأفراد الذين تزيد درجتهم عن ٨٠ فى اختبار للسرعة الإدراكية ، وكانت عينة الدراسة مكونة من ٧٥٠ مفحوصا وكان متوسط الدرجات ٦٠ وانحرافها المعيارى ١٥ .

وتحل هذه المشكلة أيضا بالاستعانة ببيانات الجداول (ب) فى الملحق والذى سبق لنا استخدامه . ولكن من خلال العمودين الثالث والرابع ، والذين يقومان على المنطق الآتى : أننا إذا أسقطنا عمودا من أية نقطة فى المنحنى على قاعدته ، فإن هذا العمود سيقسم المنحنى إلى مساحتين ، أحدهما مساحة كبرى ، والأخرى مساحة صغرى ( فيما عدا حالة واحدة وهى المتوسط الذى نسقطه من أعلى نقطة فى المنحنى فيقسمه إلى مساحتين متساويتين ) وبين العمود رقم ٣ فى الجدول ب المساحة الكبرى عند أى نقطة يلمس فيها العمود المسقط قاعدة المنحنى ( وهذه النقطة عبارة عن درجة معيارية طالما تقع على امتداد قاعدة المنحنى ، وبين العمود رقم ٤ فى الجدول المساحة الصغرى عند نفس النقطة ، وبالطبع فإن مجموع المساحتين الكبرى والصغرى ، لابد أن يكمل الواحد الصحيح لأن كلا منهما نسبة من المساحة الكلية .

\* الدرجة ١.٣ فقط بدون علامة السلب التى لا وجود لها بالجدول .

فإذا عدنا لمثلنا السابق الذى يرغب فيه الباحث معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات أعلى من ٨٠ ، فستكون خطواتنا كالآتى :

١ - تحول الدرجة الخام ٨٠ إلى درجة معيارية باستخدام المعادلة رقم (٧:١) وحيث تساوى  $٨٠ - ٦٠ = ٢٠ = ١.٣٣$

٢ - بما أن اهتمام هذا الباحث متجه إلى معرفة العدد من الأفراد الحاصلين على درجة أعلى من الدرجة المعيارية ١.٣٣ ( أى الدرجة الخام ٨٠ ) ، إذن المطلوب تحديد المساحة الصغرى أى نقرأ القيمة أو النسبة فى العمود الرابع المقابلة للدرجة المعيارية ١.٣٣ وسنجد أنها تساوى ٠.٩١٨ .

٣ - بما أن عدد أفراد العينة ٧٥٠ فردا ، أى أن المساحة الكلية للوحدة أو الواحد الصحيح تساوى هنا ٧٥٠ فعلنا تحديد نسبة ال ٠.٩١٨ من هذه المساحة الكلية ، فنقوم بضرب ٠.٩١٨  $\times ٧٥٠ = ٦٨٧$  أى بالتقريب ٦٩ فردا هم من حصلوا على درجات تزيد عن ٨٠ درجة من بين جميع أفراد العينة الذين يبلغون ٧٥٠ فردا .

وبالطريقة نفسها يمكننا معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجة تقل عن ٨٠ وهم فى هذه الحالة الذين يقفون فى النسبة الكبرى من المساحة أى فى العمود الثالث ، وحيث نجد أن هذه النسبة أمام الدرجة المعيارية ١.٣٣ تساوى ٠.٩٨٢\* ، وبضرب هذه النسبة فى العدد الكلى للعينة سنجد أن من حصلوا على درجات تقل عن ٨٠ يبلغون ٠.٩٨٢  $\times ٧٥٠ = ٦٨١$  . وسلاحظ القارىء أن مجموع من حصلوا على درجات تقل عن ٨٠ وكذلك من حصلوا على درجات تزيد عن ٨٠ درجة يبلغون معا ٧٥٠ فردا أى الحجم الكلى للعينة .

**تحديد اى الدرجات تقع عند نسب معينة من التوزيع :**

قد تكون مشكلة الباحث من نوع آخر ، إذا بعد أن اختير هؤلاء ال ٧٥٠ مفحوصا باختباره للسرعة الإدراكية طلب منه تحديد الدرجة التى حصل ١٢٪ من

\* لاحظ أن مجموع هاتين النسبتين ( المساحة الكبرى ) + ( المساحة الصغرى ) = ١.٠ .



الأفراد على درجات أعلى منها حتى يمكن تعيينهم فى وظيفة مراقبى وإدار مثلاً .  
سيجد هذا الباحث أن ال ١٢٪ هذه هى فى حقيقة الأمر تساوى المئين ٨٨ وهو  
النقطة التى يقل عنها ٨٨٪ من الأفراد ويزيد عنها ١٢٪ من الأفراد وهو هنا  
يحتاج لتحديد الدرجة المقابلة للمئين ٨٨ ، فإذا قام هذا الباحث بفحص العمود  
الثالث أى عمود النسبة فى المساحة الكبرى من الجدول ب حتى يصل إلى أقرب رقم  
ل ٨٨ فسيجد أنه يقع بين ٨٧٩٠ . ، ٨٨١٠ . وأمام كل من هاتين النسبتين  
سيجد فى العمود الأول الخاص بالدرجات المعيارية القيمتين ١٧٠١ ، ١٨٠٢ على  
التوالى ، وللتقريب حتى يحدد الدرجة المعيارية المقابلة للمئين ٨٨ سيقبل  
١٧٥٠ معنى هذا أن الدرجة التى تقطن ١٢٪ من الأفراد من الحصول على  
درجات تزيد عنها هى الدرجة المعيارية + ١٧٥٠ وحتى يحصل على الدرجة  
الحام المقابلة لهذه الدرجة المعيارية ، فإنه يقوم بالتعويض فى المعادلة الآتية  
رقم ( ٤ : ٧ ) .

$$\text{دم} = \frac{\mu - \text{س}}{\text{ع}} \quad ( ٤ : ٧ )$$

حيث دم = الدرجة المعيارية

μ = متوسط المجتمع

ع = الانحراف المعيارى

وبما أننا نعرف μ أو المتوسط هو فى مثالنا ٦٠ وقيمة الانحراف المعيارى =

١٥ ، فنقوم بالتعويض لحساب قيمة المجهول هنا وهو س كالآتى :

$$\text{دم} = \frac{\mu - \text{س}}{١٥}$$

$$= ١٧٥٠ = \frac{\mu - \text{س}}{١٥}$$

$$\text{س} - ٦٠ = ١٠,١٧٥ \times ١٥ = ١٧,٦٢$$

$$\text{س} = ٧٧,٦٢ = ١٧,٦٢ + ٦٠ =$$

أى أن الدرجة ٧٧ تقريبا هى الدرجة التى حصل ١٢٪ من العينة على درجات أعلى منها ، وبالمثل كان يمكننا أن نحصل على نفس النتيجة بالرجوع إلى بيانات العمود الرابع وليس الثالث ، بأن نبحث عن النسبة الصغرى من التوزيع التى تقل عن ١٢ ، وحيث نجد أنها ستقع بين الدرجتين المعيارين ١٠,١٧ ، ١٠,١٨ أى ١٠,١٧٥ تقريبا ، وهى نفس النسبة السابقة ، وبالتعويض أيضا فى المعادلة السابقة نحصل على نفس الدرجة .

وعلينا أن نلاحظ هنا أنه فى حالة ما إذا كنا نبحث عن درجة ما بقطع المساحة الكلية إلى نسبتين وأردنا معرفة الدرجة فى النسبة الصغرى التى تقل عنها نسبة معينة من الدرجات وهى درجة ستكون أقل من المتوسط فعلينا أن نطرح قيمتها من المتوسط لا أن نجمعه على المتوسط . من ذلك منه إذا كنا نبحث عن الدرجة التى يحصل ٢٠٪ من الأفراد على درجات أقل منها ، أى نبحث عن قيمة المئين ٣٠ وهو أقل من الوسيط ( المئين ٥٠ ) فستكون قيمته وفقا لبيانات نفس المثال كالآتى :

$$\text{س} - ٦٠ = \frac{١٥}{١٥}$$

$$\text{س} - ٦٠ = \frac{١٥}{١٥} = ٨٤ -$$

$$\text{س} - ٦٠ = ١٥ \times ( ٨٤ - ) = ١٢,٦ -$$

$$\text{س} = ١٢,٦ - ٦٠ = ٤٧,٤ \quad \text{أى الدرجة ٤٧ تقريبا .}$$

## تحويل توزيع تجريبي إلى توزيع اعتدالي (١) :

قد نحصل أثناء البحوث المختلفة على توزيعات تكرارية تختلف فى بعض خصائصها عن التوزيع الاعتدالى النمطى ، ونرى من الضرورة تعديل التكرارات فى فئات هذا التوزيع حتى تتفق بأكبر قدر ممكن مع التوزيع الإعتدالى وخصائصه. وعندما نقوم بهذا الإجراء فإننا نحافظ على ثلاث خصائص أساسية فى التوزيع الأصلى وهى حجم العينة ، والمتوسط التجريبي والإتحراف المعيارى التجريبي . ويصبح ما نقوم به فى الواقع عبارة عن تسوية للتوزيع للتخلص من نقاط عدم الانتظام فيه وتقريب التكرارات لتنظم وفقا للنسب المعروفة تحت التوزيع الاعتدالى . فإذا افترضنا على سبيل المثال أننا قمنا باختيار عينة من الأطفال باختبار المصفوفات المتدرجة الملون ، وكان حجم هذه العينة ١٥٠ طفلا ، وكان متوسط درجاتهم ٦٣,٩ ، والإتحراف المعيارى لهذا المتوسط ١٢,٢ وكان التوزيع التكرارى لدرجات هؤلاء الأطفال هو ما يوضحه العمودان الأول والثانى فى الجدول الأتى رقم ( ٤ : ٧ ) الذى نوضح من خلاله بقية خطوات عملية التحويل إلى التوزيع الاعتدالى .

يبين العمودان الأول والثانى من الجدول الفئات والتكرارات ، وقد أشرنا للتكرارات بالرمز ك ، واستخدمنا الحرف م للإشارة إلى أنها التكرارات الملاحظة . بينما أشرنا للتكرارات فى العمودين الأخيرين بالرمز ع باعتبارها المتوقعة فى حالة تسوية التوزيع لأقرب صورة اعتدالية ، وتنبع هنا الخطوات الآتية :

جدول رقم (٧:٤)  
تحويل توزيع تيريس إلى التمثيل توزيع اعتدالي

(١) ن	(٢) نم	(٣) الحد الأعلى للفترة	(٤) ح	(٥) ز	(٦) النسبة		(٧) النسبة بين مدى الفترة	(٨) لح	(٩) لح
					تحت الحد الأدنى	النسبة			
٩٤ -	١	٩٤,٥	٣٠,٦	٢,٥١	٩٤٤	١١٩	٠,١١٩	١,٧٨٥	١,٨
٨٩ -	٣	٨٩,٥	٢٥,٦	٧,١	٩٨٧	٢٧٦	٠,٢٧٦	٤,١٤٠	٤,١
٨٤ -	٨	٨٤,٥	٢٠,٦	٦٩	٩٥٤	٥٤٨	٠,٥٤٨	٨,٢٢٠	٨,٢
٧٩ -	١٧	٧٩,٥	١٥,٦	١,٧٨	٨٩٩٧	٩١٩	٠,٩١٩	١٣,٨٧٥	١٣,٨
٧٤ -	٢٨	٧٤,٥	١٠,٦	٨٧	٨٠٧٨	١٣٠٦	٠,١٣٠٦	١٩,٥٩٠	١٩,٦
٦٩ -	٣٦	٦٩,٥	٥,٦	٤٦	٦٧٧٢	١٥٧٣	٠,١٥٧٣	٢٣,٥٩٥	٢٣,٦
٦٤ -	١٢	٦٤,٥	٠,٦	٠,٥	٥١٩٩	١٦٠	٠,١٦٠	٢٤,٠٧٥	٢٤,١
٥٩ -	١٨	٥٩,٥	٤,٤-	٣١-	٣٥٩٤	١٣٨٨	٠,١٣٨٨	٢٠,٨٧٠	٢٠,٨
٥٤ -	١٠	٥٤,٥	٩,٤-	٧٧-	٢٧٠٦	١٠١٦	٠,١٠١٦	١٥,٢٤٠	١٥,٢
٤٩ -	٨	٤٩,٥	١٤,٤-	١,١٨-	١١٩٠	٦٣١	٠,٦٣١	٩,٤٦٥	٩,٥
٤٤ -	٨	٤٤,٥	١٩,٤-	١,٥٩-	٠٥٩	٣٣١	٠,٣٣١	٤,٩٦٥	٥,٠
٣٩ -	٥	٣٩,٥	٢٤,٤-	٢٠-	٢٢٨	١٤٨	٠,١٤٨	٢,٢٢٠	٢,٢
٣٤ -	١	٣٤,٥	٢٩,٤-	٢,٤١-	٠٠٨	٠٠٨	٠,٠٠٨	١,٢٠٠	١,٢
	$\Sigma$	١٥٠				$\Sigma$	٩١٤٠		$\Sigma$

(١٥) ذ أو درجة معيارية والمسطحمان غير ذاتان .

$$٢٣,٩ = م$$

$$١٢,٢ = ح$$

(١٥) : نحدد الحد الأعلى لكل فئة من فئات الجدول ، ونرصد هذا الحد فى العمود الثالث فى نفس صف الفئة ، وبما أن الفئة الأولى فى الجدول هى ٩٠-٩٤ وطبقا للقواعد التى درجنا عليها وهى أن الحد الأعلى للفئة هو منتصف المسافة بينها وبين الفئة الأعلى منها ، فإن الحد الأعلى لهذه الفئة ٩٤.٥ ، ويكون الحد الأعلى للفئة السابقة عليها ( أى الفئة ٨٥-٨٩ ) هو ٨٩.٥ . وهكذا حتى الفئة الأولى فى الجدول والتى حدها الأعلى ٣٤.٥ .

ثانياً : نحدد انحرافات الحدود العليا للفئات عن المتوسط ، وبما أن متوسط هذه المجموعة من الدرجات هو ٦٣.٩ فالانحراف عبارة عن باقى طرح المتوسط من الحد الأعلى لكل فئة . وبذلك يكون انحراف الحد الأعلى للفئة الأولى : ٩٤.٥ - ٦٣.٩ = ٣٠.٦ ، وانحراف الحد الأعلى للفئة الثانية : ٨٩.٥ - ٦٣.٩ = ٢٥.٦ ، وهكذا حتى الفئة الأخيرة وانحراف حدها الأعلى عن المتوسط هو : ٣٤.٥ - ٦٣.٩ = -٢٩.٤ ، ونرصد هذه الانحرافات فى العمود الرابع .

ثالثاً : نقوم بتحويل هذه الانحرافات عن المتوسط إلى درجات معيارية بقسمتها على الانحراف المعياري\* . وتكون الدرجة المعيارية للفئة الأولى :

$$\frac{٣٠.٦}{١٢.٢} = ٢.٥١$$
 ، والدرجة المعيارية للفئة الثانية  $\frac{٢٥.٦}{١٢.٢} = ٢.١$  وهكذا حتى الفئة الأخيرة ودرجتها المعيارية هى  $\frac{-٢٩.٤}{١٢.٢} = -٢.٤١$  ونرصد هذه القيم فى العمود الخامس .

(١٦) : نستخدم الجدول (ب) فى الملحق ، الخاص بالمساحات تحت المنحنى الإعتدالى لنحدد النسب من المساحة التى تقع تحت الدرجات المعيارية لكل فئة من فئات الجدول ، وحيث نهت فى العمود الثالث من الجدول ( المساحة فى النسبة الكبرى ) فنجد أن الدرجة المعيارية العليا الخاصة بالفئة ٩٠-٩٤ وهى ٢.٥١ تقع تحتها مساحة نسبتها ٩٩٤٠ . فنرصد هذه القيمة فى العمود السادس ونجد أن

(ج) وذلك تطبيقاً للمعادلة (٧:١) د.م.  $\frac{س - \bar{س}}{ع}$  حيث س - من = ح ونقوم هنا بقسمة ح أو الانحرافات على الانحراف المعياري للدرجات فنحصل على ذ أو الدرجة المعيارية .

الدرجة المعيارية الخاصة بالفئة الثانية هي ٢.١ ويقابلها في جدول (ب) القيمة ٩٨٢١. وهكذا حتى الدرجة المعيارية في آخر فئة وهي -٢.٤١ وتقابلها ٠.٠٠٨. وعلينا أن نلاحظ هنا أن القيمة المقابلة للدرجة المعيارية ٢.٤١ هي ٠.٤٩٢. غير أن هذه الدرجة المعيارية بالسلب أى أنها أقل من المتوسط. وبما أن المتوسط أو الدرجة المعيارية تحتجز قبلها ٥. من مساحة المنحنى، فنطرح المساحة الخاصة بأية درجة معيارية سالبة من ٥. لتحديد المساحة المحتجزة قبلها. وتتبع نفس القاعدة بالنسبة لكل الدرجات المعيارية السالبة في جدول (٤ : ٧) والتي تبدأ من الفئة ٥٥ - ٥٩.

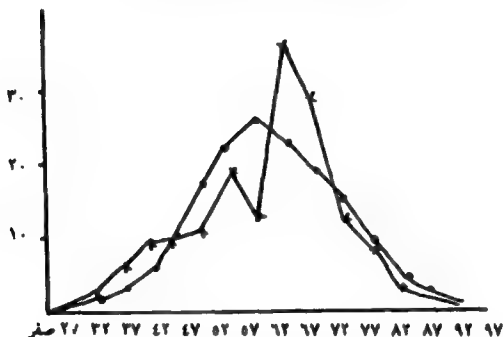
**خامسا:** يتضمن العمود السابع نسب المساحات تحت المنحنى الإعتدالى الواقعة بين حدى الفئة. ونحدد هذه النسب من المساحة من أسفل الجدول إلى أعلاه. فنبدأ بالفئة الدنيا ٣٠-٣٤ حيث نجد أن النسبة التى تقع تحت حدها الأقصى هي ٠.٠٨٠. وهى أيضا النسبة التى تقع بين حديها فترصدها كما هي أمام الفئة في العمود السابع. ونصعد إلى الفئة الأعلى منها وهى الفئة ٣٥-٣٩ والتي يقع تحتها نسبة تبلغ ٠.٢٨٨. ومن هذه النسبة رأينا أن ٠.٠٨ يقع تحت الفئة الأقل منها، أى أن النسبة المعصورة بين حديها وحدها هي ٠.٢٢٨. - ٠.٠٨٠ = ٠.١٤٨. فترصد هذه القيمة في العمود السابع أيضا أمام الفئة ٣٥-٣٩ وهكذا أى أننا نطرح كل قيمة في عمود ٦ من القيمة السابقة عليها في نفس العمود وترصدها في عمود ٧ حتى نصل إلى القيمة العليا والناجمة عن طرح ٩٨٢١. من ٩٩٤٠. وتساوى ٠.١١٩. والمفروض أن تكون مجموع قيم هذا العمود مساوية للواحد الصحيح لأنها تعبر عن مجموع المساحة تحت المنحنى الإعتدالى، إلا أننا نجد في الواقع أن مجموعها أقل بفروق عشرية محدودة عن الواحد الصحيح نتيجة لوجود حالات قليلة للغاية في ذيل المنحنى لا تدخل في الاعتبار.

**سادسا:** نحسب في الخطوة الأخيرة النسبة المتوقعة من الحالات في عينتنا في المساحات الخاصة بالمنحنى بعد الحصول على المساحة الخاصة بكل فئة وذلك بضرب كل قيمة من قيم العمود السابع في حجم العينة أى في ١٥٠، فنحصل على التكرارات المتوقعة لكل فئة من أسفل إلى أعلى الجدول على الوجه الآتى :

تكرار الفئة (٣٠-٣٤)  $1.2 = (100 \times 0.008)$  ، وتكرار الفئة (٣٥-٣٩)  $2.22 = (100 \times 0.0148)$  وهكذا حتى الفئة الأخيرة أو أعلى فئة في الجدول ٩٠-٩٤ والتي يساوى تكرارها ١.٧٨٥ أى  $(100 \times 0.0119)$  .

سابعاً : قيم العمود التاسع هى نفسها قيم العمود الثامن أى التكرارات المتوقعة ، ولكن بعد تقريبها إلى رقم عشرى واحد باتباع قواعد التقريب التى أشرنا إليها فى الفصل الثالث . ويوضح الشكل رقم (٧:٤) مصلع الدرجات الأصلية لهذه المجموعة من الدرجات والمنحنى الناتج عن التحويل إلى توزيع اعتدالى .

شكل رقم (٧:٤)  
تحويل توزيع تجريبي إلى اقرب شكل اعتدالى



## تقارن على الفصل السابع

١ - فيما يلى درجات عشر أفراد على اختبار للمرونة العقلية طبق على عينة من ١٠٠ شخص وكان متوسطهم ٢٢ درجة والانحراف المعياري ٤ .

١٦ . ٦ . ٨ . ٢٢ . ١٥ . ٢٤ . ٢٩ . ١٣ . ١٦ . ١٨ . ٢٠ .

أ - احسب الدرجات المعيارية لهؤلاء الأفراد .

ب - حول هذه الدرجات الخام إلى درجات ثانية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعياري ١٠ .

٢ - حصل أربعة أفراد على الدرجات الآتية على ثلاثة من الإختبارات اللفظية الفرعية فى مقياس وكسلر ، وكانت المتوسطات والانحرافات المعيارية للعينة كلها التى منها هؤلاء الأربعة كالآتى :

الاختبار	٢	٤
المتشابهات	١٤	٢
مدى الأرقام	٦	٢
المفردات	١٦	٣

درجات الأفراد الأربعة :

	المتشابهات	مدى الأرقام	المفردات
١ -	١٤	٢	١٢
٢ -	٨	٨	٢٠
٣ -	٩	٣	١٤
٤ -	١٦	٦	١٠

قارن بين أداء هؤلاء الأفراد على الاختيارات الثلاثة معا ورتبهم فى ضوء تدرج مجموع درجاتهم المعيارية ، مستخدما فى حسابك إحدى الدرجات المعيارية المعدلة التى درستها فى هذا الفصل .



٣ - حدد نسبة الأفراد الواقعة بين الدرجات المعيارية الآتية ، وعدد الأفراد في كل نسبة في ضوء أحجام العينات في كل حالة من الحالات الآتية :

أ - بين الدرجتين المعياريتين ٣ ، ١.٢٠ في عينة حجمها ١٢٠

ب - بين الدرجتين المعياريتين ٤.٠ ، ٨.٠ في عينة حجمها ٥١٢

ج - بين الدرجتين المعياريتين ١.٢- ، ١.٨- في عينة حجمها ٤٢٠

٤ - حول التوزيع الآتي لدرجات ٣٠٠ طالب في اختبار للطلاقة اللفظية إلى أقرب توزيع اعتدالي :

الفئات	التكرارات	الفئات	التكرارات
٨٠ - ٨٤	٢	٤٥ - ٤٩	٤٦
٧٥ - ٧٩	٦	٤٠ - ٤٤	٣٠
٧٠ - ٧٤	١٥	٣٥ - ٣٩	١٦
٦٥ - ٦٩	٢٩	٣٠ - ٣٤	٢٥
٦٠ - ٦٤	٢١	٢٥ - ٢٩	٢٠
٥٥ - ٥٩	٣٧	٢٠ - ٢٤	٨
٥٠ - ٥٤	٤٢	١٥ - ١٩	٣

٥ - استخرج من جدول (ب) النسبة الصغرى والنسبة الكبرى للدرجات المعيارية الآتية :

١.٣ ، ٢.٤- ، ١.٦٢ ، ٠.٥٦ .

٦ - احسب المساحة بين كل نسبتين للدرجات المعيارية الآتية :

( ١.٥٥ ، ١.١٤ ) ( ١.٤- ، ٨- ) ( ٩٦- ، ١.٨ ) .



## الفصل الثامن

### مدخل إلى الإرتباط

كانت التوزيعات التي تعرضنا لها فى الفصول السابقة خاصة بتفسير واحد فقط ، تبينا خلالها كيف نستطيع ملاحظة غط تشتت قيم هذا المتغير ، والخصائص المختلفة لتوزيعه ، ومدى اقتراب أو تشابه توزيع القيم من شكل معين من أشكال المنحنيات التي أوضحناها . غير أن الظواهر فى أى مجال من مجالات الحياة أو الطبيعة لا تتباين أو تتفاير فى فراغ أو فى استقلال وانفصال عن غيرها من الظواهر . فإذا تناولنا بعض القدرات أو السمات النفسية بالملاحظة فسنستين تعلقها ببعضها البعض<sup>(١)</sup> ، من ذلك أن من يحصلون على درجات مرتفعة فى اختبار للذكاء يحصلون على درجات مرتفعة فى امتحاناتهم المدرسية ، وأن من يحصلون على درجات مرتفعة فى اختبارات السرعة يحصلون على درجات منخفضة فى اختبارات الدقة ، بينما من ترتفع درجاتهم فى استبيان العصابية ، ترتفع درجاتهم بالمثل على مقاييس القلق .

وقد نلاحظ هذه العلاقات بين متغيرين من خلال بصيرتنا السيكولوجية وأهتمامنا بسلوك الناس أو أدايتهم ، إلا أن هذا لا يكفى ، إذ أن العلاقة أو الارتباط بمعناه العلمى بين أى ظاهرتين لا يتحدد من خلال هذه الملاحظة الشخصية المباشرة وحدها ، ولكن من خلال حساب معامل إحصائى بين مجموعتين من قيم هاتين الظاهرتين ، ونطلق على هذا المعامل الإحصائى اسم معامل الارتباط .

وقد اكتشف الكثير من العلاقات فى مجال العلوم الإنسانية ، وعلم النفس على وجه الخصوص ، من خلال حساب معاملات الارتباط . لم تكتشف فقط علاقات كانت موضع ملاحظة سابقة من بعض الناس ، بل اكتشفت أيضاً وتأكدت علاقات كثيرة بين متغيرات لم تكن العلاقة بينها معروفة أو ملاحظة من قبل .

وقد سبق الإشارة إلى جهود عالم النفس الإنجليزى سير فرانسيس جالتون ، والذى كان أول من اهتم بالارتباط ، وكانت المشكلة الأولى التى أثارت اهتمامه هى العلاقة بين سمات الآباء وسمات أبنائهم ، وقد ابتكر جالتون أسلوب معامل الارتباط ليحسم فى ما إذا كان هناك ارتباط بين طول قامة الأبناء الراشدين وطول قامة الآباء..

ولم يكن اهتمام جالتون بهذه المشكلة ومثيلاتها ناهياً من فراغ ، فالواقع أن هذه المشكلات ، وكل التطورات التى حدثت فى مجال الإحصاء التطبيقى كانت نتيجة للاهتمام الكبير بالملاحظات العلمية وقياس الفروق الفردية فى الخصائص المختلفة سواء فى النبات أو الحيوان ، أو الإنسان فى خصائصه البيولوجية أو النفسية.

ومنذ ذلك الوقت اتسع استخدام أسلوب الارتباط لفحص العديد من العلاقات فى المستوى الإنسانى ، من ذلك السؤال عن ماهر الارتباط ؟ ، إذا كان هناك ارتباط على الإطلاق ، بين حجم الجمجمة وبين الذكاء ؟ هل الأشخاص أصحاب الرؤوس الصغيرة والجيهاة الضيقة هم أصحاب الذكاء المنخفض ؟ لا يمكن الحسم فى إجابة مثل هذه الأسئلة إلا من خلال معامل الارتباط . وتعتمد الإجابة بالطبع على حصولنا على عينة من الأفراد ، نقيس حجم جمجمة كل منهم ، وبقدر دقتنا فى قياس أحجام رؤسهم وقياس نسب ذكائهم ، بقدر دقة النتيجة التى نحصل عليها عن الارتباط بين هذين المتغيرين (حجم الجمجمة والذكاء) . وهناك غير ذلك الكثير من الأسئلة التى كانت إجابتها بالإيجاب ، والأسئلة التى كانت إجابتها بالسلب ، وفى كل الحالات يتمين أن تكون البيانات الأولية الخاصة بكل متغير من المتغيرين الذين نحسب الارتباط بينهما دقيقة ( ثابتة ) وصحيحة ( صادقة ) بقدر الإمكان ، وطالما نستخدم فى الحصول عليها أدوات واختبارات مختلفة ، فعلياً أن نلتزم الأسس والقواعد والشروط التى يوفرها لنا القياس النفسى لتحقيق ثبات وصدق هذه الأدوات العلمية للملاحظة والقياس .

يضاف إلى ذلك ضرورة أن تكون قياساتنا وملاحظاتنا عن المتغيرين متسمة وقائمة على عينات كبيرة ، إذا كنا نهدف إلى استخدام مانخرج به من نتائج لخدمة

أهداف الاستدلال منها على المجتمع الخارجى ، وفى هذا علينا الرجوع إلى إحصاء العينات وحساب الاحتمالات حتى نقف على أرض صلبة .

### الارتباط بقياس للعلاقة (و التغاير المشترك) (١) :

يشير الارتباط إلى قدر من العلاقة أو التلازم (٢) بين متغيرين ، ويعنى ذلك أن التغيرات أو الفروق فى قيم قياسات المتغير الأول ، مرتبطة بقدر ما ، كبر أو صغر ، بتغيرات مناهرة فى قياسات المتغير الآخر .

وعلىنا أن نلاحظ الفرق الهام هنا بين الارتباطات غير التامة التى نلاحظها فى مجال الظواهر النفسية والاجتماعية ، وبين الارتباطات الثابتة والتامة التى لا تختلف من حالة لأخرى بين مساحة الدائرة وقطرها مثلا . ففى المتغيرات النفسية نجد أننا رغم تأكيدنا إحصائياً ، من خلال معامل الارتباط ، أن هناك علاقة إيجابية واضحة بين الذكاء والتحصيل إلا أننا نستطيع أن نلاحظ أن هناك بعض الاستثناءات حيث نجد بعض الأذكيا ضعاف التحصيل ، أو بعض المتفوقين فى التحصيل ضعاف فى نسب ذكائهم . نحن نستخدم معامل الارتباط إذن لتحديد مقدار واتجاه علاقات متغيرة ، وعلاقات غير تامة فى الوقت نفسه .

ويمكننا أن نجد الأنواع الآتية من الاسئلة الإحصائية فى مجال التغاير الثانى والتوزيعات الخاصة بمتغيرين معا :

١- هل هناك ارتباط بين قياسات متغيرين بين توزيعهما المشترك علاقة معقولة ؟

٢- إذا وجدت مثل هذه العلاقة ، فكيف يرتبط المتغيرين ، وإلى أى مدى (مقدار ) يرتبطان ؟

٣- إلى أى مدى يمكننا القيام باستدلالات أو الخروج بتعميمات عن متغير من الآخر ، بناء على هذا الارتباط ، بمعنى آخر ، هل يمكننا أن نستدل من قيم أحد المتغيرين على قيم الآخر ، عندما نجد أنهما مرتبطين معا ؟

٤ - إذا كان هناك تباين عشوائى بين متغيرين فى المجتمع ، وكان التباين العشوائى يجعل ارتباطهما صفريا ، فهل يختلف معامل الارتباط الذى نخرج به : من ملاحظة تباين مشترك بين هذين المتغيرين ، فى عينة ، عن تباينهما الصفري ، فى المجتمع ، اختلافا دالا ؟

٥ - إلى أى مدى يمكننا القيام بتعميمات أو الخروج باستدلالات عن مقدار الارتباط فى تباينات ثنائية فى المجتمع ، من البيانات الخاصة بالارتباطات الناتجة عن عينات مسحوة من هذا المجتمع ؟

نناقش منطق الارتباط ، وخطواته الحسابية وصياغاته الاحصائية الأسئلة الثلاثة الاولى ، ويجب عليها ، بينما تتدرج الإجابة على السؤالين الرابع والخامس فى مجال تقدير معلمات المجتمع واختبارات الدلالة الاحصائية .

### الاسس المنطقية للتباين الثنائى بين متغيرين :

عندما نتبين وجود شئ ما مشترك بين متغيرين ، بحيث يؤدي هذا الشئ المشترك إلى إمكان المناظرة بين أزواج القياسات الخاصة بهما لدى عينة ما ، فإن هذه المزاوجة أو هذا التناظر يعنى تغيرا ثنائيا أو تباينا ثنائيا مشتركا بينهما . ويتمين أن يكون هناك منطق معين خلف هذا التباين الثنائى ، وإلا فإنه يكون من التعسف أن نحسب الارتباط بينهما . من ذلك مثلا أنه يمكننا أن نجد تباينا مشتركا بين متغيرين على امتداد الزمن ، ومثل هذا الأساس للتغير المشترك لا يكون له قيمة حقيقية ، فعلى امتداد الزمن يحدث تغير فى كل الظواهر دون أن يكون هذا التغير مشتركا . من ذلك مثلا أنه على امتداد فترة زمنية معينة قد نجد زيادة فى أسعار المنتجات ، مع زيادة فى نسبة الطلاق ، وقد نجد زيادة فى معدلات الزواج ، مع زيادة فى معدلات الانتحار ، أو زيادة فى مستوى التعليم مع الزيادة فى إنتاج الحبوب ، مثل هذا التغير على امتداد الزمن لا منطق وراءه ولا يمثل تباينا مشتركا فالتغيران اللذين نرقم بحساب ما بينهما من ارتباط يتمين أن يكونا على صلة بعضهما البعض بشكل ما ، صلة مفهومة وواضحة الأساس ، وأكثر الصلات المقبولة والموجبة بوجود علاقة بين متغيرين تسمح لنا بحساب ارتباطهما هى الآتى :

١ - هوية الكائن الفردى سواء فى المستوى الإنسانى أو الحيوانى . بمعنى أنه إذا كان المتغيرين حالتين أو ظاهرتين أو سمتين لدى الفرد الواحد ، فإن وجودهما معا لدى هذا الفرد الواحد ، هو ما يسمح لنا ببحث مقدار واتجاه الإرتباط بينهما لدى عينة من الأفراد .

٢ - علاقة الدم بين السلالات أو التوائم أو الإخوة ، فوجود هذه العلاقة المشتركة بين أفراد مختلفين ، يسمح لنا بافتراض علاقات معينة بين سماتهم والتقدم لاختبار الارتباطات بين هذه العلاقات .

٣ - العلاقة الاجتماعية بين أفراد مختلفين والتي تؤدى إلى تأسيس هوية جديدة بينهم كعلاقة الزواج مثلا بين رجل وامرأة فمثل هذه العلاقة تمكنتنا من افتراض متغيرات ثنائية التباين فيما بينهما . والواقع أن الفئة الأولى من المتغيرات فى مجال هوية الأفراد هى أكثر العلاقات التى يتمثل فيها الأساس المنطقى للارتباط . وفى مجال علم النفس يكون الأفراد هم العناصر الأساسية التى يمكن من خلالها تصور تباين مشترك بين سماتهم النفسية ، فإذا رغبنا فى تقدير العلاقة بين الذكاء ( لدى الفرد ) وبين المرونة ( لدى نفس الفرد ) فاننا نحصل على البيانات الخاصة بكل من الذكاء والمرونة لدى كل فرد من أفراد عينة ما ، بحيث نحصل على قياسين من كل فرد لهذين المتغيرين .

#### تصنيف النواع التباينى التالى فى ضوء طبيعة درجة كل من المتغيرين :

تعرضنا من قبل للمتغيرات المتصلة والمتقطعة أو المنفصلة وتبيننا الفروق بينها ، وهى فروق تؤدى إلى اختلاف فى معانى الدرجات المستخدمة فى التعبير عنها . وعلى هذا فإن التوزيعات الخاصة بتباينات ثنائية بين متغيرين ، تعتمد على طبيعة المتغيرات ذات العلاقة المشتركة ، وتأخذ أشكالا مختلفة بناء على طبيعة كل متغير . ويترتب على ذلك بالتالى تعدد أساليب حساب الارتباط بين هذه المتغيرات ، وبينما نجد ان كل أساليب حساب الإرتباط تتعامل مع متغيرين فقط لتقدر حجم واتجاه العلاقة بينهما ، بما يجعلنا نطلق عليها اسم أساليب حساب

الارتباط البسيط ، فإننا نجد أيضا أساليب لحساب الارتباط المتعدد (١) أى الارتباط بين مجموعة من المتغيرات النفسية ومتغير آخر قد يكون محكا خارجيا أو متغيرا تابعا بدرجة ما ، ومجموعة المتغيرات الأخرى هى المتغيرات المستقلة .

ويمكن تصنيف التوزعات الخاصة بالتباين الثانى بين متغيرين بناء على الأسس التى ذكرناها الآن فى خمس فئات رئيسية على الوجه الآتى :

**الفئة الأولى :** والتى يتضمن فيها كلا المتغيرين تكرارات غير مرتبة ، وحيث تعامل التكرارات فى الفئة بوصفها قياسات المتغير . من ذلك مثلا الارتباط بين لعب كرة القدم والنجاح فى امتحان آخر العام لدى عينة من الطلاب ، فكل فرد من أفراد هذه العينة يحصل على تكرار فى أى من فئتي « لاعب - غير لاعب » ، وتكرار فى أى من فئتي « ناجح - واسب » دون اعتبار لترتيب الأفراد فى النجاح من حيث مستواهم أو درجاتهم .

**الفئة الثانية :** أن يتضمن كل متغير من المتغيرين رتبا (٢) دون اعتبار للقيمة الكمية لكل رتبة مع الاكتفاء بترتيبها تصاعديا أو تنازليا . من ذلك مثلا أن نحسب الارتباط بين ترتيب لمباح مجموعة من التلاميذ وبين ترتيب وصولهم إلى المدرسة ، فقد يكون الأول والثانى والثالث فى ترتيب النجاح حاصلين على مجموع درجات كالآتى على التوالي ٢١٠ ، ١٨٠ ، ١٧٩ وحيث لانهتم بالقيمة العددية لدرجات النجاح بقدر اهتمامنا بترتيب هذه الدرجات من الأكبر إلى الأصغر إلى الأقل دون اعتبار لما إذا كان الفرق بين الأول والثانى أقل أو أكبر من الفرق بين الثانى والثالث . وقد يكون الأول والثانى والثالث فى ترتيب الوصول إلى المدرسة كالآتى ٧٠ ، ٧٣ ، ٨٠ صياحا وحيث لانهتم بالفروق الكمية ولكن بالترتيب أو الرتب بين الأفراد على المتغيرين .

**الفئة الثالثة :** أن يتضمن كلا المتغيرين قياسات كمية متصلة (٣) . كأن نحسب الارتباط بين درجات اختبار فى الحساب ودرجات اختبار فى المعلومات ، وحيث نخرج من كل اختبار من الاختبارين بدرجة تمثل تقديرا كميا لأداء الفرد .



**الفئة الرابعة :** هي التي نجد أن أحد المتغيرين فيها عبارة عن تكرارات في فئة غير مرتبة ، بينما المتغير الثاني عبارة عن قياسات كمية متصلة ، أي حالة يتم فيها المزج بين متغيرات الفئة الأولى والفئة الثالثة . كأن نحسب الارتباط بين نسبة ذكاء عينة من الأفراد ، وبين كون كل فرد منهم « ذكر - أو أنثى » .

**الفئة الخامسة :** هي التي تكون فيها تقديرات المتغير الأول رتبا ، بينما تكون قيم المتغير الثاني قياسات كمية متصلة ، وهي أيضا حالة فزج فيها بين متغيرات الفئة الثانية ومتغيرات الفئة الثالثة ، من ذلك أن نحسب الارتباط بين ترتيب عينة من الافراد في مهارة اللعب وبين درجاتهم على اختبار للسرعة الادراكية . ولكل فئة من هذه الفئات الخمس أسلوب خاص لحساب الارتباط بينها ، يعتمد على النسق الرياضى الذى تدخل فى اطاره هذه المعانى للأرقام التى نشير بها لمتغيراتنا ( فرج ، ١٩٨٠ ب ، ص ٩١ - ٩٨ )

وقد تتضمن كل فئة من الفئات السابقة حالات مختلفة ، وعلمنا أن نتعرف على خصائص كل حالة من هذه الحالات ، ونتعرف على الأسلوب الإحصائى المناسب، ونوع الارتباط المقبول فيها قبل البدء فى عرض الاجراءات والخطوات الحسابية لكل أسلوب منها .

#### نوع البيانات ومعامل الارتباط المناسب :

١- تتضمن متغيرات الفئة الأولى ، والتي اشرنا إليها باعتبارها تعبر عن تكرارات غير مرتبة للمتغير ، حالتين كالآتى :

(أ) علاقة بسيطة تأخذ شكل جدول مركب<sup>(١)</sup>  $2 \times 2$  أى مكون من صفين وعمودين يمثل الصفين فئتى المتغير الأول وليكن متغير الجنس مثلا ( ذكر - أناث) ويمثل العمودين فئتى المتغير الثانى مثلا وليكن متغير التعليم (أمرى- غير أمرى) وبحسب الارتباط فى حالة هذه المتغيرات ذات التصنيف الثنائى المنفصل<sup>(٢)</sup> بمعامل ارتباط فاي<sup>(٣)</sup> .

Dichotomy (٢)

Crosstable (١)

Phi Correlation (٣)

(ب) إذا كان أحد المتغيرين أو كليهما ينقسم إلى عدد من الفئات يزيد عن فئتين بحيث يكون الجدول  $3 \times 3$  أو  $3 \times 4$  أو أكثر فإننا نستخدم معامل التوافق<sup>(١)</sup> ، حيث لا يصلح معامل فاي في هذه الحالة .

٢ - يستخدم معامل ارتباط الرتب<sup>(٢)</sup> لسيرمان في حالة المتغيرات التي تقلل الدرجات عليها رتباً .

٣ - في حالة حساب الارتباط بين متغيرين قيمهما عبارة عن درجات متصلة كالقياسات المعتادة باستخدام الاختبارات أو الاستبارات التي نحصل عليها من عينات من الأفراد ، وهي البيانات الأكثر شيوعاً في مجال البحوث النفسية ، نجد عدداً من الحالات الفرعية كالآتي :

(أ) عندما يكون توزيع المتغيرين متصلًا<sup>(٣)</sup> ، والعلاقة بينهما مستقيمة<sup>(٤)</sup> فيمكننا استخدام معامل ارتباط بيرسون بأكثر من طريقة ، من ذلك طريقة الانحرافات النسبية لأزواج القيم المتناظرة ، أو من حاصل ضربهما . ويسمى الاجراء الأخير باسم معامل ارتباط العزم<sup>(٥)</sup> وهو أكثر أساليب حساب الارتباط استخداماً في علم النفس .

(ب) نستخدم معامل الارتباط الثنائي<sup>(٦)</sup> في حالة ما إذا كان أحد المتغيرين ذو توزيع متصل والآخر ، ثنائي التوزيع مثلاً الارتباط بين درجات اختبار للتوافق الاجتماعي ، والثنائي « أعلى من ١٠٠ نسبة ذكاء - مقابل أقل من ١٠٠ نسبة ذكاء » .

(ج) بحسب الارتباط بين متغير متصل التوزيع ، وآخر ثلاثي الفئات ، باستخدام معامل الارتباط الثلاثي<sup>(٧)</sup> .

Rank order (٢)

Linear (٤)

Biserial : rbi (٦)

Contingency Coefficient (C) (١)

Continuously Distributed (٣)

Product-Moment Method (٥)

Triserial : r (٧)

(د) أما في حالة القيم المصنفة تصنيفا ثنائيا في المتغيرين معا (قيم متصلة مصنفة وليس تكرارات في فئتين) فيستخدم معامل الارتباط الرباعي<sup>(١)</sup>.

(هـ) في حالة حساب الارتباط بين متغيرين متصلين بينهما علاقة منحنية<sup>(٢)</sup> أو غير مستقيمة ، فنستخدم أولا أسلوبا لاختبار عدم الاستقامة ، وننتهي بمعامل ارتباط يعرف بإسم معامل إيتا<sup>(٣)</sup> .

٤ - الفئة الرابعة التي تتضمن الارتباطات بين تكرارات غير مرتبة في فئة ومقاييس متصلة ، توجد فيها ثلاث حالات :

(أ) الحالة التي تتضمن متغيرا به تكرارات مصنفة في فئتين كمتغير الجنس مثلا ( ذكور - أناث ) بينما المتغير الآخر ذو قيم متصلة فنستخدم هنا معامل الارتباط الثنائي الأصل<sup>(٤)</sup> .

(ب) الحالة التي تتضمن فئات تكرارية تزيد عن فئتين في أحد المتغيرين ، بينما المتغير الثاني متصل التوزيع يستخدم معامل ارتباط إيتا .

(ج) الحالة التي تتضمن متغيرا تصنف تكراراته في فئتين أو أكثر مع متغير آخر متصل ضيق التوزيع يتضمن متصلا من فئتين أو أكثر قليلا ، يمكن أن يحسب الارتباط فيها بمعامل فاي إذا كان المتغيرين مزدوجي الفئات ، أو بمعامل التوافق إذا كانت فئاتهما أكثر من ذلك .

٥ - الفئة الخامسة التي تتضمن متغيرين أحدهما قيمة رتبا للأفراد والآخر قيما متصلة أو أقسية ، يحسب الارتباط بينهما بأن نقوم أولا بتحويل القيم المتصلة إلى سلسلة من الرتب ( أي بترتيب الأفراد حسب درجاتهم ) ثم نستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كمقياس لارتباطهما .

وعلى هذا يصبح من الضروري ملاحظة طبيعة القيم على المتغيرين وما تعنيه ، والتعرف على طبيعة ونوع معامل الارتباط المناسب ، لأن استخدام أسلوب

Curve Linear (٢)  
Point Biserial : rrb (٤)

Tetrachoric (١)  
Eta : n (٣)

دون الآخر فى موضع غير مناسب ، يؤدى ، ليس فقط ، لعدم تمكثنا من معرفة  
معامل الارتباط بين المتغيرين إذا كان بينهما ارتباط ، بل يؤدى أيضاً إلى تشويه-  
مباشر للبيانات التى تتعامل بها ، بحيث تفقد صلاحيتها للمعالجة الاحصائية  
بالصورة التى عرّجتها بها .

### قوة الارتباط واتجاهه :

عندما يوجد ارتباط بين متغيرين بينهما تباين ثنائى ، فإننا نحسب هذا  
الارتباط بأحد أساليب الارتباط المناسبة لطبيعة هذين المتغيرين وطريقة تباين كل  
منهما ، ونخرج من هذا معامل للارتباط ، عبارة عن تقدير كمى للارتباط أو  
التباين المشترك بينهما . ولمعامل الارتباط الذى نخرج به خاصيتين أساسيتين هما  
قوته أو مقداره ، واتجاهه بالإيجاب أو السلب ، ولكل خاصية من هاتين الخاصيتين  
أهمية ودلالة فى فهم طبيعة ودرجة الارتباط بين المتغيرين.

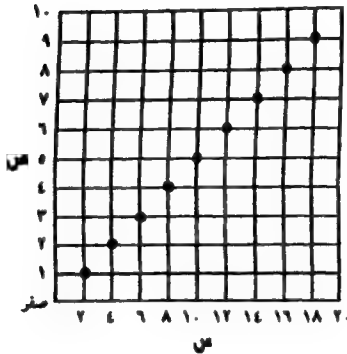
**قوة الارتباط :** يتراوح ارتباط أى متغيرين بين  $+1$  ،  $-1$  مروراً بالصفر ،  
وهو غالباً فى قيمته العددية كسر من الواحد الصحيح سواء موجب أو سالب ، فإذا  
تركنا جانباً الآن ، الإشارة سواء أكانت موجبة أو سالبة ، واتجه اهتمامنا إلى القيمة  
العددية لهذا المعامل ، فسنجد أن الحالات القليلة التى يكون فيها الارتباط مساوياً  
للواحد الصحيح حالات نادرة وهى تعنى تلازماً محكماً فى التباين بين المتغيرين ،  
وعندما تُمثل هذه العلاقة فى شكل تخطيط إنتشار<sup>(١)</sup> كالمبين فى شكل (٨:١)  
فإننا نلاحظ أن المتغيرين يتضمنان تناظراً محكماً فى قيمهما لدى أفراد المجموعة  
بحيث يتزايدان معاً ويتناقصان معاً بأحكام شديد ونجد فى هذه الحالة أن الخط  
المعبر عن العلاقة بين المتغيرين يمتد باستقامة شديدة من أسفل يساراً إلى أعلى  
يميناً أو من أعلى يساراً لأسفل يميناً فى حالة الارتباط التام السالب ، وبين الشكل  
تخطيط الانتشار لقيم المتغيرين س ، ص لدى عينة من ١٠ أفراد كالآتى :

ص : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

س : ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١

# شكل رقم (٨١)

تخطيط انتشار لقيم س . من لعينة من ١٠ أفراد  
(ارتباط تام)



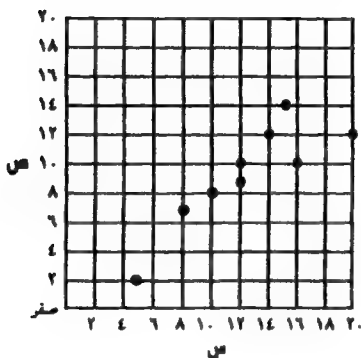
غير أن هذا التلازم المحكم في التباير لا يوجد في الواقع الخارجي ، وعندما يوجد فإنه يعنى إما أننا نتعامل مع ظاهرة واحدة بأسمين مختلفين . وأما أننا نتعامل مع جانبين لظاهر واحدة ، أو أننا نتعامل مع علاقة ثابتة بين المتغيرين كالعلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها . أما العلاقات التجريبية بين المتغيرات ذات التباين الواسع فإنها تتضمن إستثناءات متعددة ، ويقرر حجم هذه الاستثناءات وتعدد ظهورها بقدر بعدنا عن معامل تام للارتباط ، وحصولنا على معامل يقل عن الواحد الصحيح . ويوضح تخطيط الانتشار لقيم المتغيرين س ، ص الآتيين لدى عينة من ١٠ أفراد مثال لهذه الحالة التي يبينها شكل رقم (٨:٢)

ص : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٥ .

س : ١٢ ، ١٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٢ .

### شكل رقم (٨٠٢)

تخطيط انتشار القيم من ١٠ لعينة من ١٠ أفراد  
(معامل ارتباط مرتفع)



ويمكننا أن نلاحظ هنا أيضاً أن خط الانحدار ، أو الخط المعبر عن الارتباط بين المتغيرين ليس خطاً منتظماً ، بل به بعض الحلل في مناطق معينة ، وإن كان يأخذ الاتجاه العام نفسه ، من أسفل يساراً إلى أعلى يميناً في حالة الارتباط الموجب، ومن أعلى يساراً لأسفل يميناً في حالة الارتباط السالب . وتعني هذه الحالة وكذلك الحالة السابقة أن قيم المتغيرين متلازمة تلازماً شديداً وأن العلاقة بينهما كبيرة ، وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من الواحد الصحيح كلما كانت العلاقة أكثر أحكاماً والارتباط قوياً\* .

(\*) لاحظ أن القيمة العددية المطلقة لمعامل الارتباط لا تعتمد وحدها ذات أهمية عندما تتجه إلى القيام باستدلالات عن المجتمع الخارجي من ارتباطات المتغيرات في العينات ، وأن الاستدلال في هذه الحالة تحكمه الاعتبارات الخاصة بالعينات والاحتمالات .

وقد يكون الارتباط صفريا ، أى لا يكون هناك ارتباط على الإطلاق وحيث  
تشتت قيم كل متغير بشكل عشوائى يلقى الإيهاء بوجود تباين ثنائى  
بينهما .

### اتجاه الارتباط :

سواء أكان الارتباط بين المتغيرين تاما ، قويا أو ضعيفا ، فإنه يأخذ أحد  
اتجاهين ، إما أن يكون موجبا أو يكون سالبا . ويعنى الارتباط الموجب أن التلازم  
فى التغيرات بين المتغيرين يسير فى اتجاه واحد ، أى أن الزيادة فى أحدهما تصحبها  
زيادة فى الآخر ، والنقص فى أحدهما يصحبها نقص فى الآخر . من ذلك الارتباط  
بين سرعة السيارة واستهلاكها للوقود ، فكلما ازدادت سرعتها كلما ازداد استهلاكها  
للوقود . وكذلك الارتباط الإيجابى بين الذكاء والتحصيل ، والتوافق والمرونة .  
وعندما نرسم تخطيطا لتشتت متغيرين مرتبطين ارتباطا موجبا تاما ، فإن هذا  
التخطيط يأخذ الاتجاه المبين فى شكل ( ١ : ٨ ) إذا كان ارتباطا موجبا تاما ،  
ويأخذ الاتجاه المبين فى شكل ( ٢ : ٨ ) إذا كان ارتباطا موجبا غير تام .

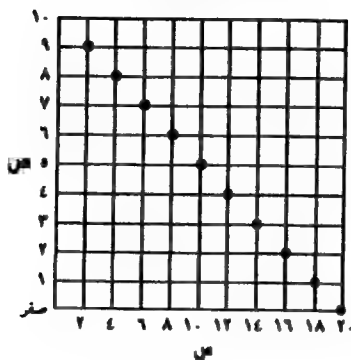
أما إذا كان ارتباطا سالبا فإنه يعنى أن الزيادة فى قيم أحد المتغيرين يصحبها  
تناقصا فى قيم المتغير الآخر ، من ذلك مثلا الارتباط بين ضغط الغاز وحجمه ،  
فكلما زاد ضغط الغاز فى حيز ، كلما قل حجمه ، وكلما قل الضغط زاد الحجم ،  
أو الارتباط السالب بين السواء والقلق ، أو السرعة والدقة . وعندما نرسم تخطيطا  
لاتنشار متغيرين بينهما ارتباطا سلبى تام ، كالحالة بين المتغيرين الآتيين  
س ، ص :

س : ٢٠ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ .

ص : ١٠٠ ، ٩٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠ .

فإن هذا التخطيط يأخذ الشكل الآتى رقم ( ٣ : ٨ )

شكل رقم (٨٠٣)  
تخطيط انتشار للمتغيرين س، ص  
(ارتباط سلبي تام)



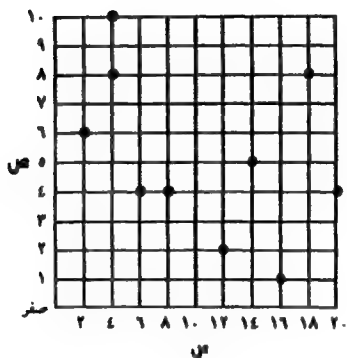
أما الارتباط السلبي غير التام فانه يأخذ الشكل الآتي (٨ : ٤) المعبر عن علاقة سلبية غير تامة بين المتغيرين س، ص وهو هنا ارتباط ضعيف .

س : ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٦، ١٨، ٢٠

ص : ٦، ١٠، ٤، ٤، ١٠، ٢، ٥، ٨، ٤



شكل رقم (٨:٤)  
تخطيط انتشار للمتفرجين من ص.  
(ارتباط سلبي ضعيف)



## تأريخ على الفصل الثامن

- ١ - اشرح مفهوم التباين الثنائي بين متغيرين .
- ٢ - ما المقصود بالارتباط السلبي بين متغيرين . أعرض مع مثال من السمات النفسية التي تعتقد أنها ترتبط معا ارتباطا سلبيا .
- ٣ - محتمل التقديرات الكمية للمتغيرات النفسية التي تدخلها في حسابات الارتباط أكثر من معنى . اشرح المعاني المختلفة للأرقام ، مبينا أهميتها في حساب الارتباط .
- ٤ - قام باحث باختبار عينه من الأفراد مستخدما في ذلك ثلاثة اختبارات يقيس الأول السرعة الحركية ويحصل فيه الأفراد على درجات تتراوح بين ٥ - ٢٥ و يقيس الثاني المرونة العقلية ويحصل فيه الأفراد على درجات تتراوح بين ٨ - ١٥ ، و يقيس الثالث الانبساط ، وقسمت العينة على أساسه إلى انبساطيين وانطوائيين . والانبساطيون هم من تزيد درجاتهم على ٢٥ والإنتطوائيين هم من يحصلون على ٢٥ فأقل . و يقيس الاختبار الرابع مهاراتهم في قيادة السيارات . ورتب فيه الأفراد في ضوء مهاراتهم بناء على حكم محكمين .
- المطلوب توضيح أفضل وأوضح وأصح طرق حساب الارتباط بين كل متغير وآخر من هذه المتغيرات الأربعة . مع بيان أسباب صلاحية كل أسلوب في كل حالة .
- ٥ - ماهي أفضل أساليب حساب الارتباط بين المتغيرات الآتية :
  - (أ) متغير مصنف تصنيفا ثنائيا ، والآخر مصنف تصنيفا ثلاثيا .
  - (ب) متغيرين مصنفين تصنيفا رباعيا .
  - (ج) متغير متصل ، ومتغير رتبي يمثل ترتيبا للأفراد .
  - (د) متغيرين رتبيين .علل أسباب صلاحية كل أسلوب .
- ٦ - يبرز تخطيط الانتشار لمتغيرين ثنائيي التباين اتجاه وقوة الارتباط بينهما . أعرض لأمثلة لتخطيط انتشار لأكثر من حالة تمثل ارتباطات إيجابية وسلبية وتامة وناقصة .

## الفصل التاسع

### معامل ارتباط بيرسون

أغلب الاختبارات النفسية التي نستخدمها ، تؤدي إلى حصولنا على تقديرات متصلة وتقتل درجات الأفراد على هذه الاختبارات هذه التقديرات المتصلة ، من ذلك درجات اختبارات الذكاء ، واختبارات الشخصية ، أو اختبارات القدرات الأخرى المختلفة . ونحن دائماً ، لأغراض علمية متعددة ، نجد من الضروري أن نتعرف على الارتباطات بين هذه المتغيرات النفسية . هل ترتبط سمات الشخصية بالذكاء ؟ ، هل يوجد ارتباط بين التوتر والتوافق النفسي ؟ ، وإذا وجد هل هو ارتباط إيجابي أم سلبي ؟ وإذا كان هناك ارتباط سواء إيجابي أم سلبي فهل هو ارتباط دال ؟ أي هل العامل الذي حصلنا عليه ناتج عن ارتباط حقيقي وليس نتيجة للصدفة ؟ وما مقدار احتمالية حدوثه ؟

كل هذه الأسئلة تتطلب إجابات ، ومادام المتغيرين يعبر عنهما بقيم متصلة فإن الأسلوب المناسب لحساب الارتباط بينهما ، هو معامل ارتباط العزوم<sup>(١)</sup> والذي يطلق عليه اسم معامل ارتباط بيرسون ، إشارة إلى كارل بيرسون ، الذي صاغ هذا الأسلوب ووضع معادلة حسابه . ويرمز لمعامل ارتباط بيرسون بالرموز (  $r$  أو  $r^2$  ) وتتراوح قيمة هذا المعامل بين  $+1$  ،  $-1$  ، وحسب بطرق مختلفة كالآتي :

#### ١ - حساب معامل ارتباط بيرسون\* باستخدام الدرجات المعيارية :

عرفنا في الفصل السابع ماهي الدرجات المعيارية ، وكيف نستطيع تحويل درجات الأفراد على أي متغير ، من درجات خام إلى درجات معيارية بأن نطرح متوسط درجات العينة من درجة كل فرد ، ونقسم باقى الطرح على الانحراف المعياري لهذا المتوسط . وعندما نفعل ذلك بالنسبة لكل فرد فإننا نعبر عن درجته برحلات معيارية تتراوح بين  $+3$  ،  $-3$  تقريباً .

---

(١) Product Moment Correlation

\* راجع قبل حساب معامل ارتباط بيرسون استقامة العلاقة بين المتغيرين .

بحسب معامل ارتباط بيرسون بين أى متغيرين يتضمنان قيما متصلة بأن  
نحسب الدرجات المعيارية للأفراد على كل متغير على حدة فنحصل لكل فرد على  
درجتين معياريتين تمثل كل واحدة منهما درجته على متغير من المتغيرين ، ثم  
نقوم بضرب درجتيه المعياريتين بعضهما فى البعض ، ثم نجمع حاصل ضرب  
الدرجات المعيارية لكل أفراد العينة ونحسب متوسطها أى أن نقوم بقسمة على  
عدد أفراد العينة . معنى هذا أن معامل ارتباط بيرسون يساوى متوسط مجموع  
حاصل ضرب الدرجتين المعياريتين للمتغيرين لدى أفراد العينة . ويصاغ معامل  
الارتباط بهذه الطريقة بالصيغة الرمزية الآتية :

$$r = \frac{\sum (z_s \times z_v)}{n} \quad (9:1)$$

حيث  $r$  = معامل ارتباط بيرسون

$z_s$  = الدرجة المعيارية على المتغير  $s$  ( الأول )

$z_v$  = الدرجة المعيارية على المتغير  $v$  ( الثانى )

$n$  = عدد أفراد العينة

وبين الجدول الآتى رقم (٩:١) خطوات حساب معامل الارتباط بين درجات  
١٠ أفراد على اختبارين بقياسان : القدرة على تذكر الاشكال والقدرة على تذكر  
سلاسل الارقام .

وسنشير للاختبار الاول بالرمز (  $s$  ) وللاختبار الثانى بالرمز (  $v$  ) :

وتبدأ خطوات العمل برصد درجات الافراد العشرة على الاختبارين فى  
العمودين  $s$  ،  $v$  بحيث تكون درجتى كل فرد متناظرتين ( فى صف واحد ) ثم  
نحسب المتوسط الخاص بكل اختبار ثم الانحراف المعياري ويشير العمود الثالث فى  
الجدول لانحرافات قيم الافراد عن المتوسط فى الاختبار الاول ، بينما يشير العمود  
الرابع لانحرافات قيم الافراد عن المتوسط فى الاختبار الثانى ، ولأن معادلة الدرجة  
المعيارية تنص على أن الدرجة المعيارية =  $\frac{s - \bar{s}}{n}$  ، حيث  $s$  -  $\bar{s}$  = انحراف

درجة الفرد عن المتوسط . فيمكننا في هذه الحالة حساب الدرجة المعيارية للفرد الأول على الاختبار الأول كالآتي طبقا لبيانات العمودين ١ ، ٢ من الجدول :

متوسط المتغير الأول = ١٣\*

الانحراف المعياري للمتغير الأول = ٤,٣٤\*\*

الدرجة المعيارية للفرد الأول على المتغير الأول .

$$س_١ = \frac{١٣ - ٢٠}{٤,٣٤} = ١,٦١$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد على الاختبار الأول . وبالمثل بالنسبة لدرجات الأفراد أنفسهم على الاختبار الثاني وباستخدام متوسطه وانحرافه المعياري كالآتي:

متوسط المتغير الثاني = ١٠

الانحراف المعياري للمتغير الثاني = ٣,٧

الدرجة المعيارية للفرد الأول على المتغير الثاني

$$س_١ = \frac{١٠ - ١٢}{٣,٧} = ٠,٥٤$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد على الاختبار الثاني . ويبين العمود الخامس

الدرجات المعيارية للأفراد على الاختبار الأول ( س ) ، ويبين للعمود السادس

الدرجات المعيارية لنفس الأفراد على الاختبار الثاني ( ص ) .

---

(\*) وبحسب المتوسط بالمعادلة  $س = \frac{\sum X}{n}$  ( راجع الفصل الخامس ) .

(\*\*) وبحسب الانحراف المعياري بالمعادلة :  $ع = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - س^2}$  ( راجع الفصل السادس )

جدول رقم (٩،١)

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون

بمتوسط مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية

(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
زس × زس	زس	زس	حس	حس	ص	س
.٨٦٩٤	.٥٤	١.٦١	٢	٧	١٢	٢٠
١.٨٦٣٧	١.٦٢	١.١٥	٦	٥	١٦	١٨
صفر	صفر	.٦٩	صفر	٣	١٠	١٦
.٤٩٦٨	١.٠٨	.٤٦	٤	٢	١٤	١٥
.١٢٤٢	.٥٤	.٢٣	٢	١	١٢	١٤
صفر	صفر	.٢٣-	صفر	١-	١٠	١٢
.٠٦٢١	.٢٦-	.٢٣-	١-	١-	٩	١٢
.٣٧٢٦	.٥٤-	.٦٩-	٢-	٣-	٨	١٠
.٩٣١٥	.٨١-	١.١٥-	٣-	٥-	٧	٨
٣.٩٧٤٤	٢.١٦-	١.٨٤-	٨-	٨-	٢	٥

$$٨.٦٩٤٧ = زس \times زس = 3$$

$$١٠٠ = حس = 3$$

$$١٣٠ = ص = 3$$

$$١٠ = س = 3$$

$$١٣ = س = 3$$

$$٤.٣٤ = ع = 3 \quad ١٣٨ = ع = 3$$

$$٣.٧ = ح = 3 \quad ١٨٨ = ح = 3$$

يبين العمود السابع في الجدول حاصل ضرب درجتى كل فرد المعياريتين على الاختيارين ويظهر مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية أسفل هذا العمود وهو ٨.٦٩٤٧. وبحساب متوسط هذه القيمة ( أى بقسمتها على ١٠ ، وهو عدد أفراد العينة ) نحصل على معامل الارتباط والذي يساوى ٨٦٩ ، أى أن الارتباط بين القدرة على تذكر الأشكال والقدرة على تذكر سلاسل الأرقام كما

تقاس بهذين الاختبارين يصل إلى ٨٧ ، بعد التقريب لدى هذه العينة من الأفراد .  
وهو ارتباط إيجابى مرتفع

## ٢ - حساب معامل الارتباط من الفروق بين الدرجات المعيارية :

بينما كانت الطريقة السابقة تؤدي إلى الحصول على معامل الارتباط بواسطة مجموع حواصل ضرب درجتى الأفراد المعياريتين ، وحساب متوسطها ، فإن هذه الطريقة تقوم على حساب الفروق بين درجتى كل فرد المعياريتين وتربيع هذه الفروق ، ثم قسمة مجموع المربعات على ٢ ن ( ٢ × ن ) ، ثم نطرح الناتج من الواحد الصحيح ، فنحصل على معامل ارتباط بيرسون ، ونلاحظ هنا أن مربعات الفروق بين الدرجات المعيارية تتزايد كلما تباينت درجتى الفرد على الاختبارين فينخفض معامل الارتباط ، وتتناقص الفروق كلما كانت درجتى الفرد المعياريتين على المتغيرين متقاربة أى على مسافات متقاربة بالنسبة لمتوسط كل اختبار وتصاغ خطوات هذه الطريقة فى المعادلة الآتية رقم ( ٢ : ٩ ) :

$$r = 1 - \frac{\sum (Z_s - Z_v)^2}{2n} \quad (٢ : ٩)$$

حيث  $Z_s$  = الدرجة المعيارية للفرد على المتغير س

$Z_v$  = الدرجة المعيارية للفرد على المتغير ص

$n$  = عدد أفراد العينة

فإذا استخدمنا البيانات التى حسبنا من خلالها قيمة معامل الارتباط بالطريقة السابقة واستمعنا بيانات الأعمدة ١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ الخاصة بالدرجات الخام ومقابلاتها المعيارية للمتغيرين حسبما يوضحها الجدول رقم (٩:١) فسنتحتاج فقط لعمودين جديدين ، نرصد فى الأول الفرق بين الدرجتين المعياريتين لكل فرد ، ونرصد فى الثانى مربع هذا الفرق . وفقا لما يوضحه الجدول رقم ( ٢ : ٩ )

**جدول رقم (٩،٢)**  
**حساب معامل الارتباط بيرسون بين الدرجات المعيارية**

س	ص	ز ص	ز ص	(ز ص - ز ص)	(ز ص - ز ص) <sup>٢</sup>
٢٠	١٢	١,٦١	,٥٤	١,٠٧	١,١٤٤٩
١٨	١٦	١,١٥	١,٦٢	- ,٤٧	,٢٢٠٩
١٦	١٠	,٦٩	صفر	,٦٩	,٤٧٦١
١٥	١٤	,٤٦	١,٠٨	- ,٦٢	,٣٨٤٤
١٤	١٢	,٢٣	,٥٤	- ,٣١	,٠٩٦١
١٢	١٠	- ,٢٣	صفر	- ,٢٣	,٠٥٢٩
١٢	٩	- ,٢٣	,٢٦	,٠٣	,٠٠٩
١٠	٨	- ,٦٩	- ,٥٤	- ,١٥	,٠٢٢٥
٨	٧	- ,١٥	- ,٨١	- ,٣٤	,١١٥٦
٥	٢	- ,٨٤	- ,١٦	- ,٣٢	,١٠٢٤
$\bar{س} = ١٣, \bar{ص} = ١٠$ $ع س = ٤,٣٤, ع ص = ٣,٧$					٢,٦٢٤٨

وبالتعويض فى المعادلة رقم ( ٩ : ٢ ) نحصل على قيمة  $r$  كالآتى :

$$r = \frac{٢,٦٢٤٨}{٢٠} - ١$$

$= ١٣١٢٤ - ١ = ٨٧$ ، وهى النتيجة نفسها التى خرجنا بها من الطريقة السابقة .



### ٣ - حساب معامل ارتباط بيرسون من الدرجات الخام :

أظهرت الطريقة الأولى لحساب معامل الارتباط بين متغيرين جوهر حسابنا للتباين الثنائي بين أى متغيرين ، فقد قمنا بتحويل الدرجات الخام لكل متغير إلى درجات معيارية . وقد أدى هذا الإجراء إلى توحيد أساس القياس فى الحالتين باعتبار درجة الفرد مقاسة بوحدات انحرافية عن متوسط الدرجات على المتغير ، ويؤدى ضرب الدرجات المعيارية المتناظرة بين المتغيرين لكل فرد إلى تقدير جديد يتكون من درجتى الفرد على المتغيرين ( التباين ثنائي المصدر ) وبهذا يكون متوسط هذه التباينات ثنائية المصدر هو معامل الارتباط بين المتغيرين .

وبينما تكفلت الطريقة الأولى بإيضاح هذا المنطق الحسابى للارتباط . فإن طرقاً أخرى تعتمد على المنطق نفسه تتميز بأنها أيسر فى خطواتها ، أو تستفيد من إمكانيات الآلات الحسابية الصغيرة ، أو تتجنب الكسور العشرية والدرجات المعيارية السالبة ، وغير ذلك من المعوقات التى تؤدى أحياناً إلى أخطاء حسابية . ومن أهم الطرق المستخدمة فى حساب معامل ارتباط بيرسون ، طريقة الحساب من الدرجات الخام ، والتى تستخدم فيها المعادلة الآتية رقم ( ٣ : ٩ ) \*

$$r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{(\sum (X - \bar{X})^2)(\sum (Y - \bar{Y})^2)}} \quad (٣ : ٩)$$

حيث ن = عدد أفراد العينة

س = حاصل ضرب درجتى الفرد على المتغيرين  
وبقية الرموز سبق استخدامها .

( ب ) المعادلة الآتية صورة أخرى من المعادلة ( ٣ : ٩ )

$$r = \frac{\sum X - \bar{X} \sum Y - \bar{Y} \sum X}{\sqrt{(\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n})(\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n})}}$$

ويتم التعويض في هذه المعادلة من خلال عدد من الخطوات التي تتميز بالسهولة باستخدام الآلات الحاسبة الصغيرة ، ويعرض الجدول التالي رقم (٩:٣) خطوات الحساب والتعويض في المعادلة لبيانات المجموعة السابقة من الأفراد على الاختبارين نفسيهما لتذكر الأشكال وسلاسل الأرقام .

### جدول رقم (٩:٣)

حساب معامل ارتباط بيرسون من الدرجات الخام

(٥) س س	(٤) ص <sup>٢</sup>	(٣) س <sup>٢</sup>	(٢) ص	(١) س
٢٤٠	١٤٤	٤٠٠	١٢	٢٠
٢٨٨	٢٥٦	٣٢٤	١٦	١٨
١٦٠	١٠٠	٢٥٦	١٠	١٦
٢١٠	١٩٦	٢٢٥	١٤	١٥
١٦٨	١٤٤	١٩٦	١٢	١٤
١٢٠	١٠٠	١٤٤	١٠	١٢
١٠٨	٨١	١٤٤	٩	١٢
٨٠	٦٤	١٠٠	٨	١٠
٥٦	٤٩	٦٤	٧	٨
١٠	٤	٢٥	٢	٥
١٤٤٠	١١٣٨	١٨٧٨	١٠٠	١٣٠ = $\Sigma$

يتضمن العمود الأول والثاني من الجدول ، قيم ( درجات ) الأفراد على المتغيرين س ، ص ( الاختبارين : تذكر الأشكال وتذكر سلاسل الأرقام ) ، ويبين العمود الثالث مربعات قيم س ، فالفرد الأول درجته على المتغير س = ٢٠ ومربعها = ٤٠٠ ( ٢٠ × ٢٠ ) والثاني درجته = ١٨ ومربعها = ٣٢٤ ( ١٨ × ١٨ )

وهكذا وبين العمود الرابع مربعات قيم من بنفس الطريقة ، حيث درجة الفرد الأول على المتغير من = ١٢ ومربعها = ١٤٤ (١٢×١٢) ، والثاني درجته = ١٦ ومربعها = ٢٥٦ (١٦×١٦) . وبين العمود الخامس حاصل ضرب درجتى كل فرد من الأفراد على المتغيرين س ، ص . فدرجتى الفرد الأول على س ، ص هما ٢٠ ، ١٢ وحاصل ضربهما ٢٤٠ والفرد الثانى درجته ١٨ ، ١٦ وحاصل ضربهما ٢٨٨ وهكذا . وتبين المجاميع أسفل أعصدة الجدول الآتى :

Σ س ويساوى ١٣٠

Σ ص ويساوى ١٠٠

Σ س<sup>٢</sup> ويساوى ١٨٧٨

Σ ص<sup>٢</sup> ويساوى ١١٣٨

Σ س ص ويساوى ١٤٤٠

فإذا عدنا للمعادلة ( ٣ : ٩ ) لفحصها قبل التعويض فيها فسنجد أننا نعرف قيم كل رموزها فيها عدا (Σ س) ، (Σ ص) ، وهاتين القيمتين عبارة عن مربع مجموع قيم المتغير س ومربع مجموع قيم المتغير ص\* ، وبما أننا حسبنا مجموع قيم س فى العمود الأول وهو ١٣٠ فنقوم بتريبة فنحصل على القيمة ١٦٩٠٠ ( ١٣٠ × ١٣٠ ) وبالمثل نحسب (Σ ص) وبما أننا حسبنا مجموع ص فنقوم بتريبة فنحصل على القيمة ١٠٠٠٠ ( ١٠٠ × ١٠٠ ) .

نقوم الآن بالتعويض فى المعادلة (٩:٣) للحصول على قيمة معامل الارتباط كالتالى :

---

\* لاحظ الفرق بين مربع مجموع قيم س أى (Σ س) حيث نجمع القيم ونربع هذا المجموع وبين مجموع مربعات س أى Σ س<sup>٢</sup> حيث نربع كل قيمة ثم نجمع المربعات بعد ذلك .

$$\begin{aligned}
& \frac{[(100)(130)] - [(144 \times 10)]}{[(10000 - (1138 \times 10)) (16900 - (1878 \times 10)) \sqrt{}} = r \\
& \frac{13000 - 1440}{(10000 - 11380)(16900 - 18780) \sqrt{}} = \\
& \frac{1600}{1380 \times 1880 \sqrt{}} = \\
& \frac{1600}{2594400 \sqrt{}} = \\
& \frac{1600}{1610} = .87 =
\end{aligned}$$

وهي النتيجة السابقة نفسها التي توصلنا إليها من خلال استخدام الدرجات المعيارية .

يتبين الآن أن كل هذه الأساليب تؤدي إلى النتيجة نفسها ، ويستطيع الباحث أن يستخدم الطريقة المناسبة لبياناته ، فإذا كان عدد الحالات قليلا ، أو كانت الانحرافات عن المتوسط تخلو من الكسور العشرية فإن طريقة حساب الارتباطات من الفروق بين الدرجات المعيارية ، أو من ضرب الدرجات المعيارية المتناظرة تصبح أسهل ، أما إذا توفرت آلات حاسبة صغيرة فسيهل حساب الارتباط من الدرجات الخام ، ودون وجود هذه الآلات الحاسبة يصعب استخدام طريقة بيرسون نتيجة لكبر حجم الأرقام التي نخرج بها عند حساب مربعات القيم أو حواصل ضرب قيم س ، ص .

وقبل التطرق إلى أساليب الارتباط الأخرى التي يصلح استخدامها لفئات التباين المختلفة التي أشرنا إليها في الفصل الثامن يتعين أن نتناول عدداً من الاعتبارات والمشكلات المتعلقة بمعامل الارتباط وحدود تفسيره والعوامل المؤثرة في تقديره . مما يؤدي إلى فهم دقيق لحدود استخدامنا لهذا المعامل وتفسيرنا له .

## تأريخ على الفصل التاسع

١ - اختبرت مجموعة من الأفراد يبلغ عددها ١٢ فرداً باختبارين للقدرة اللفظية والقدرة الحسابية ، وكانت درجاتهم على الاختبارين كالآتي :

الأفراد	القدرة اللفظية	القدرة الحسابية
١	١٥	٦
٢	١٢	٩
٣	١٤	٨
٤	٦	١٣
٥	١٣	٨
٦	٩	١٢
٧	١١	٥
٨	١٥	٧
٩	٦	١٤
١٠	٨	١٥
١١	٣	١١
١٢	١٢	٧

احسب معامل ارتباط بيرسون بين درجات هؤلاء الأفراد على المتغيرين بطريقتي الدرجات المعيارية والدرجات الخام ، وقارن بين كمية العمل ، والوقت المتفق في كل طريقة منهما .

٢ - أختبر ٢٠ طالبا باختبارين يقيس أولهما القدرة العقلية العامة ، بينما يقيس الآخر زمن شطب الحروف المتحركة في قائمة من صفحتين وكانت درجاتهم على الاختبارين كالآتي ، والمطلوب حساب معامل الارتباط بين هذين المتغيرين .

الشطب	القدرة العقلية	مسلسل	الشطب	القدرة العقلية	مسلسل
١٩٦	٤٧	١١	٢٠٣	٥٤	١
١٤٤	٣٦	١٢	١٠٦	٥٣	٢
١٩٦	٤٧	١٣	٢٠٦	٥١	٣
١٩٦	٤٧	١٤	١٨١	٤٤	٤
١٧٠	٣٧	١٥	١٧٥	٤٤	٥
٢٠٤	٤٨	١٦	١٧٨	٤٥	٦
١٥٨	٣٨	١٧	١٣٩	٣١	٧
١٦٢	٤٠	١٨	١٤١	٣٤	٨
١٧٠	٣٧	١٩	١٧٠	٤٥	٩
١٥٨	٣٨	٢٠	١٨٢	٤٦	١٠

٣ - يصلح معامل ارتباط بيرسون لحساب الارتباطات بين المتغيرات ذات القياسات المتصلة ، وضع أى من هذه الحالات يصلح معامل ارتباط بيرسون لحساب الارتباط بينها :

أ - الارتباط بين مهارة تسلق الأشجار والسرعة فى الجرى .

ب - الارتباط بين تصنيف عينة من فئتي ذكور وإناث وبين القدرة اللفظية .

ج - الارتباط بين القدرة على حل المشكلات والانبساطية .

وعلى اجاباتك .

٤ - فى بحث نفسى حصل باحث على الدرجات الآتية لعينة من ٢٠ مفحوصا على الاختبارات الخمسة الآتية : اختبار وكسلر للراشدين ، والمرونة العقلية ، وطلاقة الالفاظ ، ومهارة الاصابع ، والسرعة الإدراكية ، والمطلوب حساب الارتباط بين كل متغير وآخر من هذه المتغيرات وعرض النتائج بصورة مناسبة .

٢	الذكاء	المرونة	طلاقة اللفاظ	مهارة الأصابع	السرعة الإدراكية
١	١١٣	١٥	٣٢	١٢	٢٧
٢	١٢٢	٢٤	٢٠	١٦	٣٥
٣	١١٣	١٣	٣٣	١٣	٣٥
٤	١١٤	١٤	٣٤	٧	٣١
٥	١١٧	٥	٤٨	٣	١٧
٦	٩٧	٢٣	١٦	٢١	٣٨
٧	٩٠	٢٠	٣١	١٩	٢٨
٨	٩٦	٢٥	٢١	١٦	٣٩
٩	١٠٠	٣٢	٢٢	١٨	١٨
١٠	١٠٦	٢٠	١٩	١٩	٣٧
١١	١١٦	٢٠	٣١	١٢	٢٩
١٢	١٠٨	١٢	٣٦	١١	٢٨
١٣	١٢٠	١٤	٤٣	١٠	١٧
١٤	٩٩	١٥	٣٣	١٦	٢٥
١٥	١٠٣	٢٤	٢٠	٢٠	٤٠
١٦	١١١	١٧	٣٧	١٣	٢١
١٧	١١٦	٥	٤٢	٨	٢٠
١٨	١٢٧	٩	٤٠	٦	١٨
١٩	١١٤	١٨	١٧	١٨	٣٦
٢٠	١٢١	٢٣	١٩	١٥	٣٤





## الفصل العاشر

### معامل الارتباط

#### المعنى والدلالة

#### تفسير الارتباط

##### معامل التحدد:

إن حصلنا على معامل للارتباط بين متغيرين مثل الذكاء والقدرة اللفظية مقداره ٨٠ ، لا يعنى أن فى استطاعتنا أن نفسر هذا المعامل باعتباره تقدير لمدى التطابق بين الذكاء والقدرة اللفظية ، أو أن هذا التطابق يبلغ ٨٠ من ١٠٠ ، أو ٨٠٪ . معامل الارتباط لا يعد مؤشراً لنسبة التطابق بين متغيرين ، ولا يمكن أن نفسره تفسيراً مباشراً بهذا المعنى . ومع ذلك ففى مقدورنا أن نحصل على مؤشر لنسبة التطابق بين المتغيرين من المعلومة التى يوفرها معامل الارتباط . ونحصل على هذا المؤشر بحساب مربع معامل الارتباط بين المتغيرين  $(r^2)$  أى  $٨ \times ٨$  ،  $٦٤ =$  ، فى مثالنا هذا . وتصلح هذه القيمة كمؤشر مناسب لنسبة التطابق بين تباين المتغيرين المساهمين فى تباين مشترك أو تثنائى يجمعهما ، ويطلق على هذا المؤشر اسم «معامل التحدد»<sup>(١)</sup> ويؤدى تربيع معامل الارتباط ، أى حساب معامل التحدد إلى حصولنا على النسبة من تباين متغير ما المرتبطة بتباين متغير آخر . فإذا كان بوسعنا ، منطقياً\* ، أن نقرر أن العلاقة بين المتغيرين والتى تم قياسها بمعامل الارتباط علاقة عليه ، أى أن س سبب و ص نتيجة ، أو أن ص سبب و س نتيجة ، لكان بوسعنا أن نعتبر معامل التحدد مقياس جيد لنسبة التباين التباين العلى أو السببى لمتغير المحدد بمتغير آخر . وعلينا أن نلاحظ هنا أن تقرير هذه العلاقة

---

Coefficient of Determination (١)

(\*) لابد من تأكيد أن تحديد أو فرض علاقة عليه بين المتغيرين هنا يعتمد على أسس منطقية وسببكلية وليس أسس إحصائية .

العلية إنما يقوم على أسس منطقية وليس أسس إحصائية . وفى مثالنا هذا يمكن الاختلاف بين الباحثين فيما إذا كان الذكاء دالة للقدرة اللفظية أو العكس . وهى قضية سيكلوجية ومنطقية وليست إحصائية . فإذا افترضنا أن مثل هذه العلاقة العلية قبلت على أسس غير إحصائية ، فإن ما يوفره معامل التحدد بعد ذلك ، هو تقدير أن ٦٤٪ من تباين الذكاء يمكن أن يكون دالة للقدرة اللفظية أو العكس وفقاً لإجماء العلاقة العلية التى تقرت .

ولأن الاهتمامات السيكلوجية المنهجية لا تميل كثيراً إلى البحث عن علاقة عليه بين المتغيرات المختلفة التى تشترك فى تباينات ثنائية ، يصح من الأفضل فى هذه الحالة تفسير معامل التحدد باعتباره معامل للتعلق أو الارتباط ، وبالتالي فإذا كان معامل الارتباط بين الذكاء والقدرة اللفظية ٨ ، فإن ٦٤٪ من التباين الخاص بكل منهما مشترك أو مرتبط بالآخر أو يمكن استخلاصه من قياس أى من الذكاء أو القدرة اللفظية .

#### معامل الاختراب :

إذا كان مربع الارتباط « معامل التحدد » بين متغيرين يعد مقياساً للتباين المشترك بينهما ، ونسبة هذا التباين ، وإذا كنا نعلم أن التباين الكلى للمتغير الواحد أو تطابقه مع نفسه يساوى واحد صحيح (١,٠) فما هو تفسير الجزء المتبقى من التباين الخاص بمتغيرين ، والذي لا يشتركان فيه معا اشتراكاً أو تبايناً ثنائياً ؟ بمعنى آخر ، إذا كان معامل التحدد ، فى مثالنا ، بين الذكاء والقدرة اللفظية يبلغ ٦٤ ، ( مربع الارتباط الذى يبلغ ٨ ) فماذا نفسر الفرق بين الواحد الصحيح ومعامل التحدد ، أى القيمة ١,٠ - ٠,٦٤ . يعد الفرق بين مربع التباين الكلى ومربع التباين المشترك والذي يطلق عليه ك<sup>٢</sup> مؤشراً للنسبة من التباين الخاص للمتغير التى لم تدخل فى حساب تباينه مع المتغير الآخر المشترك معه فى تباين ثنائى ، وبالتالي وفى حالة الارتباط بين المتغيرين البالغ قدره ٨ ، فإن ك<sup>٢</sup> = ١ - (٠,٨)<sup>٢</sup> = ٣٦ ، والتى تمثل النسبة من تباين كل منهما المستقلة أو الخارجة عن التباين المشترك بينهما . ويسمى جذر ك<sup>٢</sup> أى ك معامل الاغتراب (١) .

وهو في مثالنا  $\sqrt{1 - (.8)^2} = .6$  ، وذلك يكون ٦ ، من تباين الذكاء . أو القدرة اللفظية يخرج عن التقدير الخاص بالارتباط بينهما والذي يبلغ ٨ ، أو أن معامل الارتباط بينهما يبلغ ٦ ، (Peatman, 1963, P. 106) .

وعلينا أن نلاحظ هنا أنه في حالة معامل ارتباط قدره صفر ، فإن قيمة معامل الاغتراب تصبح ١ ، حيث  $\sqrt{1 - \text{صفر}} = ١.٠$  ، وهو ما يعنى وفقاً لما انتهينا إليه أن الارتباط بين المتغيرين يبلغ ١.٠ ، ونلاحظ أن ضرب معامل الاغتراب في الانحراف المعياري الخاص بالمتغير يؤدي بنا إلى قيمة نطلق عليها اسم «خطأ التقدير»<sup>(١)</sup> ، وهى القيمة التى نستخدمها عادة عندما نحسب «الخطأ المعياري للمقياس»<sup>(٢)</sup> من خلال حساب معامل اغتراب الاختبار في ارتباطه مع نفسه (ثباته) حيث تضرب هذه القيمة في الانحراف المعياري للاختبار (فرج ، ١٩٨٠ ب ، ص ٣٨١) .

ويوضح الجدول الأتى رقم (١:١٠) قيم معاملات الاغتراب لمعاملات ارتباط مختلفة متدرجة القيمة ، ويمكننا أن نتبين من فحص هذا الجدول أن هناك اتجاه عام لقيمه ، إذ يمكن من المقارنة بين معاملى ارتباط بين متغيرين أحدهما صفر ، والآخر ٦ ، ملاحظة أن هذا المعامل الأخير يؤدي إلى خفض خطأ التقدير بما يساوى ٢٠ في المئة بينما معامل ارتباط قدره ٣٠ ، لا يخفض خطأ التقدير إلا بمقدار ٥ في المائة فقط وأن خطأ التقدير لا ينخفض إلى النصف إلا إذا بلغ معامل الارتباط بين المتغيرين ٨٦٦ ، وأن الفرق في الخطأ بين معامل ارتباط قدره ٧ ، وآخر قدره ٩ ، يبلغ تقريبا الفرق بين معاملى ارتباط ٢ ، ٧ ، .

**جدول رقم (١٠:١)**  
**قيم معاملات الارتباط المختلفة**

$\sqrt{r-1}$	r	$\sqrt{r-1}$	r
.٨٠٠	.٦٠	١,٠٠٠	صفر
.٧١٤	.٧٠	.٩٩٥	.١٠
.٦٠٠	.٨٠	.٩٦٠	.٢٠
.٥٠٠	.٨٦٦	.٩٥٤	.٣٠
.٤٣٦	.٩٠	.٩١٧	.٤٠
.٣١٢	.٩٥	.٨٦٦	.٥٠

ويعد هذا التفسير لمعامل الارتباط في ضوء مفهومى التحدد والاعترا ب كبير الأهمية ، وأن كان يؤدي أحياناً إلى الخلط نتيجة لأن خطأ التقدير لمعاملات الارتباط التى تتراوح بين ٤ ، ٧ ، التى توجد غالباً وتستخدم فى عمليات التنبؤ بالنجاح بناء على نتائج الاختبار تعد غير مشجعة بقدر كبير .

**الارتباط تقدير للعناصر المشتركة :**

منحى آخر يمكن استخدامه لتفسير الارتباط بين متغيرين ، وإن كان يصلح كوسيلة إيضاحية ، دون الاعتماد على أسسه الحسابية، نتيجة لقيامه على فروض مشكوك فيها . هو أنه يمكن النظر إلى كل متغير من المتغيرين باعتباره مجموع عدد من العناصر المستقلة . التشابه والمتساوية القوة ، والتى يمكن أن توجد أو تختفى فى متغير أو آخر ، وأن معامل الارتباط بناء على ذلك ماهو إلا تقدير للعناصر العامة فى هذين المتغيرين ، وتصاغ هذه الفكرة فى المعادلة الآتية : (Op. Cit., P. 141)

$$\text{نسبة} = \frac{\text{نوع}}{\sqrt{\text{نوع} + \text{نوع}} + \sqrt{\text{نوع} + \text{نوع}}} \quad (١٠ : ١)$$

حيث نرى = عدد العناصر الفريدة وغير المشتركة في المتغير س  
 نرى = عدد العناصر الفريدة وغير المشتركة في المتغير ص  
 نرى = عدد العناصر العامة أو الشائعة في كليهما

فإذا كان عدد العناصر في المتغير س يساوى عدد العناصر في المتغير ص فإن  
 ر أو معامل الارتباط يوفر تقديراً لنسبة العناصر العامة أو الشائعة في كل من س،  
 ص معا . أما إذا كان س يتحدد فقط من خلال عناصر عامة في ص ، بينما كان  
 في ص عناصر إضافية . فإن ر<sup>2</sup> ( معامل التحدد ) هو الذى يوفر تقديراً لنسبة  
 العناصر الداخلة في ص والتي تحدد المتغير س .

### العوامل المؤثرة في معامل الارتباط:

يعتمد حجم معامل الارتباط الذى نحصل عليه على عدد من المتغيرات  
 المختلفة التى تؤثر في قوته . ورغم أن هذه العوامل يمكن أن ترفع أو تخفض من  
 القيمة الحقيقية للارتباط بين المتغيرين . إلا أن هذه المتغيرات غالباً ما تكون  
 محدودة بالقدر الذى لا يتطلب تصحيحاً للمعامل الذى خرجنا به . ورغم وجود  
 معادلات تصحيح لقيمة معامل الارتباط من أثر هذه العوامل وبالأخص من أثر  
 صغر حجم العينة . إلا أن هذه المعادلات للتصحيح تخفض من قيمة الارتباط الذى  
 نخرج به بقدر لا أهمية له ويمكن إهماله .

### علاقة العينة بمعامل الارتباط:

العامل الرئيسى الذى يتدخل تدخلاً مباشراً في قيمة معامل الارتباط الذى  
 نحصل عليه هو طريقة انتخابنا للملاحظات أو الملاحظات أو القياسات التى  
 اعتمدنا عليها في حساب الارتباط . إذ يبدو ضرورياً في كل الحالات أن تكون  
 عينة الملاحظات عشوائية حتى يمكن الثقة في أن البيانات لا تتضمن مفردات  
 منتخبة تؤدي إلى حصولنا على ارتباط معين سواء أكان هذا الارتباط مرتفعاً أو  
 منخفضاً . ورغم الحرص الشديد في انتخاب عينات عشوائية لا تؤدي إلى تحيز في  
 قوة أو اتجاه معامل الارتباط . إلا أنه من الضروري في ضوء الأعتبارات المنهجية  
 الصارمة أن نستمر في اعتبار معامل الارتباط الذى حصلنا عليه محصلة لبيانات

العينة ، وما يمكن أن تتضمنه من أخطاء . ومعنى ذلك أن علينا أن نتوقع أن إعادة مسحنا لأزواج أخرى من المشاهدات لتكوين عينة جديدة لتعبد حساب الارتباط فيها بين المتغيرين نفسها سيؤدي بنا إلى قدر من الاختلاف عن المعامل الأول الذى سبق أن حصلنا عليه ؛ كما سيؤدي بنا إلى اختلاف سواء كبر أو صغر . عن الارتباط الحقيقى الموجود فى المجتمع بين المتغيرين .

ويعتقد أن نلاحظ أن معاملات الارتباط التى نحسبها بين متغيرين والمسحوبة من عدد متالى من العينات لا تتوزع فى حقيقة الامر توزيعاً اعتدالياً مالم تكن كبيرة . وكان ارتباط المتغيرين فى المجتمع صفرياً . أو كان هذا الارتباط فى المجتمع صفرياً دون اعتبار لقيمة ن (Mc Nemar, 1957, P.145) .

### الخطأ المعياري لمعامل الارتباط:

تثير مشكلة تذبذب معاملات الارتباط الناتجة عن عينات مسحوبة من المجتمع نفسه مشكلة جوهرية . وهى مدى حاجتنا لمقياس لتقدير ما إذا كان معامل الارتباط الذى خرجنا به له قيمة ، أو يشير إلى ارتباط حقيقى بين المتغيرين فى المجتمع أم لا . والواقع أن هذه المشكلة تثير أكثر من تساؤل ضرورى، من ذلك :

١ - هل يمكن اعتبار معامل الارتباط الذى نحصل عليه ممثلاً لارتباط حقيقى وليس نتيجة للصدفة ؟ بمعنى آخر ، هل تختلف قيمة هذا المعامل بدرجة كافية عن الصفر ، بحيث نستطيع اعتباره غير ناتج عن الصدفة ، لحالة واقعية لا ارتباط فيها بين المتغيرين .

٢ - هل يمكن قبول معامل ارتباط يبدو مختلفاً عن قيمة متوقعة لهذا الارتباط بين المتغيرين ، حدثت قليلاً .

٣ - هل الاختلاف بين معاملي الارتباط ، بين المتغيرين نفسها ناتج من عينتين مستقلتين له قيمة ؟ أو بمعنى آخر ، هل الاختلاف بين معاملي الارتباط اللذين نحصل عليهما للمتغيرين نفسها من عينتين ، مسحوتين من المجتمع نفسه . اختلاف جوهري أم لا دلالة له ؟

وتصاغ الإجابة على هذه الأسئلة الثلاثة بمفاهيم الاحتمالات . فإذا كان عدد المشاهدات ( ن ) أكبر من ٣٠ وكان اهتمامنا منصباً حول تقدير جوهرية إختلاف معامل ارتباط قدره ٥ , أو أكثر عن الصفر , فيمكننا هنا أن نقوم بتحديد قيمة الخطأ المعيارى لهذا المعامل . وبحسب الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط بالمعادلة الآتية :

$$\sigma_{\rho} = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad (١٠ : ٢)$$

ثم نقوم فى الخطوة التالية بقسمة معامل الارتباط الذى حصلنا عليه على هذا الخطأ المعيارى لكى نحصل على القيمة  $\frac{\rho}{\sigma_{\rho}}$  المتطابقة للقيمة  $\frac{z}{\sigma_z}$  والتى يمكن من خلالها تفسير دلالة معامل الارتباط بالمفاهيم الإحصائية وفقاً لخصائص المنحنى الأعتالى \* ، فإذا كانت  $\frac{\rho}{\sigma_{\rho}}$  ( أى ناتج قسمة معامل الارتباط على خطأ المعيارى ) أكبر من ٢,٥٨ فيمكننا فى هذه الحالة أن نستخلص بقدر كافى من الثقة أن القيمة الحقيقية أو المجتمعية لمعامل الارتباط قليل لأن تكون أكبر من الصفر أما إذا كانت أقل من ذلك فعلىنا فى هذه الحالة أن نتبع إجراء آخر حيث يلاحظ أنه فى الحالة التى يكون فيها الارتباط صفراً بين المتغيرين ، فى المجتمع ، ( أى لا ارتباط بينهما ) ، فإن معامل الارتباط المحسوب لعينات متتابعة مسحوبة من المجتمع نفسه تكون قيم ت المتتابعة لها هى ماتوضعه المعادلة الآتية رقم ( ١٠ : ٣ ) :

$$\rho_{\text{ت}} = \frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} = \frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad (١٠ : ٣)$$

(هـ) وذلك بالرجوع إلى جدول المساحات تحت المنحنى الأعتالى بالملحق ( جدول ب ) .

بحيث تتوزع هذه القيم وفقاً لخصائص المعروفة ، ودرجات حرية = ن - ٢ .  
 فإذا بلغت قيمة ت مستوى دلالة ٠.١ ، فيمكننا في هذه الحالة استخلاص أن معامل  
 الارتباط غير ناتج عن مجرد انحراف عن الصفر ، أو ناتج عن الصدفة ، بمعنى آخر  
 يمكننا استخلاص أن الارتباطات تظهر بين المتغيرين باحتمالية إحصائية مقبولة .  
 ويلاحظ من هذه المعادلة أن استخدام توزيع ت لاختبار دلالة معامل الارتباط لا  
 يخرج عن كونه تقدير لاحتمالية الخطأ المعياري لمعامل الارتباط وفق خصائص  
 المنحنى الإعتدالي \* ، حيث تعد المعادلة الآتية :

$$\sqrt{\frac{r-1}{n-2}} = r$$

( ٤ : ١٠ )

تقديرا للخطأ المعياري لمعامل الارتباط ، ومع ذلك فإن هذا التفسير لا يُقبل  
 دائماً من وجهة نظر رياضية ، ويفضل بدلاً منه استخدام تحويل فيشر Fisher  
 باعتباره يوفر تقديراً أكثر دقة وصحة لأخطاء العينة .

#### توزيع ذ والخطأ العينة :

يستخدم توزيع ذ باعتباره وسيلة أفضل بكثير من طريقة حساب الخطأ  
 المعياري لمعالجة أخطاء العينة ، ومدى تدخلها في تقدير قيمة معامل الارتباط بين  
 متغيرين يستخدم فيشر المعادلة الآتية لتحويل قيم ر إلى قيم ذ أو تحويل معامل  
 الارتباط إلى توزيع ذ ونص المعادلة كالآتي : (Peatman, 1963, P.405)

$$Z = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{(r+1)}{(r-1)} \right] \quad (٥ : ١٠)$$

حيث لو = لوغاريتم

(٥) ويمكن هنا استخدام مستويات معاملات الارتباط المختلفة والتي يوفرها جدول (ج) بالمعق  
 والتي تعد تطبيقاً للمعادلة ( ٣ : ١٠ ) وفقاً لهذا النطق .

$$(٥٥) \text{ أو } Z = ١.١٥١٣ \text{ لو } \frac{r+1}{r-1} \quad (\text{McNemar, 1957, P.147})$$



ويمكن استخدام هذه المعادلة\* سواء في حالة العينات الكبيرة أو الصغيرة ، وتتميز طريقة فيشر هذه بميزتين هامتين : إذ يلاحظ من الناحية الأولى أن توزيع ذ للعينات المتتالية مستقل عن قيم ارتباطات المجتمع الأصلية أو الارتباطات الحقيقية في المجتمع ، بمعنى أنه بالنسبة لأي ن، فإن توزيع العينة يتشتت بنفس طريقة تشتت قيم الارتباطات الحقيقية في المجتمع ، ومن الناحية الثانية يلاحظ أن توزيع ذ للعينات المتتالية شديد القرب من الإعتدالية بحيث يمكن استخدام خصائصه بالطريقة التي نجعلنا لا نتجاوز الصحة في نتائجنا إلا بقدر ضئيل للغاية. ونص معادلة الخطأ المعياري لقيم ذ كالآتي ( ٦ : ١٠ ) :

$$\frac{1}{\sqrt{3-n}} = e \quad (٦ : ١٠)$$

فإذا أردنا على سبيل المثال تقدير درجة ثقة ٩٩ ، ( مستوى دلالة ٠.٠١ ) ، لمعامل الارتباط الحقيقي بين المتغيرين في المجتمع ، فأننا نقوم بتحويل قيمة ذ المقابلة له باستخدام المعادلة ( ٥ : ١٠ ) أو من خلال جدول ( د ) بالملاحق ثم نحدد الخطأ المعياري لقيمة ذ التي أستخلصناها وفقاً للمعادلة ( ٦ : ١٠ ) ، ثم نحسب ذ + ٢,٥٨ ع ، ذ - ٢,٥٨ ع ثم نعود فنحول هاتين القيمتين مرة أخرى إلى مقابلاتهما من معاملات الارتباط حسبما يوضحه جدول ( د ) فنحصل على حدود الصحة الحقيقية لمعامل الارتباط الذي خرجنا به عند مستوى دلالة ٠.٠١ .

وإيضاحاً لهذه الخطوات يمكننا افتراض أننا حصلنا على معامل ارتباط قدره ٩ ، بين متغيرين ، من عينة حجمها ٥٠ مفحوص (ن = ٥٠) ، فإذا أردنا حساب الخطأ المعياري لمعامل الارتباط بالطريقة الأولى الأقل دقة وفقاً للصيغة  $\frac{1}{\sqrt{3-n}}$  فنستجد أنه = ٠,٢٧ ، وبضرب هذه القيمة في حدود الثقة المطلوبة (أي ٢,٥٨)\*\*

(\*) يوفر جدول (ذ) بالملاحق حلاً لهذه المعادلة لقيم معاملات الارتباط المختلفة من صفر إلى ٩٩٥ ، ومقابلاتها من قيم (ذ) وفقاً لنص المعادلة (٥:١٠) والمنطق الذي تقوم عليه .  
(\*\*) حيث الدرجة المعيارية +٢,٥٨ تحتجز خلقها ٠.١ ، فقط من العينة تحت المنحنى الاعتمالي .

نحصل على القيمة ٠.٧ ، وذلك تتراوح قيمة معامل الارتباط بين  $\pm ٠.٧$  . في حدود ثقة قدرها ٠.١ ، وذلك يكون الارتباط بين المتغيرين يتراوح بين  $\pm ٠.٩$  .  
 ٠.٧ أى  $٠.٩ + ٠.٧ = ١.٦$  ،  $٠.٧ - ٠.٩ = -٠.٢$  ، أى أنه يتراوح بين ٠.٩٧ .  
 . ٨٣ .

أما إذا استخدمنا طريقة التحويل إلى توزيع ذو فستجد أن القيمة ذ لمعامل ارتباط قدره ٩ ، حسب الجدول ( د )  $٤٧ = ١$  ، والخطأ المعيارى لهذه القيمة وفقاً للمعادلة ( ٦ : ١٠ )  $١٤٦ =$  ، ويضرب هذه القيمة فى حدود الثقة المطلوبة ( أى ٥٨ ، ٢ ) نحصل على القيمة ٣٧٧ ، وذلك تتراوح القيمة الحقيقية لـ ذ بين  $١.٤٧ \pm ٣٧٧$  ، أى ١.٨٤٧ ، ١.٠٩٣ ، وتحويل هاتين القيمتين مرة أخرى من ذ إلى ر باستخدام جدول ( د ) نحصل على القيمتين ٩٥١ ، ٧٩٨ ، وذلك يكون الارتباط بين المتغيرين فى المجتمع يتراوح بين ٩٥ ، ٨٠ ، وهو تقدير يختلف عن استخدام معادلة الخطأ المعيارى السابقة ويعد أكثر دقة إلى حد كبير .

#### دلالة الفرق بين معاملى ارتباط :

يمكننا بالمثل إذا أردنا تحديد الفرق بين معاملى ارتباط ودلالة هذا الفرق ، أن نقوم بتحويلهما إلى قيم ذ ثم نحسب الخطأ المعيارى للفرق بين قيمتي ذ بالمعادلة الآتية رقم ( ٧ : ١٠ ) :

$$\text{ع} - \text{د} = \sqrt{\frac{1}{3 - \text{د}} + \frac{1}{3 - \text{ع}}} \quad (٧ : ١٠)$$

ثم نحسب نسبة الفرق إلى خطأ المعيارى بالطريقة المعتادة ، فإذا كانت قيمتي ذ مختلفتين جوهرياً ، فيمكننا أن نستخلص أن معاملى الارتباط مختلفتين جوهرياً ويلاحظ هنا أن هذا الأسلوب فى حساب دلالة الفرق بين معاملى الارتباط يصلح فقط فى حالة معاملات الارتباط المستقلة التوزيع وليس المترابطة التوزيع ، أى أن هذا الأسلوب لا يصلح للمقارنة بين معاملى ارتباط يكون أحد المتغيرات

مشتركا فيهما ، من ذلك مثلا أن يكون معامل الارتباط الأول بين س ، ص يمتد  
معامل الارتباط الثاني بين س ، ع ونتيجة لاشتراك المتغير س في الحالتين لا  
يصبح توزيعهما مستقلا .

### متوسط الارتباطات :

قد نحصل أحيانا على عدد من معاملات الارتباط بين المتغيرين نفسيهما ،  
مستخلصة من عينات متعددة ، فإذا كان في مقدورنا افتراض أن هذه العينات  
مسحوبة من المجتمع نفسه ؟ أو كان في مقدورنا افتراض أن العينات مسحوبة من  
مجتمعات مترابطة بناء على اختبار دلالة الفروق بين هذه المعاملات من الارتباط ،  
وظهور أن الفروق غير دالة . فانه يمكننا في هذه الحالة أن نحصل على متوسط  
الارتباط ، بأن نقوم بتحويل كل معامل منها إلى قيمة ذ الم قابلة له ثم نقدر لكل  
ذ درجة موزونة بقسمتها على تباين عينتها ثم نحسب متوسط أوزان ذ . فإذا كانت  
لدينا ثلاثة معاملات ارتباط من ثلاث عينات على سبيل المثال ، فان المتوسط  
الموزون لهذه المعاملات يحسب وفق المعادلة الآتية رقم ( ٧ : ١٠ ) :

$$\bar{r} = \frac{r_1(n_1 - 1) + r_2(n_2 - 1) + r_3(n_3 - 1)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + (n_3 - 1)} \quad (٨ : ١٠)$$

وبعد الحصول على متوسط ذ الموزونة نقوم باعادة تحويلها إلى ر ونحسب  
دلالة متوسط الارتباط باستخدام معادلة الخطأ المعياري لمتوسط الارتباطات الآتية  
رقم ( ٩ : ١٠ )

$$E_m = \frac{1}{\sqrt{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + (n_3 - 1)}} \quad (٩ : ١٠)$$

## تقارن على الفصل العاشر

- ١- كيف يمكن تفسير الارتباط بين متغيرين مفاهيم التحدد والاغتراب .
- ٢- استخدم المعادلة رقم ( ٣ : ١٠ ) فى حساب دلالة معاملات الارتباط الآتية عند مستويات ٠.٠٥ ، ٠.١ ، وقارن نتائجك بالقيم الخاصة بهذه المعاملات من جدول ( ج ) بالمحق .
- ٣ ، ٩ ، ١٥ ، ٤٥ ، ٦١ ، المحسوبة من العينات ذات الاحجام الآتية على الترتيب : ١٠٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٣٠ .
- ٣ - احسب دلالة معاملات الارتباط السابقة باستخدام المعادلتين ( ٥ : ١٠ ) ، ( ٦ : ١٠ ) وقارن بين نتائج هذه المعالجة والمعالجة السابقة باستخدام المعادلة ( ٣ : ١٠ ) .
- ٤ - استخلصت أربعة ارتباطات بين المتغيرين س ، ص من عينات مختلفة مسحوبة من المجتمع نفسه ، أحسب متوسط هذه الارتباطات بالطريقة المناسبة .  
وفيما يلى كل معامل منها وقيمة ن التى حسب منها هذا الارتباط :  
أ -  $r = ٧$  ،  $n = ٥٠$   
ب -  $r = ٥$  ،  $n = ١٠٠$   
ج -  $r = ٦٤$  ،  $n = ٨٠$   
د -  $r = ٧٢$  ،  $n = ٧٠$
- ٥ - مطلوب تقدير مستوى ثقة ٩٥ . لمعامل الارتباط الحقيقى فى المجتمع بين متغيرى الذكاء والقدرة على حل المشكلات ، وذلك بعد تقدير الارتباط بين هذين المتغيرين فى عينة حجمها ١٠٠ مفحوص من طلاب علم النفس ، وكان معامل الارتباط المحسوب يبلغ ٨٢ . استخدم توزيع ذ فى تقدير الارتباط الحقيقى بين المتغيرين .

٦ - احسب متوسط الارتباطات الآتية ٧ ، ٤٢ ، ٩٣ ، ٥١ ، ٤٩ .

بين القلق وتقدير الذات والتي أمكن الحصول عليها من خمس عينات أحجامها كالاتى : ٦٥ ، ٥٠ ، ٥٠ ، ١٠٠ ، ٧٠ مع ملاحظة أن هذه العينات مسحوبة من المجتمع نفسه .

( استخدم فى الحل المعادلتين ( ٨ ، ٩ : ١٠ ) .



## الفصل الحادى عشر

### اساليب ارتباطية مختلفة

ذكرنا فى الفصل الثامن أن طبيعة بيانات المتغير ونوع التعبير الكمى عن مشاهدات كل متغير هى التى تفرض أسلوب الارتباط المناسب لحساب العلاقة بين متغير وآخر ، وأوضحنا الفئات المختلفة التى يمكن أن تصنف فيها طرق التعبير عن المتغيرات وأنواع معاملات الارتباط المختلفة فى كل طريقة . وستتناول الآن بعض هذه الأساليب بعد أن تناولنا فى الفصل التاسع طريقة بيرسون أو معامل ارتباط العزوم وهو معامل الارتباط الأكثر استخداما فى مجال البحوث النفسية .

#### معامل الارتباط الثنائى الأصيل<sup>(١)</sup> :

يعد معامل الارتباط الثنائى الأصيل أقرب معاملات الارتباط فى منطقة العام ، بل وفى تفاصيل خطواته الحسابية لمعامل ارتباط بيرسون ، والواقع أنه حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون (Downie & Heath, 1974, P.101) .

ويستخدم معامل الارتباط الثنائى الأصيل فى الحالات التى نرغب فيها حساب الارتباط بين متغيرين أحدهما متصل والآخر ثنائى ، كأن يكون المتغير الأول هو الذكاء ، والدرجات عليه متصلة ، بينما المتغير الآخر هو الموقف من أحد قضايا الرأى العام وحيث تصنف مواقف الأفراد من هذه القضية فى فئتين موافق وغير موافق ، وحيث نشير عادة إلى الموافقة بالدرجة (١) وعدم الموافقة بالدرجة (صفر) ، وبهذا تصنف مواقف الأفراد تصنيفا ثنائيا . ولمعامل الارتباط الثنائى الأصيل استخدامات أخرى عديدة فى علم النفس ، من ذلك استخدامه الواسع فى تصميم الاختبارات وتطويرها ، أو تحليل بنود الاختبارات ، حيث تلجأ مثلا لحساب الارتباط بين الدرجة الكلية على الاختبار ، وبين الدرجة على بند معين ، ولأن الإجابة على البند أما أن تكون بنعم أو بلا أو تكون صحيحة أو خاطئة ، فإن

---

Point-Biserial Coefficient (١)

الدرجة على البند تصنف في فئتين بالطريقة نفسها حيث نشير للإجابة بنعم أو الإجابة الصحيحة بالدرجة (١) ونشير للإجابة بلا أو الإجابة الخاطئة بالدرجة صفر. وتستخدم المعادلة الآتية رقم ( ١ : ١١ ) لحساب الارتباط بين المتغيرين المتصل والثاني :

$$r_{12} = \frac{\sum (X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\sum (X_1 - \bar{X}_1)^2 \sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}} \quad (١١:١)$$

وحيث  $r_{12}$  = معامل الارتباط الثاني الأصيل

$N$  = عدد الأفراد أو حجم العينة

$\bar{X}_1$  = عدد الاجابات بنعم أو صواب على المتغير الثاني

$\bar{X}_2$  = عدد الاجابات بلا أو خطأ على المتغير الثاني لكل درجة

$\sum$  = تكرارات الصواب أو الاجابة بنعم على المتغير الثاني

$\sqrt{\quad}$  = المتغير المتصل

فإذا افترضنا أننا قمنا باختبار عينة من الأفراد يبلغ عددها ٩٠ مفحوصا باختبار للدراک البصرى وحيث يحصل كل فرد على درجة على الاختبار تتراوح بين صفر ، ١٠ درجات ( درجات متصلة ) وأردنا حساب الارتباط بين درجات هؤلاء الأفراد على الاختبار ودرجاتهم على البند الثالث من الاختبار للتعرف على ماإذا كان هذا البند يقيس بقية بنود الاختبار ام لا وحيث يجب كل فرد من أفراد العينة على هذا البند أما إجابة صحيحة أو خاطئة ( تصنيف ثنائى ) فيمكننا أن ننظم بياناتنا لحساب الارتباط الثاني الأصيل وفقاً لما يبينه الجدول الآتى رقم (١١:١) :

١ - نرصد في العمود الأول من الجدول فئات الدرجات المختلفة التى حصل عليها الأفراد على الاختبار المتصل القيم والذي نرسم له في المعادلة بالرمز (ص)



فى مثالنا تتراوح بين صفر . ١٠ درجات فنضع ١١ فئة من أعلى إلى أسفل  
بادئين بصفر حتى ١٠ .

٢ - نرصد فى العمود الثانى من الجدول تكرارات الإجابة بصواب أو نعم التى  
حصل عليها أصحاب الدرجات المختلفة على المتغير (ص) ، من ذلك مثلا أن  
تكرارات الإجابة بنعم بين أصحاب الدرجة ١ عددها تكرار واحد . بينما تكرارات  
الإجابة بنعم بين أصحاب الدرجة ٦ عددها ٨ ( راجع الجدول ١ : ١١ ) ونشير  
للإجابات بنعم على المتغير الثانى بالرمز أ وبذلك تكون ( أ ) أى العمود الثانى  
ترمز لتكرارات الإجابة بنعم بالنسبة لكل فئة من فئات الدرجات على المتغير ص أو  
المتغير المتصل .

٣ - نرصد فى العمود الثالث (العمود ب) فى الجدول تكرارات الإجابة بلا  
( خطأ ) التى حصل عليها أصحاب الدرجات المختلفة على المتغير ص ، من ذلك  
مثلا أن تكرارات الإجابة بلا بين أصحاب الدرجة ٨ تبلغ تكرارا واحداً ، وتكرارات  
الإجابة بنعم ( المرصودة فى العمود الثانى ) لنفس الدرجة تبلغ ٦ أى أن من  
حصلوا على ٨ درجات على المتغير ص ( أى الاختبار كله ) عددهم ٧ أجاب منهم  
٦ فقط إجابة صحيحة على البند وأجاب ١ إجابة خاطئة ، وبالمثل تكون تكرارات  
من أجابوا بلا من أصحاب الدرجة ٣ عددها ٨ . وهكذا .

٤ - نضع فى العمود الرابع حاصل ضرب كل درجة من درجات الاختبار ص  
فى عدد الإجابات الصحيحة ( أو إجابات نعم ) على المتغير الثانى التى حصل  
عليها أصحاب هذه الدرجة أى حاصل ضرب قيم العمود (١) فى قيم العمود (٢)  
ونرمز لهذا العمود بالرمز أص .

٥ - نرصد فى العمود الخامس التكرار الكلى للإجابات على البند أو المتغير  
الثانى ، أى مجموع الإجابات الصحيحة والإجابات الخاطئة ، بالنسبة لأصحاب كل  
درجة على الاختبار ص أى حاصل جمع القيمتين فى العمودين ٢ ، ٣ . ويلاحظ أن  
مجموع قيم هذا العمود سيمثل (ن) أو عدد الحالات ، أى ٩٠ حيث أن كل فرد من  
أفراد العينة أجاب أما صواب أو خطأ على المتغير الثانى ونرمز لهذه القيم بالرمز  
ك أى التكرار .

٦ - نرصد فى العمود السادس حاصل ضرب كل درجة من درجات الاختبار ص فى التكرار الكلى للمبدأ أو المتغير الثانى ، أى حاصل ضرب قيم العمود (١) فى قيم العمود (٥) ونرمز لهذه القيمة بالرمز ك ص .

٧ - نرصد فى العمود السابع حاصل ضرب قيم العمود (٦) فى القيم المناظرة لها فى عمود (١) وتؤدى هذه الخطوة لحصولنا على تكرارات مربع الدرجة على الاختبار ص ونرمز لهذه الخطوة بالرمز ك ص<sup>٢</sup> .

ونقوم بعد ذلك بحساب مجاميع الأعمدة المختلفة ، فيما عدا العمود الأول .

### جدول رقم (١: ١١)

(اعداد البيانات اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائى الاتصلى)

(١) ص	(٢) أ	(٣) ب	(٤) أ ص	(٥) ك	(٦) ك ص	(٧) ك ص <sup>٢</sup>
صفر	صفر	٩	صفر	٩	صفر	صفر
١	١	٨	١	٩	٩	٩
٢	٢	٧	٤	٩	١٨	٣٦
٣	٣	٨	٩	١١	٣٣	٩٩
٤	٥	٦	٢٠	١١	٤٤	١٧٦
٥	٦	٤	٣٠	١٠	٥٠	٢٥٠
٦	٨	٢	٤٨	١٠	٦٠	٣٦٠
٧	٧	١	٤٩	٨	٥٦	٣٩٢
٨	٦	١	٤٨	٧	٥٦	٤٤٨
٩	٤	صفر	٣٦	٤	٣٦	٣٢٤
١٠	٢	صفر	٢٠	٢	٢٠	٢٠٠
	٤٤ = $\Sigma$	٤٦	٢٦٥	٩٠	٣٨٢	٢٢٩٤

بالتعويض فى المعادلة رقم (١١:١) نحصل على قيمة معامل الارتباط كالاتى :

$$r = \frac{(382) 44 - (260) 9.}{\sqrt{[ (382) - (2296) 9. ] (46) 44}}$$

$$= \frac{168.8 - 2380.}{\sqrt{(140924 - 2.646.) 2.24}}$$

$$= \frac{7.42}{\sqrt{6.036 \times 2.24}}$$

$$= \frac{7.42}{11.69}$$

$$= .636$$

وتعد هذه الطريقة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصل طريقة مناسبة فى حالة ما إذا كان مدى الدرجات ، وحدها الأقصى متخفضا على الاختبار ذو الدرجات المتصلة وكانت تكرارات الصواب والخطأ بالنسبة لكل درجة محدودة وغير كبيرة باستخدام اختبارات ذات مدى درجات كبير ( اختبار للذكاء مثلا قد تتراوح نسب الذكاء عليه بين ٥٠ أو ٦٠ إلى ١٢٠ أو ١٤٠ ) وبين عدد كبير من الحالات وحيث تكون تكرارات الصواب والخطأ على المتغير الثنائى كبيرة بالنسبة لكل درجة من درجات المتغير المتصل وفى هذه الحالة تصبح الطريقة التى استخدمناها طويلة ومستهلكة للوقت ويتعين استخدام طرق أخرى أفضل .

واحدى الطرق المناسبة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصل عندما نواجه هذه الحالة ، هى الطريقة التى نستخدم فيها المتوسط والانحراف المعياري للمتغير

التصل ونسبة الإجابة الصحيحة والخاطئة على المتغير الثنائي . ونستخدم المثال التالي لإيضاح خطوات هذه الطريقة :

كما ذكرنا فإن أحد الاهتمامات الأساسية التي تشغل الباحثون عند استخدام اختباراتهم هي الرغبة في دراسة القدرة التمييزية لينود هذه الاختبارات ، ويقع هذا الاهتمام في إطار التحليل الكمي للينود . ويتلخص السؤال المطلوب إجابته من خلال معامل الارتباط الثنائي الأصيل في الآتي : هل هناك ارتباط بين الينود والدرجة الكلية على الاختبار؟ فإذا افترضنا أن هذا السؤال ينصب على أحد بنود اختبار وكسلر لذكاء الراشدين ، فإننا نبدأ بتطبيق الاختبار على عينة ولتكن مكونة من ١٠٠ مفحوص ونظرا لكبر حجم هذه العينة يتعذر استخدام المعادلة السابقة ( ١ : ١١ ) لذا نستخدم هذا الأسلوب الجديد ليؤدي إلى نفس النتيجة ، وذلك بأن نستخدم المعادلة التالية رقم ( ٢ : ١١ ) ونصها :

$$r_{\text{أ}} = \frac{ص - ص\bar{ن}}{ع} \sqrt{\frac{ص\bar{ن}}{ن\bar{خ}}} \quad (٢ : ١١)$$

حيث  $r_{\text{أ}} =$  معامل الارتباط الثنائي الأصيل

$ص =$  متوسط درجة من أجابوا إجابة صحيحة على الينود

$ص\bar{ن} =$  متوسط الدرجة الكلية على الاختبار

$ع =$  الانحراف المعياري للدرجة الكلية على الاختبار

$ن\bar{خ} =$  نسبة من أجابوا إجابة صحيحة على الينود من مجموع أفراد العينة

$ن\bar{خ} = ١ - ن$  أو نسبة من أجابوا إجابة خاطئة على الينود .

لمجد في هذا المثال أن العينة تتكون من ١٠٠ مفحوص ، حصل كل مفحوص منهم على درجتين على الاختبار ، الدرجة الأولى متصلة ، وهي درجته الكلية على كل البنود ، والدرجة الثانية عبارة عن إجابته على الهند العين موضوع الدراسة ، والتي لا تخرج عن كونها « صواب أو خطأ » . أي أن درجته على البند تصنفه في أحد فئتين إما فئة صواب أو فئة الخطأ . وفي ضوء هذه البيانات الأولية نبدأ في تصميم جدول لرصد البيانات الأساسية المستخدمة في حساب معامل الارتباط الثنائي الأصيل على الوجه الآتي الذي يوضحه جدول رقم ( ٢ : ١١ ) :

جدول رقم (٢: ١١)

تنظيم البيانات اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائي الأصيل

(٨) ص ح	(٧) ك ح <sup>٢</sup>	(٦) ك ح	(٥) ح	(٤) ك	(٣) خ	(٢) ص	(١) ف
صفر	٣٠٠	٦٠-	٥-	١٢	١٢	صفر	٣٩-
٤-	٨٠	٢٠-	٤-	٥	٤	١	٤٩-
٩-	١٠٨	٣٦-	٣-	١٢	٩	٢	٥٩-
٦-	٣٦	١٨-	٢-	٩	٦	٣	٦٩-
٦-	١٤	١٤-	١-	١٤	٨	٦	٧٩-
صفر	صفر	صفر	صفر	١٣	٦	٧	٨٩-
٦	٨	٨	١	٨	٢	٦	٩٩-
١٠	٣٦	١٨	٢	٩	٤	٥	١٠٩-
١٨	٧٢	٢٤	٣	٨	٧	٦	١١٩-
٢٤	١١٢	٢٨	٤	٧	١	٦	١٢٩-
١٥	٧٥	١٥	٥	٣	صفر	٢	١٣٩-
٤٨	٨٤١	٥٥-		١٠٠	٥٤	٤٦	

١ - نضع فى العمود الأول من الجدول وعنوانه (ف) الفئات التى ينقسم إليها المدى الخاص بالدرجات الكلية على الاختبار ، فإذا افترضنا أن هذا المدى يتراوح بين ٣٢ ، ١٣٥ فإننا نقوم بتقسيمه إلى ١١ فئة بطول ١٠ للفئة ابتداء من ٣٠ بحيث تبدأ الفئة الأولى وتنتهى بـ ٣٠ - ٣٩ من أعلى الجدول إلى أسفله ، تليها الفئة ٤٠ - ٤٩ وهكذا .

٢ - العمود الثانى وعنوانه (ص) ، أى تكرارات الصواب على البند ، حيث نرصد فيه عدد من أجابوا إجابة صحيحة على البند فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار من ذلك مثلا أنه من بين أصحاب الدرجات التى تقع فى الفئة ١٠٠ - ١٠٩ كان عدد من أجابوا إجابة صحيحة على البند ٥ أفراد . فنرصد ٥ فى هذا العمود على يسار الفئة ١٠٠ - ١٠٩ .

٣ - العمود الثالث وعنوانه (خ) ، أى تكرارات الخطأ على البند ، ونرصد فيه عدد من أجابوا إجابة خاطئة على البند فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار من ذلك مثلا أنه من بين أصحاب الدرجات التى تقع فى نفس الفئة ١٠٠ - ١٠٩ كان عدد من أجابوا إجابة خاطئة على البند ٤ أفراد فنرصد ٤ فى هذا العمود على يسار الـ ٥ .

٤ - العمود الرابع وعنوانه (ك) ، أى التكرار الكلى ، ونرصد فيه العدد الكلى للأفراد فى كل فئة من فئات الدرجة على الاختبار ، وبما أن هذا العدد الكلى فى كل فئة عبارة عن مجموع من أجابوا إجابات صحيحة وعدد من أجابوا إجابات خاطئة على البند فتكون القيمة التى نرصد فى هذا العمود عبارة عن مجموع قيم العمودين ٢ ، ٣ فى كل فئة ، من ذلك أننا نرصد ٩ أمام الفئة ١٠٠ - ١٠٩ وهى مجموع من أجابوا إجابة صحيحة ( ٥ ) + مجموع من أجابوا إجابة خاطئة ( ٤ ) . وهكذا بالنسبة لكل فئة .

٥ - العمود الخامس وعنوانه (ح) ، أى الانحرافات الفرضية ، وهى انحرافات فرضية عن مراكز الفئات الخاصة بالدرجة الكلية على الاختبار بنفس الطريقة التى استخدمناها من قبل فى حساب المتوسط للبيانات المصنفة ، وحيث نختار عادة

الفئة الواقعة وسط الجدول لنجعلها الفئة الصفرية وسنختار هنا الفئة ( ٨٠ - ٨٩ ) ،  
وبهذا يكون الانحراف الفرضي للفئة التالية عليها ( ٩٠ - ٩٩ ) مقداره ( ١ ) ،  
والتالية ( ١٠٠ - ١٠٩ ) مقداره ( ٢ ) ، وهكذا ، كما تكون انحرافات الفئات  
السابقة عليها ١ - ، ٢ - ، ٣ - بدءاً من الفئات ٧٠ - ٧٩ ، ٦٠ - ٦٩ ، ٥٠ -  
٥٩ على الترتيب .

٦ - العمود السادس وعنوانه ( ك ح ) ، أى حاصل ضرب التكرار الكلى فى  
الانحرافات ، ونرصد فيه حاصل ضرب التكرارات الكلية ( أى القيمة فى عمود ٤ )  
فى الانحرافات الفرضية ( أى القيمة فى عمود ٥ ) من ذلك مثلاً أن القيمة المناظرة  
للفئة ١٢٠ - ١٢٩ تساوى ١٥ حيث تكرارها الكلى ٣ وانحرافها الفرضى ٥  
وهكذا فى بقية الفئات .

٧ - العمود السابع وعنوانه ( ك ح<sup>٢</sup> ) ، أى التكرار الكلى مضروباً فى مربع  
الانحرافات الفرضية وقيم هذا العمود عبارة عن مربع الانحرافات الفرضية لكل فئة  
( عمود ٥ ) مضروباً فى التكرار الكلى للفئة ( عمود ٤ ) .

٨ - العمود الثامن وعنوانه ( ص ح ) ، أى التكرار الخاص بالإجابات  
الصحيحة مضروباً فى الانحرافات الفرضية للفئات ، أى قيم عمود ٧ مضروباً فى  
قيم عمود ٥ . ونستخدم قيم هذا العمود الأخير لحساب متوسط الإجابات  
الصحيحة على الهند .

نقوم فى الخطوة الأخيرة بحساب مجاميع قيم الأعمدة ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ،  
ونرصدها أسفل هذه الأعمدة بالجدول . ثم نقوم بالتعويض فى المعادلة رقم ( ١١ : ٢ ) .

ونبدأ أولاً بحساب المتوسطين المطلوبين ، متوسط درجة أصحاب الإجابات  
الصحيحة على الهند ، ومتوسط الدرجة الكلية على الوجه الآتى :

( أ ) بحسب متوسط درجة أصحاب الإجابات الصحيحة بالمعادلة الآتية :

$$\bar{X} = \frac{\sum (X \cdot f)}{\sum f} \quad ( ١١ : ٣ )$$

حيث  $\bar{M}$  = مركز الفئة الصفرية

ص  $\bar{X}$  = مجموع التكرار الخاص بالإجابات الصحيحة ( مجموع عمود ٨ )

ص = مجموع تكرارات الصواب على اليمين الثاني ( مجموع عمود ١ )

ف = طول الفئة في الجدول ( وطولها ١٠ في مثالنا )

وبالتعويض في هذه المعادلة نحصل على الآتي :

$$\text{ص} = \frac{48}{46} + 80 \quad (١٠)$$

$$10.4 + 80 =$$

$$90.4 =$$

( ب ) يحسب متوسط الدرجة الكلية بالمعادلة الآتية :

$$\bar{M} = \frac{\sum K \cdot \bar{X}}{\sum K} \quad (ف) \quad (١١ : ٤)$$

حيث  $\bar{M}$  = مركز الفئة الصفرية

ك  $\bar{X}$  = مجموع التكرارات الكلية في الانحرافات الفرضية (مجموع عمود ٦)

ك = التكرار الكلي للإجابة ( أي ن )

ف = طول الفئة في الجدول ( وهو ١٠ في مثالنا )

وبالتعويض في هذه المعادلة نحصل على الآتي :

$$\bar{M} = \frac{(50-)}{100} + 80 \quad (١٠)$$

$$(0.5-) + 80 =$$

$$79.5 =$$



(ج) نحسب بعد ذلك الانحراف المعياري لتوسط الدرجة على الاختبار بالمعادلة الآتية :

$$\sqrt{\frac{\sum z^2}{n}} = e \quad ( ١١ : ٥ )$$

حيث تحسب قيمة  $\sum z^2$  فى المعادلة السابقة ( ١١ : ٥ ) بالمعادلة الآتية :

$$\sum z^2 = \sum k^2 - \frac{(\sum k)^2}{n} \quad ( ١١ : ٦ )$$

وحيث  $\sum k^2$  = مجموع التكرار الكلى مضروباً فى مربع الانحرافات الفرضية  
( مجموع عمود ٥ )

$(\sum k)^2$  = مربع مجموع حاصل ضرب التكرار الكلى فى الانحرافات  
الفرضية ( مربع مجموع عمود ٦ )

$k$  = التكرار الكلى

$n$  = طول الفئة

وبالتعويض فى المعادلة ( ١١ : ٦ ) نحصل على الآتى :

$$\sum z^2 = 841 - \frac{(50)^2}{100}$$

$$= 841 - 25$$

$$= 816$$

$$= 816$$

وبالتعويض فى المعادلة ( ٥ : ١١ ) نحصل على الاتى :

$$\frac{81.75}{100} \sqrt{N} = C$$

$$78.5 =$$

( د ) نحسب بعد ذلك كل من ن ص ، ن خ وحيث :

$$N_{ص} = \frac{ص}{K}$$

$$.46 = \frac{46}{100} =$$

$$N_{خ} = 1 - N_{ص}$$

$$.54 = .46 - 1 =$$

نقوم الآن بالخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل وذلك بالتعويض فى المعادلة ( ٢ : ١١ ) كالآتى :

$$r_{ص} = \frac{79.5 - 95.4}{78.5} \sqrt{\frac{.46}{.54}}$$

$$.92 \times .558 =$$

$$.51 =$$

وبلاحظ أن هذا الأسلوب يصلح بالمثل فى عدد من الاستخدامات فى البحوث النفسية من ذلك مثلاً عندما نحسب صدق اختبار فى ضوء محك ثنائى التصنيف ، مثل الدرجة على الاختبار فى مقابل « مريض - سوى » أو مقابل « مقبول - مرفوض » على امتحان آخر أو « ناجح - راسب » فى اختبارات القبول لعمل أو وظيفة ، للاختبار ويشار إلى معامل الارتباط هذا بين الاختبار والمحك فى مجال القياس النفسى باعتباره معامل صدق .

## معامل الارتباط الثنائي (١١) :

الاستخدام الشائع لمعامل الارتباط الثنائي ، لا يختلف كثيراً عن استخدامات معامل الارتباط الثنائي الأصيل . وإن كان هذا المعامل الأخير يفوقه دقة ومعنى ، وبذلك لا يتميز معامل الارتباط الثنائي بأية مميزات إضافية ، وهو يستخدم عادة عندما لا يكون لدينا متغير ثنائي التصنيف أصلاً ، بل متغير متصل نحوله عند نقط معينة إلى تقسيم ثنائي . كأن نحاول حساب الارتباط بين الذكاء وبين تصنيف الأفراد من حيث موافقتهم أو رفضهم لرأى فى قضية معينة ، وحيث يصنف الأفراد أساساً فى متصل كالآتى : موافق تماماً - موافق - محايد - غير موافق - غير موافق بالمرّة . فنحول هذا المتصل إلى « موافق ومعارض » أو نحول درجات الأفراد فى امتحان آخر العام إلى أداء حسن - أداء سيئ « عند الدرجة ٢٥ من الحد الأقصى وهو ٥٠ درجة .

ويلاحظ بصفة عامة أن معامل الارتباط الثنائي يؤدي إلى تقدير مبالغ فيه للارتباط بين المتغيرين ، وعملياً يمكن توقع تجاوز قيمة معامل الارتباط الثنائي للواحد الصحيح ويرجع ذلك لأبتعاد التوزيع عن الاعتدالية ، بالإضافة إلى هذا فإن معامل الارتباط الثنائي لا يمكن اعتباره مناهراً لمعامل ارتباط بيرسون ، وهو لا يقبل تحويله وفقاً لخصائص توزيع ( ذ ) لفisher . وتستخدم المعادلة الآتية رقم ( ١١ : ٧ ) والتي تتوفر جميع البيانات للتعويض فيها فى جدول ( ١١ : ٢ ) .

$$r_{\text{ت}} = \frac{r_{\text{س}} - r_{\text{ص}}}{\left( \frac{r_{\text{ص}}}{T} \right)} \quad ( ١١ : ٧ )$$

وحيث جميع الرموز مساوية لرموز المعادلة ( ١١ : ١ ) فيما عدا ( أ ) والتي تعنى قيمة الإحداثى ( ص ) الخاص بالمساحة الصغرى التي تساويها قيمة ( ص ) والتي تستخرج من جدول ( ب ) بالملحق والخاص بالمساحات تحت المنحنى

الإعتدالى وهى تساوى فى مثالنا هذا (٣٩٧.٠) وبالتعويض فى المعادلة (١١:٧) نحصل على الآتى :

$$\text{نث} = \frac{٧٩.٥ - ٩٥.٤}{٢٨.٥} \left( \frac{.٤٦}{.٣٩٧.٠} \right)$$

$$= ١.١٦ \times .٥٥٨ =$$

$$.٦٥ =$$

ويظهر من هذه القيمة مدى المبالغة فى تقدير الارتباط بين المتغيرين واللذين بلغ معامل الارتباط بينهما باستخدام طريقة معامل الارتباط الثنائى الأصيل ٥١ ، فقط وعلى هذا لا ينصح باستخدام معامل الارتباط الثنائى نتيجة لعدم إمكان استخدامه فى التنبؤ ، ولعدم توفيره إمكانية حساب الخطأ المعيارى للارتباط ، وهو عادة لا يُقبل بثقة كبيرة (McNemar, 1957, P. 195) .

#### معامل ارتباط فاي (١) :

كثيراً ما يجد الدارس أنه فى حاجة لحساب الارتباط بين متغيرين ، كل منهما مصنف تصنيفاً ثنائياً . وهى حاجة تظهر باستمرار لدى أولئك الذين يهتمون بدراسة الارتباطات بين بنود الاختيار الواحد ، ولأن الإجابة على البند الواحد تكون إما بنعم أو لا فإن المتغير الواحد ، أى البند سيقسم أية عينة يطبق عليها إلى مجموعتين ، مجموعة من أجابوا بنعم ومجموعة من أجابوا بلا وبالمثل فى البند الثانى ، وقد تظهر نفس الحاجة فى حالات أخرى كأن نفكر فى حساب الارتباط بين « الرسوب والتجاح » لعينة من الأفراد وبين الجنس « ذكر أو أنثى » ، وكلا المتغيرين أيضاً مصنف تصنيفاً ثنائياً .

ويستخدم معامل فاي فى مثل هذه الحالات وحيث نوضح من خلال المثال التالى خطوات حسابه بين متدين من بنود اختبار إيزنك للعصابية وحيث طبق الاختبار على عينة مكونة من ٢٠٠ مفحوص ويوضح الجدول الآتى رقم (١١:٣) طريقة تنظيم البيانات الخاصة بحساب معامل ارتباط فاي .

**جدول رقم ( ٣ : ١١ )**  
**تنظيم البيانات لحساب معامل الارتباط فاي**

بند ( ٢ )				
	خطأ	صواب		
١٠٠ (ك)	٣٠ (ب)	٧٠ (أ)	صواب	بند ( ١ )
١٠٠ (ل)	٧٠ (د)	٣٠ (ج)	خطأ	
٢٠٠	١٠٠ (ن)	١٠٠ (م)		

إذا نظرنا إلى الجدول من جانبه الأيمن فسنجد في الصف الأول أن ١٠٠ مفحوص أجابوا إجابة صحيحة على البند الأول ، من بينهم ٧٠ أجابوا إجابة صحيحة على البند الثاني أيضاً ، بينما الـ ٣٠ الآخرين أجابوا إجابة خاطئة على البند الثاني ، وإذا فحصنا الصف الثاني فسنجد أيضاً أن ١٠٠ مفحوص أجابوا إجابة خاطئة على البند الأول ، أجاب منهم ٣٠ إجابة صحيحة على البند الثاني ، وأجاب ٧٠ إجابة خاطئة . وإذا نظرنا إلى الجدول من أعلاه فيمكننا أن نقرأه بنفس الصورة . ويمكننا أن نلاحظ أن كل خلية من خلايا الجدول سميت برمز معين مثل أ ، ب ، ج ، د فإذا استخدمنا هذه الرموز لتوضيح ترتيب البيانات في الجدول فستبين الآتي :

١ - الخلية ( أ ) ترصد فيها عدد من أجابوا إجابة صحيحة على المتغيرين .

٢ - الخلية ( ب ) ترصد فيها عدد من أجابوا إجابة صحيحة على المتغير الأول وإجابة خاطئة على المتغير الثاني .

٣ - الخلية ( ج ) ترصد فيها عدد من أجاهوا إجابة خاطئة على المتغير الأول وإجابة صحيحة على المتغير الثانى .

٤ - الخلية ( د ) ترصد فيها من أجاهوا إجابة خاطئة على المتغيرين .

وعكثنا أن نلاحظ أننا قمنا أيضا بحساب مجاميع الأعمدة والتي رمزنا لها بالرمزين م ، ن وكذلك مجاميع الصفوف ورمزنا لها بالرمزين ك ، ل .

بعد أن ننتهى من هذه الخطوات نقوم بالتعويض فى المعادلة الآتية رقم (١١:٨) .

$$\text{رف} = \frac{\text{أ د} - \text{ب ج}}{\sqrt{\text{ك ل م ن}}} \quad (١١ : ٨)$$

وحيث أ ، ب ، ج ، د = قيم الخلايا الموضحة حسب المثال

ك ، ل ، م ، ن = مجاميع الصفوف والأعمدة الموضحة بالمثال ، وبالتعويض نجد أن :

$$\text{رف} = \frac{(٣٠ \times ٣٠) - (٧٠ \times ٧٠)}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠}}$$

$$= \frac{٩٠٠ - ٤٩٠٠}{\sqrt{١٠٠٠٠٠٠}}$$

$$= \frac{٤٠٠٠}{١٠٠٠٠}$$

$$= ٠,٤$$

ونلاحظ بالطبع أن حالتى المتغير قد تكونا صواب - خطأ ، أو نعم - لا ، أو يوافق - لا يوافق وفى كل الحالات يستخدم معامل فاى طالما المتغيرين مصنفين فى فئات ثنائية .

ويعد معامل ارتباط فاي معاملاً لارتباط العزوم (١) مثله في ذلك مثل ارتباط بيرسون (Edwards, 1967, P. 120) وتقل هذه الخاصية ميزة واضحة فيه تشجع على استخدامه كتقدير جيد للارتباط بين المتغيرات الثنائية ، غير أن هناك بعض القصور في معامل فاي ناتج عن أن قيمته في أغلب الأحوال لاتصل إلى الواحد الصحيح سواء سلباً أو إيجاباً إلا في الحالة التي ينقسم فيها المتغيرين بالتساوي (أي حيث مجموع العمودين يساوي مجموع الصفين أي قيم ك ، ل تساوي قيم م ، ن ) كالحالة في مثالنا السابق وفي مثل هذه الحالة يمكن أن يصل معامل الارتباط إلى الواحد الصحيح ، من ذلك مثلاً الحالة التي تكون فيها كل قيمة في الخليتين أ ، د تساوي ١٠٠ وكل قيمة في الخليتين ب ، ج = صفر فنحصل على معامل ارتباط قدره + ١، حيث يؤدي التعويض في المعادلة ( ٨ : ١١ ) إلى النتيجة التالية :

$$\begin{aligned} \text{رف} &= \frac{100 \times 100 - \text{صفر}}{\sqrt{100 \times 100 \times 100 \times 100}} \\ &= \frac{10000}{10000} \\ &= 1,0 + \end{aligned}$$

وبالمثل نحصل على معامل ارتباط سلمي تام في الحالة التي تكون فيها كل قيمة في الخليتين أ ، د تساوي صفر ، وكل قيمة في الخليتين ب ، ج = ١٠٠ وبالتعويض في نفس المعادلة نحصل على الآتي :

$$\begin{aligned} \text{رف} &= \frac{\text{صفر} - 100 \times 100}{\sqrt{100 \times 100 \times 100 \times 100}} \\ &= \frac{10000 -}{10000} \\ &= 1,0 - \end{aligned}$$

Product Moment (١١)

أما في الحالات التي لا تتساوى فيها قيم الخلايا الهامشية ( الخلايا ك ، ل ، م ، ن ) الخاصة بجميع الصفوف والأعمدة فإن قيمة معامل الارتباط ستختلف من حالة إلى أخرى حسب توزيع البيانات ولكنها لن تصل في أى حالة منها إلى معامل ارتباط يبلغ الواحد الصحيح سلباً أو إيجاباً . أما إذا انقسم المتغيران إلى نسبتين بين ٣٠ ، و ٧٠ ، فإن أقصى ارتباط يمكن الحصول عليه سيتراوح بين + ٤٣ ، ٠ - ٤٣ ، وفي حالة انقسام المتغيرين على أساس نسبتين ٥٠ ، ٥٠ ، فإن أقصى ارتباط يمكن الوصول إليه في هذه الحالة لا يتجاوز + ٦٥ ، ٠ - ٦٥ ، ( Davidoff & Goheen, 1953 ) .

### تصحيح معامل فاي :

نتيجة لهذا القصور الذي يؤدي لعدم بلوغ معامل فاي لتقدير أقصى ارتباط بين المتغيرين : تستخدم معادلة خاصة لتصحيح قيمته لتقريب هذه القيمة إلى معامل بيرسون وذلك بافتراض اعتدالية توزيع المتغيرين ، وعلى أن تستوفى عدة شروط قبل التصحيح وهي :

( أ ) أن لا تكون قيمة معامل فاي المحسوبة أكبر من ٤ ، ٠ .

( ب ) أن يتراوح تكرار القيم الهامشية الموجبة للمتغيرين ( أى القيمتين ك :

م ) \* بين ٣ ، ٧٠ ، ٠ .

فإذا افترضنا أننا أختبرنا عينة من ٢٠٠ مفحوص باختبارين ( أو سؤالين ) يقيس الأول الرأي في عمل المرأة ( يوافق - لا يوافق ) و يقيس الثاني التخصص الدراسي ( أدبي - علمي ) وكان التوزيع النسبي\* للتكرارات في المتغيرين هو ما يوضحه جدول ( ٤ : ١١ ) .

(\*) أى مجموع تكرارات الصف الأول والعمود الأول من الجدول .

(\*\*) أى أننا سنستخدم هنا في خلايا الجدول النسب وليس التكرارات الفعلية .



جدول رقم (١١: ٤)

التوزيع النسبي لتكرارات الراى فى عمل المرأة والتخصص (ن = ٢٠٠)

	موافق	غير موافق	
أدبى	.٢٩ (أ)	.٣١ (ب)	.٦٠ (ك)
علمى	.١٢ (ج)	.٢٨ (د)	.٤٠ (ل)
	.٤١ (م)	.٥٩ (ن)	١.٠

ولحساب قيمة فاى نموض أولا فى المعادلة ( ٨ : ١١ ) فنحصل على القيمة الآتية :

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{(.١٢ \times .٣١) - (.٢٨ \times .٢٩)}{\sqrt{.٥٩ \times .٤١ \times .٤٠ \times .٦٠}} \\
 &= \frac{.٠٣٧ - .٠٨١}{\sqrt{.٠٥٨١}} \\
 &= \frac{.٠٤٤}{.٢٤١} \\
 &= .١٨
 \end{aligned}$$

وبمراجعة الشروط الخاصة بإمكانية تصحيح هذا المعامل نجد أن الشرط الأول مستوفى حيث قيمة فاى تساوى ١٨ر. أى أقل من ٠.٤ والشرط الثانى مستوفى

أيضا حيث يتراوح التكرارين ك م بين ٠.٦ ، ٠.٤١ أى أنهما داخل الحدود ٠.٣ ، ٠.٧ و بذلك يمكن استخدام معادلة التصحيح الآتية (١١:٩)  
(Guilford, Fruchter, 1973, PP. 330-331).

$$\text{رف} = \text{رف} \left( \frac{\sqrt{J \times K}}{J \times M} \right) \left( \frac{\sqrt{J \times K}}{J \times M} \right) \quad (١١:٩)$$

حيث رف = معامل فاي المصحح

رف = معامل فاي المحسوب

ك ، ل ، م ، ن = مجموع تكرارات الأعمدة والصفوف طبقاً للموضع فى جدول  
( ١١ : ٤ )

ط ك ، ط م = الطول المعيارى للأحداثى الخاص بالمتغيرين عند النقطة التى  
يقطع فيها هذا الإحداثى قاعدة المنحنى لنسبتين\*

وبالتعويض فى هذه المعادلة نحصل على الآتى :

$$\begin{aligned} \text{رف} = ١٨ \cdot \left( \frac{\sqrt{.٤٠ \times .٦}}{.٣٩} \right) \left( \frac{\sqrt{.٥٩ \times .٤١}}{.٣٩} \right) \\ = ١٨ \cdot \left( \frac{\sqrt{.٢٤}}{.٣٩} \right) \left( \frac{\sqrt{.٢٤}}{.٣٩} \right) \\ = ١٨ \cdot \left( \frac{.٤٩}{.٣٩} \right) \left( \frac{.٤٩}{.٣٩} \right) \\ = ١٨ \times \frac{.٢٤}{.١٥٢١} \end{aligned}$$

(\*) ويستخرج الطول من العمود الخامس للقيمة المساوية لكل من ك ، م فى العمودين الثالث والرابع من جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى ( جدول ب باللاحق ) .

$$1,878 \times ,18 =$$

$$,28 =$$

وبهذا يرتفع معامل فای نتيجة لاستخدام المعادلة (١١:٩) من ١٨.ر إلى ٢٨.ر.

**دلالة معامل فای:**

يستمد معامل ارتباط فای دلالة من دلالة إحصاء كا<sup>٢</sup> \* ، فإذا كانت كا<sup>٢</sup> دالة يصبح معامل فای دالا . ويحول معامل فای إلى كا<sup>٢</sup> بالمعادلة الآتية رقم : (١١:١٠)

$كا^2 = n \times (r)^2$	$(11:10)$
-------------------------	-----------

وبالتعويض في هذه المعادلة وحيث ن في مثالنا تساوى ٢٠٠ نحصل على كا<sup>٢</sup> كالآتي :

$$كا^2 = 200 \times (.28)^2$$

$$= 200 \times .0784$$

$$= 15,68$$

ولحساب دلالة كا<sup>٢</sup> ، نحسب أولاً درجات الحرية ، ودرجات الحرية لكأ<sup>٢</sup> تساوى عدد الصفوف ناقص واحد مضروباً في عدد الأعمدة ناقص واحد ، وبما أن جدول حساب الارتباط كان ٢ × ٢ إذن فدرجات الحرية عبارة عن :

$$(2 - 1) (2 - 1) = 1$$

---

(\*) أنظر إحصاء كا<sup>٢</sup> في الفصل التالية .

معنى هذا أن مستويات الدلالة لمعامل فاي بعد تحويله إلى كا<sup>٢</sup> لا يتغير من حالة لأخرى حيث أنها باستمرار عند درجات حرية ١ وبالرجوع إلى القيمة الجدولية\* لكا<sup>٢</sup> لدرجة حرية ١ سنجد أن مستويات دلالتها كالاتى :

$$( أ ) \text{ عند مستوى } ٠.٥ = ٣,٨٤١$$

$$( ب ) \text{ عند مستوى } ٠.١ = ٦,٦٣٥$$

$$( ج ) \text{ عند مستوى } ٠.٠١ = ١٠,٨٢٧$$

وبما أن كا<sup>٢</sup> المحسوبة تزيد عن ١٠,٨٢٧ ( أى كا<sup>٢</sup> الجدولية عند مستوى ٠,٠١ ) إذن فالارتباط دال بين المتغيرين : الرأى ونوع التعليم فيما وراء مستوى ٠,٠١

### معامل الارتباط الرباعى (١)

لا يختلف معامل الارتباط الرباعى فى فكرته العامة عن معامل فاي ، وتمثل الاختلافات المحدودة بينهما فى الآتى :

١ - أن المتغيرين فى معامل الارتباط الرباعى متغيران متصلان أصلا ، قُسم كل منهما إلى فئتين فقط عند نقطة معينة على متصل الدرجات بحيث تصبح درجة الفرد على أى متغير منهما أما « منخفضة أو مرتفعة » « أقل من المتوسط أو أعلى من المتوسط » ، وهكذا وفقا لمحك نقطة التقسيم ، وبذلك تتحول درجات أفراد العينة إلى تكرارات فى هذا التقسيم الثنائى للمتغير .

٢ - أن يؤدى هذا التصنيف الثنائى للدرجات إلى تكرارات متقاربة فى فئتي الجدول بحيث لا تبعد تكرارات الفئة الواحدة بعدا كبيرا عن ٥٠ ٪ من التكرارات الخاصة بالمتغير ، ولا يصح حساب معامل الارتباط الرباعى فى حالة ما إذا زادت التكرارات فى إحدى خلايا الجدول عن ٩٠ ٪ من تكرارات المتغير أو نقصت فى خلية أخرى عن ١٠ ٪ ( السيد ، ١٩٧٩ ، ص ٣٦٧ )

(١) Tetrachoric Correlation Coefficient

(٢) جدول دلالة كا<sup>٢</sup> بالمحك .

٣ - أن يكون توزيع الدرجات الأصلية لكل من المتغيرين قريباً قريباً كافياً من التوزيع الاعتدالي ، بحيث يسوغ للباحث افتراض أن البيانات التي يعالجها مسحوبة من مجموعة أصلية ذات توزيع اعتدالي نموذجي ( خيرى ، ١٩٦٣ ، ص ٣٨٠ - ٣٨١ ) .

ولهذا السبب فكلما كانت العينة كبيرة كلما كان معامل الارتباط الرباعى أكثر قرباً للدقة لإستيفائه شرط اعتدالية التوزيع ، وينصح عادة أن لاتقل العينة عن ٢٠٠ .

وتتبع الخطوات الآتية فى الحصول على معامل الارتباط الرباعى وحيث نفترض أننا أختبرنا عينة من الأفراد مكونة من ٢٠٠ مفحوص باختبار الذكاء ، وبعد الحصول على درجاتهم صنف الأفراد فى فئتين ، مرتفعى الذكاء وهم من حصلوا على درجات تزيد عن المتوسط ومنخفضى الذكاء وهم من حصلوا على درجات تقل عن المتوسط ، وأختبر نفس الأفراد باختبار للأبسط ، وصنفوا أيضاً باعتبارهم منبسطين أو منطوين بناء على متوسط الدرجة على الاختبار ، ومثل الجدول الآتى رقم ( ٥ : ١١ ) توزيع تكرارات أفراد العينة على هذين المتغيرين ، ويلاحظ أن الجدول منظم بنفس طريقة تنظيم البيانات المستخدمه لحساب معامل ارتباط فاي وحيث نحسب أيضاً مجاميع أعمدة ومجاميع صفوف الجدول ونشير لكل خلية برمز أبجدية أ ، ب ، ج ، د .

وتستخدم عادة معادلة من الدرجة الثانية ذات مجهولين لحساب قيمة معامل الارتباط الرباعى أو ( رب ) وهى معادلة طويلة وتتطلب كمية عمل كبيرة غير أن ديفيدوف وجوهين وضعاً جدولاً مبسطاً لتحديد قيمة رب من مجرد القيام بخطوة بسيطة حيث تستخلص قيمة رب من جدول رقم ( ٥ : ١١ ) بحساب ناتج قسمة أد على ب ج ثم تستخلص قيمة رب ( معامل الارتباط الرباعى ) من الجدول رقم ( ٦ : ١١ ) ( Devidoff & Goheen, 1953 ) .

**جدول رقم (١١:٥)**  
**توزيع درجات ٢٠٠ مفحوص على متغيري**  
**الذكاء والأنسباط لتألي التقييم**

الذكاء				الانسياط
مرتفعين		منخفضين		
منسطين	٤٠ (أ)	٦٠ (ب)	١٠٠	
منطوين	٣٥ (ج)	٦٥ (د)	١٠٠	
	٧٥	١٢٥	٢٠٠ = ن	

وباتباع هذه الخطوات نحصل على الآتى :

$$\text{أ د / ب ج} = \frac{٦٥ \times ٤٠}{٣٥ \times ٦٠}$$

$$١,٢٤ = \frac{٢٦٠٠}{٢١٠٠}$$

وبالكشف عن القيمة ١,٢٤ فى جدول ( ١١ : ٦ ) نجد أنها تساوى ٠,٩ , أى أن رب أو معامل الارتباط الرباعى بين الذكاء والأنسباط قدره ٠,٩ ,

ويلاحظ أن هذه القيمة تقريبية ، وإن كانت الفروق بينها وبين القيمة الناتجة عن التعويض فى معادلة الدرجة الثانية فروق ضئيلة لاتقارن بحجم الوفرة فى الوقت والجهد وأحتمال التعرض للأخطاء .

جدول رقم (١١:٦)  
تقدير ر ب من القيم المختلفة لـ أ د / ب ج

أ د / ب ج	ر ب	أ د / ب ج	ر ب
١,٩٨ - ١,٩٤	,٢٦	٣,٠٠ - .٠	صفر
٢,٠٤ - ١,٩٩	,٢٧	١,٠٣ - ١,٠١	,٠١
٢,١٠ - ٢,٠٥	,٢٨	١,٠٦ - ١,٠٤	,٠٢
٢,١٥ - ٢,١١	,٢٩	١,٠٨ - ١,٠٧	,٠٣
٢,٢٢ - ٢,١٦	,٣٠	١,١١ - ١,٠٩	,٠٤
٢,٢٨ - ٢,٢٣	,٣١	١,١٤ - ١,١٢	,٠٥
٢,٣٤ - ٢,٢٩	,٣٢	١,١٧ - ١,١٥	,٠٦
٢,٤١ - ٢,٣٥	,٣٣	١,٢٠ - ١,١٨	,٠٧
٢,٤٨ - ٢,٤٢	,٣٤	١,٢٣ - ١,٢١	,٠٨
٢,٥٥ - ٢,٤٩	,٣٥	١,٢٧ - ١,٢٤	,٠٩
٢,٦٢ - ٢,٥٦	,٣٦	١,٣٠ - ١,٢٨	,١٠
٢,٦٩ - ٢,٦٤	,٣٧	١,٣٣ - ١,٣٠	,١١
٢,٧٩ - ٢,٧٢	,٣٨	١,٣٧ - ١,٣٤	,١٢
٢,٨٧ - ٢,٨٠	,٣٩	١,٤٠ - ١,٣٨	,١٣
٢,٩٦ - ٢,٨٨	,٤٠	١,٤٤ - ١,٤١	,١٤
٣,٠٥ - ٢,٩٧	,٤١	١,٤٨ - ١,٤٥	,١٥
٣,١٤ - ٣,٠٦	,٤٢	١,٥٢ - ١,٤٩	,١٦
٣,٢٤ - ٣,١٥	,٤٣	١,٥٦ - ١,٥٣	,١٧
٣,٣٤ - ٣,٢٥	,٤٤	١,٦٠ - ١,٥٧	,١٨
٣,٤٥ - ٣,٣٥	,٤٥	١,٦٤ - ١,٦١	,١٩
٣,٥٦ - ٣,٤٦	,٤٦	١,٦٩ - ١,٦٥	,٢٠
٣,٦٨ - ٣,٥٧	,٤٧	١,٧٣ - ١,٧٠	,٢١
٣,٨٠ - ٣,٦٩	,٤٨	١,٧٨ - ١,٧٤	,٢٢
٣,٩٢ - ٣,٨١	,٤٩	١,٨٣ - ١,٧٩	,٢٣
٤,٠٦ - ٣,٩٣	,٥٠	١,٨٨ - ١,٨٤	,٢٤
		١,٩٣ - ١,٨٩	,٢٥

(تابع) جدول رقم (۱۱:۶)

آد / ب ج	ر ب	آد / ب ج	ر ب
۱۲,۱۶ - ۱۱,۵۲	,۷۶	۴,۲ - ۴,۰۷	,۵۱
۱۲,۸۹ - ۱۲,۱۷	,۷۷	۴,۳۴ - ۴,۲۱	,۵۲
۱۳,۷۰ - ۱۲,۹۰	,۷۸	۴,۴۹ - ۴,۳۵	,۵۳
۱۴,۵۸ - ۱۳,۷۱	,۷۹	۴,۶۶ - ۴,۵۰	,۵۴
۱۵,۵۷ - ۱۴,۵۹	,۸۰	۴,۸۲ - ۴,۶۷	,۵۵
۱۶,۶۵ - ۱۵,۵۸	,۸۱	۴,۹۹ - ۴,۸۳	,۵۶
۱۷,۸۸ - ۱۶,۶۶	,۸۲	۵,۱۸ - ۵,۰۰	,۵۷
۱۹,۲۸ - ۱۷,۸۹	,۸۳	۵,۳۸ - ۵,۱۹	,۵۸
۲۰,۸۵ - ۱۹,۲۹	,۸۴	۵,۵۹ - ۵,۳۹	,۵۹
۲۲,۶۸ - ۲۰,۸۶	,۸۵	۵,۸۰ - ۵,۶۰	,۶۰
۲۴,۷۶ - ۲۲,۶۹	,۸۶	۶,۰۳ - ۵,۸۱	,۶۱
۲۷,۲۲ - ۲۴,۷۷	,۸۷	۶,۲۸ - ۶,۰۴	,۶۲
۳۰,۰۹ - ۲۷,۲۳	,۸۸	۶,۵۴ - ۶,۲۹	,۶۳
۳۳,۶۰ - ۳۰,۱۰	,۸۹	۶,۸۱ - ۶,۵۵	,۶۴
۳۷,۷۹ - ۳۳,۶۱	,۹۰	۷,۰۰ - ۶,۸۲	,۶۵
۴۳,۰۶ - ۳۷,۸۰	,۹۱	۷,۲۲ - ۷,۰۱	,۶۶
۴۹,۸۲ - ۴۳,۰۷	,۹۲	۷,۷۵ - ۷,۲۳	,۶۷
۵۸,۷۹ - ۴۹,۸۴	,۹۳	۸,۱۱ - ۷,۷۶	,۶۸
۷۰,۹۵ - ۵۸,۸۰	,۹۴	۸,۴۹ - ۸,۱۲	,۶۹
۸۹,۰۱ - ۷۰,۹۶	,۹۵	۸,۹۰ - ۸,۵۰	,۷۰
۱۱۷,۵۴ - ۸۹,۰۲	,۹۶	۹,۳۵ - ۸,۹۱	,۷۱
۱۶۹,۶۷ - ۱۱۷,۵۵	,۹۷	۹,۸۲ - ۹,۳۶	,۷۲
۲۹۳,۱۲ - ۱۶۹,۶۸	,۹۸	۱۰,۳۳ - ۹,۸۳	,۷۳
۹۲۳,۹۷ - ۲۹۳,۱۳	,۹۹	۱۰,۹ - ۱۰,۳۴	,۷۴
... - ۹۲۳,۹۸	۱,۰۰	۱۱,۵۴ - ۱۰,۹۱	,۷۵



وقد يجد الباحث في بعض الحالات أن قيمة أ د أقل من قيمة ب ج وفي هذه الحالة فإننا نستخدم نسبة ب ج / أ د ونستخلص قيمتها من الجدول ، والقاعدة العامة أن تكون القيمة الأكبر سواء أ كانت ب ج أو أ د هي المقام . ويفيد استخدام جدول ديفيدوف وجوهن بشكل أفضل كلما كانت تكرارات المتغير في الفئتين متقاربة حول نسبة ٢٠٪ إلى ٥٠٪ .

غير أنه من الملاحظ أن الخطأ المعياري لمعامل الارتباط الرباعي أكبر دائما من الخطأ المعياري لمعامل ارتباط بيرسون ويقدر واضح ، مما يؤدي إلى اعتباره أقل دقة وأستقراراً . وحتى في الحالات المثالية التي تتوزع فيها تكرارات كل متغير بنسب ٥٠٪ إلى ٥٠٪ في الفئتين فإن الخطأ المعياري لقيمة رب يزيد عن الخطأ المعياري لمعامل بيرسون بنسبة تصل إلى ٥٠٪ .

وعادة ما يفضل استخدام معامل ارتباط فاي نتيجة لجوانب القصور هذه (McNemar, 1975, PP. 200-201) .

### معامل الارتباط الثلاثي لتشييرو<sup>(١)</sup> :

لاحظنا في حالة استخدام معامل فاي أننا نتعامل مع متغيرين ، كل منهما ثنائي التصنيف . غير أنه توجد حالات أخرى نجد فيها أن أحد المتغيرين ثلاثي التصنيف من ذلك الدرجات على بعض اختبارات الشخصية ، والتي يحتمل الهند الواحد فيها بديل للإجابة من بين ثلاثة بدائل مثل نعم ، لا ، غير متأكد أو لا أستطيع الحسم . وفي مثل هذه الحالة لا نستطيع استخدام معامل فاي والذي يعتمد على قسمة ثنائية لكل متغير . ويقدم تشييرو أسلوباً آخرًا لمعالجة هذه الحالة يطلق عليه اسم معامل الارتباط الثلاثي ويتطلب الأمر في هذه الحالة حساب  $\chi^2$  بين المتغيرين ثم تحويل  $\chi^2$  إلى معامل توافق<sup>(٢)</sup> وذلك بالمعادلة الآتية رقم (١١:١١) .

( ١١ : ١١ )

$$رت = \sqrt{\frac{كا^2}{ن + كا^2}}$$

وبعد حساب قيمة رت نقوم بالتعويض للحصول على قيمة معامل الارتباط الثلاثي أو معامل تشييرو بالمعادلة الآتية :

$$رش = \sqrt{\frac{رت^2}{(١ - ل) (١ - م)}} \quad ( ١١ : ١٢ )$$

وحيث رش = معامل تشييرو

رت = معامل التوافق وفقا للمعادلة ( ١١ : ٧ )

ل = عدد بدائل المتغير الأول

م = عدد بدائل المتغير الثاني

فإذا افترضنا أن أحد الباحثين قام باختيار عينة من الأفراد حجمها ١٢٠ فردا وأراد حساب الارتباط بين متغيري « ريف - حضر » ، « متعلم - متوسط التعليم - أمي » وقام في الخطوة الأولى بحساب كا<sup>٢</sup> للجدول ٣ × ٢ وكانت تساوي ٤,٧ فان التعويض في المعادلتين ( ١١ : ١٢ ، ١١ : ١١ ) بالتتابع الآتي يؤدي للحصول على معامل ارتباط تشييرو بين المتغيرين :

أولا : نحسب رت بالتعويض في المعادلة ( ١١ : ١١ ) حيث :

$$رت = \sqrt{\frac{٤,٧}{١٢٠ + ٤,٧}}$$

$$= \sqrt{\frac{٤,٧}{١٢٤,٧}} = ٠,١٩٤ =$$

ثانيا : نعوض فى المعادلة ( ١٢ : ١١ ) لحساب معامل تشييرو .

وحيث :

$$\begin{aligned} \text{ر ش} &= \frac{\sqrt{\frac{2(,194)}{2 \times 1 \sqrt{(.376-1)}}}}{\sqrt{\frac{,376}{1,414 \times ,9624}}} = \\ &= \sqrt{,276} = \\ &= ,166 \end{aligned}$$

ويفضل استخدام معامل ارتباط تشييرو فى هذه الحالات ، وفى الحالات التى يرغب فيها الباحث فى تقدير الارتباط بين ظاهرتين مصنفتين فى فئات بدلا من استخدام كا<sup>٢</sup> فقط .

#### معامل ارتباط الرتب :

يحدث فى كثير من الحالات أن تكون البيانات المتوفرة لدينا عن المتغيرين عبارة عن رتب أو ترتيب الأفراد عليهما ، وليس الدرجات الأصلية التى حصل عليها هؤلاء الأفراد . أو يكون المتغير المستخدم متغيرا رتبيا لم يعبر عنه بتقديرات كمية متصلة ، وفى مثل هذه الحالات نستخدم معامل ارتباط الرتب<sup>(١)</sup> الذى يوفر لنا تقديرا تقريبا للارتباط بين المتغيرين .

ويستخدم معامل ارتباط الرتب إذا كانت لدينا رتب على المتغيرين معا وليس درجات ، وبالطبع يمكننا تحويل أى مجموعة من الدرجات على متغير ما إلى مجموعة من الرتب بأن نرتب هذه الدرجات من أقل درجة إلى أكبر درجة . ويفضل أحيانا استخدام معامل ارتباط الرتب نتيجة لسهولة حسابه وسرعة هذا الحساب .

---

(١) Rank Order Coefficient

ويفترض عند استخدام معامل ارتباط الرتب أن يكون المتغيرين موزعين توزيعاً اعتدالياً، وفي ضوء هذا الافتراض يمكن استخدام هذا المعامل .

وتستخدم المعادلة الآتية رقم (١١:١٣) لحساب معامل ارتباط الرتب  
(Thurstone, 1953, P. 224)

$$r_t = 1 - \frac{\sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (11:13)$$

حيث  $r_t$  = معامل ارتباط الرتب

$n$  = عدد الأفراد

$d$  = الفرق بين رتبتي الفرد على المتغيرين

فإذا افترضنا أننا قمنا باختيار عينة من الأفراد يبلغ عددها ٢٤ فرداً باختبارين يقيس الأول الذكاء و يقيس الثاني المفردات . وأردنا استخدام معامل ارتباط الرتب بدلاً من معامل ارتباط بيرسون ، فإننا نقوم أولاً بتحويل درجات الأفراد إلى رتب ثم نعوض في المعادلة ( ١١ : ١٣ ) من خلال الخطوات الآتية والتي يبينها الجدول الآتي رقم ( ٧ : ١١ ) والذي يمثل العمود الثاني فيه (العمود الأول لمسلسل الأفراد ) درجات الأفراد من ١ إلى ٢٤ على المتغير س ( الذكاء ) ويمثل العمود الثالث درجاتهم على المتغير ص ( المفردات ) .

نقوم في الخطوة الثانية بترتيب درجات هؤلاء الأفراد أو تحويلها إلى رتب فنضع في العمود الرابع ترتيب كل درجة في ضوء درجات المتغير بحيث تكون أصغر درجة هي صاحبة الرتبة ( ١ ) والدرجة الأكبر منها الرتبة ( ٢ ) وهكذا . وبالرجوع إلى الجدول نتبين أن أصغر درجة على المتغير س ( الذكاء ) هي ١٧ وحصل صاحبها على الرتبة ( ١ ) والأكبر منها مباشرة ٣٢ وحصل صاحبها على الرتبة ( ٢ ) . ولاحظ أحياناً تكرار درجة معينة مثال ذلك الدرجة ( ٥٩ )

جدول رقم (١١:٧)  
بيانات حساب معامل ارتباط الرتب

(٧) ٢	(٦) ٢	(٥) رتب ص	(٤) رتب س	(٣) قيم ص	(٢) قيم س	(١) ٢
٤,٠	٢	١٤	١٢	١٨	١٠٤	١
١,٠	١	٨	٩	١٤	٨٣	٢
٥٦,٢٥	٧,٥	١٢,٥	٢٠	١٧	١٥٥	٣
٠,٢٥	٠,٥	٢٠,٥	٢١	٢٣	١٦٥	٤
٤٢,٢٥	٦,٥	١٥,٥	٢٢	١٩	١٨٧	٥
٢٥,٠	٥	٢٣	١٨	٢٥	١٤٧	٦
٩,٠	٣	٥	٢	١٢	٢٢	٧
٧٢,٢٥	٨,٥	١,٥	١٠	١٠	٨٤	٨
١٥٦,٢٥	١٢,٥	١٥,٥	٣	١٩	٢٧	٩
١٢١,٠	١١	١٨	٧	٢١	٦٣	١٠
٢,٢٥	١,٥	١٢,٥	١٤	١٧	١١٧	١١
٩٠,٢٥	٩,٥	٢٠,٥	١١	٢٣	٩٤	١٢
٩,٠	٣	١١	٨	١٦	٧٤	١٣
٢,٢٥	١,٥	٧	٥,٥	١٣	٥٩	١٤
٣٠,٢٥	٥,٥	٩,٥	١٥	١٥	١١٨	١٥
٤,٠	٢	١٨	١٦	٢١	١٣١	١٦
٤,٠	٢	٢٢	٢٤	٢٤	١٩٨	١٧
٦٤,٠	٨	٥	١٣	١٢	١٠٨	١٨
٦,٢٥	٢,٥	٣	٥,٥	١١	٥٩	١٩
٧٢,٢٥	٨,٥	٩,٥	١	١٥	١٧	٢٠
٦,٢٥	٢,٥	١,٥	٤	١٠	٢٩	٢١
٢٥,٠	٥	١٨	٢٣	٢١	١٨٩	٢٢
٢٥,٠	٥	٢٤	١٩	٢٦	١٥٢	٢٣
١٤٤,٠	١٢	٥	١٧	١٢	١٤٦	٢٤

٩٧٢ = ٢, ٣

والتي تلى الدرجة ٢٩ فى مثالنا وما أن الدرجة ٢٩ حصلت على الرتبة ( ٤ ) فلا نستطيع أن نجعل الـ ٥٩ الأولى صاحبة الرتبة ( ٥ ) والـ ( ٥٩ ) الثانية صاحبة الرتبة ( ٦ ) بل نقوم هنا بإعطاء القيمتين وزن واحد متساوى بأن نحصل كل منهما على الرتبة ( ٥,٥ ) بدلا من الرتبتين ٥ ، ٦ . تصبح الرتبة التالية لهما ٧ وهكذا حتى ننتهى من ترتيب قيم المتغير الأول .

نقوم فى الخطوة الثالثة بترتيب قيم المتغير ص ( المفردات ) والتي يمثلها العمود الخامس فى الجدول بالطريقة نفسها بحيث نحصل أصغر قيمة فيه على الرتبة ( ١ ) والقيمة الأكبر على الرتبة ( ٢ ) حتى أكبر قيمة .

نقوم فى الخطوة الرابعة بحساب الفرق بين ترتيب رتبتي كل فرد من أفراد العينة على المتغيرين وذلك للحصول على قيم ف فى المعادلة ، ونضع فى العمود السادس من الجدول الفرق المطلق بين الرتبتين على المتغيرين ، ( أى الفرق دون اعتبار لعلامة السلب أو الإيجاب ) .

نقوم فى الخطوة الأخيرة التي يمثلها العمود السابع بحساب مربعات الفروق من ذلك مثلا أن الفرق بين رتبتي الفرد الأول كان ( ٢ ) ومربعها ( ٤ ) والفرق بين رتبتي الثانى ( ١ ) ومربعها ( ١ ) وهكذا .

نجمع بعد ذلك مجموع مربعات الفروق أى قيم العمود الأخير فى الجدول الذى يساوى ٩٧٢ . وبالتعويض فى المعادلة ( ١٣ : ١١ ) نحصل على القيمة الآتية للارتباط بين المتغيرين :

$$r = 1 - \frac{(6 \times 972)}{24(1 - 576)}$$

$$= 1 - \frac{5832}{13800}$$

$$= 0.577$$

وفى حالة ما إذا كان توزيع المتغيرين اعتدالياً ، وهو افتراض نبدأ به عند حسابنا لمعامل ارتباط الرتب يمكننا تحويل قيمة هذا المعامل إلى معامل ارتباط بيرسون المساوى له وذلك باستخدام المعادلة الآتية رقم ( ١٤ : ١١ ) .

$$r = \frac{\mu^*}{6} \text{ جا } 2 \quad ( ١٤ : ١١ )$$

وحيث  $r$  = معامل ارتباط بيرسون

جا = جيب تمام الزاوية

$$\mu = ٣,١٤١٦$$

$r$  = معامل ارتباط الرتب

وبوضح الجدول الآتى رقم ( ٨ : ١١ ) تعويضاً فى هذه المعادلة لعدد من القيم المختلفة لمعامل ارتباط الرتب وقيم معامل ارتباط بيرسون المناظرة لها .

---

(\*)  $\mu$  أو  $Pi$  قيمة نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أى ٣,١٤١٦ .

جدول رقم (١١،٨)  
قيم رت وقيم ر المناظرة

رت	ر	رت	ر
صفر	صفر	صفر	صفر
,٠٥	,٠٥٢	,٠٥	,٠٥٢
,١٠	,١٠٥	,١٠	,١٠٥
,١٥	,١٥٧	,١٥	,١٥٧
,٢٠	,٢١٠	,٢٠	,٢١٠
,٢٥	,٢٦١	,٢٥	,٢٦١
,٣٠	,٣١٣	,٣٠	,٣١٣
,٣٥	,٣٦٤	,٣٥	,٣٦٤
,٤٠	,٤١٦	,٤٠	,٤١٦
,٤٥	,٤٦٧	,٤٥	,٤٦٧
,٥٠	,٥١٨	,٥٠	,٥١٨

ويتعين ملاحظة أن معامل ارتباط الرتب لا يصلح في حالة العينات كبيرة الحجم وهناك عدد من التحفظات عليه في حالة زيادة حجم العينة عن ١٢ فرداً . وفي مثل هذه الحالات يفضل استخدام معامل ارتباط بيرسون إذا توفرت قيم المتغيرات وليس رتب الأفراد عليها .

معامل الاتساق لكيندال<sup>(١)</sup> kendall

بينما يمكننا استخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان في حساب الارتباط بين ترتيبى الأفراد على متغيرين ، فقد تنشأ حالة نحتاج فيها لحساب الاتساق بين أكثر من ترتيب ( وليس ترتيبين فقط ) ، ويمكننا بالطبع في حالة ما إذا كان لدينا أكثر من ترتيب أن نحسب معامل ارتباط الرتب بين الأول والثانى ، ثم الأول والثالث ثم الأول والرابع ، ونعمود لنحسب المعامل بين الثانى والثالث وهكذا إلى أن

(١) Coefficient of Concordance (W)



نستوفي كل احتمالات العلاقات ثم نحسب متوسط هذه المجموعة من معاملات ارتباط الرتب ، ومثل هذه الطريقة وأن كانت ممكنة ومقبولة ألا أنها لا تمثل مزايا بالإضافة إلى أنها مستهلكة للوقت إذا قورنت بمعامل اتساق كيندال .

ولإيضاح استخدامات معامل اتساق كيندال سنفترض أننا قدمنا عشرة جمل (العينة) إلى خمسة محكمين من أساتذة علم النفس وطلب من كل منهم ترتيب هذه الجمل العشرة من حيث جودة أو صحة قياس كل منها للعصبية ، وبعد الحصول على تقديرات هؤلاء المحكمين الخمسة سنقوم بحساب ما إذا كان هناك ارتباط بين ترتيبهم جميعا لهذه الجمل أم لا . ويوضح الجدول الآتي رقم (٩:١١) طريقة تنظيم البيانات لحساب معامل اتساق كيندال .

كما تبين الخطوات التالية كيفية إجراء الحسابات اللازمة للحصول على هذا المعامل .

#### جدول رقم (٩:١١)

#### البيانات اللازمة لحساب معامل اتساق كيندال

(٥) رقم	(٤) رقم	(٣) مجموع رتب كل جملة	(٢) تقديرات المحكمين					(١) الجملة أو العينة
			(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)	
٢٤٠,٢٥	١٥,٥	١٢	٤	٣	٢	١	٢	١
٣٤٢,٢٥	١٨,٥	٩	٢	٢	١	٣	١	٢
١٥٦,٢٥	١٢,٥	١٥	٣	١	٤	٤	٣	٣
٤٢,٢٥	٦,٥	٢١	١	٥	٥	٥	٥	٤
٦,٢٥	٢,٥	٢٥	٦	٧	٦	٢	٤	٥
٢,٢٥	١,٥	٢٩	٧	٤	٣	٨	٧	٦
١٢,٢٥	٣,٥	٣١	٥	٦	٨	٦	٦	٧
١٣٢,٢٥	١١,٥	٣٩	٩	٨	٧	٧	٨	٨
٣٤٢,٢٥	١٨,٥	٤٦	٨	٩	١٠	١٠	٩	٩
٤٢٠,٢٥	٢٠,٥	٤٨	١٠	١٠	٩	٩	١٠	١٠

$$1696,0 = \Sigma$$

$$270 = \Sigma$$

١ - نضع فى العمود الأول أرقام الجمل العشرة والتي تمثل العينة الخاصة بالدراسة وحيث لكل جملة خمسة رتب وضعها خمسة محكمين مختلفين .

٢ - نقسم العمود الثانى إلى خمس أعمدة نضع فى كل عمود الرتب الخاصة بكل محكم من المحكمين الخمسة .

٣ - نجمع فى العمود الثالث الرتب الخاصة بكل بند أو جملة من ذلك أن الجملة الأولى حصلت على الرتب الآتية لدى المحكمين الخمسة ٢ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ . ومجموع هذه الرتب يساوى ١٢ وهكذا بالنسبة لكل جملة .

٤ - نجمع قيم العمود الثالث ( مجموع رتب كل جملة ) والذي يساوى فى مثالنا ٢٧٥ وحتى نتثبت من صحة هذا المجموع يتعين أن يساوى نتيجة التعويض فى المعادلة الآتية :

$$\sum r = \frac{n(n+1)}{2} \quad (10 : 11)$$

وحيث  $\sum r$  = مجموع الرتب

$m$  = عدد المحكمين

$n$  = حجم العينة

وبالتعويض فى هذه المعادلة للثبوت من صحة جمع العدد الكلى للرتب نجد الآتى :

$$\sum r = \frac{11 \times 10 \times 5}{2}$$

$$= \frac{550}{2}$$

$$= 275$$

٥ - إذا لم يكن هناك أى إتساق بين ترتيب كل محكم وآخر فإننا نتوقع أن يكون مجموع رتب كل جملة غير متساوية مع مجموع رتب الجمل الأخرى ولهذا فإن الخطوة التالية هى أن نحسب متوسط الرتب أى متوسط رتب الصف بأن نقسم مجموع الرتب على مجموع الصفوف ( أى على ن ) فتحصل على القيمة التالية :

$$27,5 = 10 \div 275$$

٦ - نحسب الفرق المطلق ( بدون سلب أو ايجاب ) بين مجموع رتب كل صف ومتوسط رتب الصف من ذلك أن مجموع رتب الصف الأول ١٢ ومتوسط الرتب ٢٧,٥ والفرق ١٥,٥ فنرصده فى العمود الرابع ( ف ) ، ومجموع رتب الصف الثانى ٩ والمتوسط ٢٧,٥ والفرق ١٨,٥ فنرصده أسفل ال ١٥,٥ وهكذا .

٧ - يمثل العمود الأخير مربعات الفروق أى مربع قيم العمود الرابع ، وبعد أن تنتهى من حساب مربعات الفروق نحصل على مجموع مربعات الفروق أى  $\sum F^2$  وبحسب معامل إتساق كيندال بالمعادلة الآتية رقم ( ١٦ : ١١ ) :

$رك = \frac{\sum F^2 - \frac{(\sum F)^2}{n}}{\sum F^2 - \frac{(\sum F)^2}{n}}$
--

حيث رك = معامل كيندال

$\sum F^2$  = مجموع مربعات الفروق عن المتوسط الخاص بالصفوف

م = عدد المحكمين

ن = العينة

وبالتعويض فى المعادلة نحصل على معامل الإتساق الآتى :

$$رك = \frac{1699,5 \times 12}{99 \times 10 \times 25} =$$

$$,82 = \frac{20358}{24750}$$

ويوضح هذا المعامل أن هناك ارتباط أو اتساق مرتفع بين تقديرات المحكمين الخمسة لهذه الجمل العشرة وأن هذا الاتساق يصل إلى ٨٢ .

وتتراوح قيم معامل كيندال بين ١٠٠ وصفر حيث يشير المعامل البالغ ١٠٠ إلى اتساق تام ، ويشير المعامل صفر إلى اختلاف تام بين تقديرات المحكمين (Downie & Health, 1974, P. 120).

### الارتباطات غير المستقيمة :

كانت كل الأساليب الارتباطية التي عرضناها حتى الآن تقوم على افتراض استقامة<sup>(١)</sup> المتغيرات ، وحيث نجد أن العلاقة بين المتغيرين تأخذ اتجاه واحد أو تسير في خط مستقيم سواء كان المتغيران يسيران في نفس الخط المستقيم أو أحدهما عكس الآخر وسواء كانا يتزايدان بنفس الإطراد أو بمعدلات مختلفة غير أن هذا لا يحدث في كل العلاقات ، إذ نجد أحياناً أن العلاقة بين المتغيرين منحنية<sup>(٢)</sup> وليست مستقيمة بمعنى أنه بينما تتزايد قيم المتغير الأولى فإن قيم المتغير الثاني قد تتزايد أيضاً . ولكنها تتوقف عن التزايد عند نقطة معينة ثم تبدأ بعدها في الانخفاض بينما يظل المتغير الأول في تزايد ، وقد لوحظت مثل هذه الظاهرة كثيراً بين عدد من المتغيرات النفسية ، وحيث نعبر عنها إحصائياً باعتبارها ارتباطاً منحنياً وليس مستقيماً . ولا يصلح في مثل هذه الحالة استخدام أى من أساليب الارتباط التي أشرنا لها من قبل للتعبير عن هذه العلاقة المنحنية ، وعندما نستخدم أحد أساليب الارتباط المستقيم لحساب الارتباط بين قيم متغيرين بينهما علاقة منحنية فإن النتيجة التي نخرج بها تكون دائماً تقديراً أقل بكثير من درجة الارتباط الحقيقية بين المتغيرين ، وعندما يكون الارتباط الحقيقي بين المتغيرين مرتفعاً فإن تقديره بمعامل للارتباط المستقيم قد يؤدي إلى ارتباط صفري أو قريب من الصفر .

ولا نستطيع من خلال الفحص العياني للبيانات الخاصة بالمتغيرين أن نكتشف ما إذا كانت البيانات تمثل علاقة منحنية أم لا ، ويصبح الحل الأمثل فى هذه الحالة أن نضع جدول انتشار (١) ، فإذا ظهر البعد عن الإستقامة واضحا فى الجدول أو إذا كانت البيانات فى الجدول تتضمن مجرد إبعاء بعدم الاستقامة ، فعلينا أن لا نستخدم معامل ارتباط بيرسون أو أى معامل آخر مشتق منه أو يستخدم فى تقدير الارتباط المستقيم .

ويصبح معامل الارتباط المناسب فى هذه الحالة هو نسبة الارتباط (٢) أو معامل إيتا (٣) .

### معامل إيتا:

فإذا افترضنا أن أحد الباحثين قام باختيار أفراد عينة مكونة من ٢٠٠ فرد باختبارين لقياس تقدير الذات والعصابية . وبعد حصوله على تقديرات هذين المتغيرين لدى جميع أفراد العينة شك فى أستقامة العلاقة بينهما فقام بتنظيم البيانات فى جدول الانتشار الآتى رقم (١٠:١١) فيمكننا أن نتابع من خلال هذا الجدول خطوات حساب معامل إيتا على الوجه الآتى بدما من طريقة تنظيم البيانات فى جدول الانتشار .

١ - نستخدم المحور الأفقى أو المحور السينى للتعبير عن القيم الخاصة بتقدير الذات والمحور الصادى أو الرأسى للتعبير عن درجات أو قيم العصابية .

٢ - نضع عمود اول على يسار فئات المتغير الرأسى ( العصابية ) نخصصه للأحرفات الفرضية عن متوسط الدرجات ونبدأ من اسفل بالاتحرف صفر ثم نرتفع مع فئات الدرجات ١ ، ٢ ، ٣ حتى ١٦ ( وذلك بدلا من اختيار الفئة المتوسطة

Correlation Ratio (٢)

Scatterplot (١)

Eta Coefficient (٣)

ووضع انحرافات فرضية سلبية ومرجبة ( وذلك بهدف التيسير ونطلق عليه ح ص ١ ) .

٣ - نضع التكرارات الخاصة بدرجات كل فرد على تقدير الذات والعصابية .

٤ - نحسب تكرارات فئات القيم الخاصة بالعصابية ونرصدها فى عمود على الجانب الأيسر من الجدول ونطلق عليه ك أى التكرارات .

٥ - نضيف عمودا جديدا نطلق عليه ك ح ص وقيمة عبارة عن تكرارات كل فئة من فئات المتغير ص ( العصابية ) مضروبة فى الانحراف الفرضى لقيم هذا المتغير ( والتي يمثلها العمود الثانى فى الجدول : ح ص ) .

٦ - نضيف عمود أخير للجدول نطلق عليه ك ( ح ص )<sup>٢</sup> وقيمة تساوى مربعات الانحرافات الفرضية للمتغير ص ( العصابية ) مضروبة فى التكرارات .

٧ - لمجموع بالنسبة للمتغير ص تكرارات كل فئة من فئاته ونرصدها أسفل الجدول تحت كل فئة فى صف جديد .

٨ - نضيف صفا أخيرا أسفل الجدول ونضع فيه الانحرافات الفرضية للمتغير ص ونبدأ بالفئة الأولى ١٥ - ١٩ ونجعل أنحرافها الفرضى صفر والتي تليها ١ والتي تليها ٢ وهكذا .

٩ - الخطوة الأخيرة هى أن نحسب مجموع كل من العمودين : ك ح ص ويساوى ١٦٤٨ ، والعمود ك ( ح ص )<sup>٢</sup> ويساوى ١٥٢٩٨ .

جدول الانتشار رقم (١٠ : ١٦)  
برجات تقدير الذات والعصائية لعيبة من ٢٠٠ مخلص

**المحور ٥ : تقدير الذات**

[illegible]

### خطوات حساب إيتا :

نحسب معامل إيتا في هذا المثال باعتباره جذر نسبة مجموع مربعات «مايين» الأعمدة للمتغير ص إلى المجموع الكلي لمربعات المتغير ص وهو ما تعبر عنه المعادلة الآتية رقم ( ١٧ : ١١ ) :

$$\text{إيتا} = \sqrt{\frac{\sum \text{ص ب}^2}{\sum \text{ص ت}^2}} \quad ( ١٧ : ١١ )$$

حيث إيتا = معامل إيتا بين المتغيرين ص . ص

$\sum \text{ص ب}^2$  = مجموع مربعات مايين أعمدة ص

$\sum \text{ص ت}^2$  = المجموع الكلي لمربعات المتغير ص

وبحسب المجموع الكلي لمربعات ص بالمعادلة الآتية رقم ( ١٨ : ١١ ) والتي تتوفر كل بياناتها في جدول ( ١٠ : ١١ )

$$\sum \text{ص ت}^2 = \sum \text{ك ح ص}^2 - \frac{\sum (\text{ك ص})^2}{\text{ن}} \quad ( ١٨ : ١١ )$$

وبالتعويض في المعادلة ( ١٨ : ١١ ) نحصل على  $\sum \text{ص ت}^2$  كالتالي :

$$\sum \text{ص ت}^2 = \frac{2(1648)}{200} - 10198 =$$

$$13079.02 - 10198 =$$

$$2881.02 =$$



ولحساب مجموع مربعات ما بين أعمدة المتغير من نضع جدولاً جديداً هو  
الجدول ( ١١ : ١١ ) على الوجه الآتي :

جدول رقم (١١:١١)

لحساب مجموع مربعات ما بين (عمدة المتغير من لبيانات جدول (١١:١٠)

(١) الأعمدة	(٢) ك س	(٣) ز س	(٤) ص س	(٥) ص س / ك س
صفر	٩	٤٢	١٧٦٤	١٩٦,٠
١	١٥	٧٣	٥٣٢٩	٣٥٥,٢٧
٢	٢٠	٢٠٢	٤٠٨٠٤	٢٠٤٠,٢٠
٣	٢٣	٢٤٤	٥٩٥٣٦	٢٥٨٨,٥٢
٤	١٨	١٩٦	٣٨٤١٦	٢١٣٤,٢٢
٥	٣٠	٢٧٨	٧٧٢٨٤	٢٥٧٦,١٣
٦	١٨	١٥٩	٢٥٢٨١	١٤٠٤,٥٠
٧	١٥	١٢٣	١٥١٢٩	١٠٠٨,٦٠
٨	٢٤	١٧٣	١٩٩٢٩	١٢٤٧,٠٤
٩	١١	٦٥	٤٢٢٥	٣٠٤,٠٩
١٠	٧	٤٣	١٨٤٩	٢٦٤,١٤
١١	١٠	٥٠	٢٥٠٠	٢٥٠,٠٠
	٢٠٠	١٦٤٨		١٤٣٦٨,٧١

١ - يمثل العمود الأول في هذا الجدول أعمدة الجدول ( ١٠ : ١١ ) وقيمته  
عبارة عن الانحرافات الفرضية للمتغير من « تقدير الذات » والتي نحصل عليها  
من الصف س أسفل جدول ( ١٠ : ١١ ) .

٢ - يمثل العمود الثاني مجموع تكرارات هذه الأعمدة بالترتيب أي قيم الصف  
ك أسفل الجدول ( ١٠ : ١١ ) .

٣ - يتضمن عمود ٣ مجموع انحرافات المتغير ص ( أى ص ) وهى الانحرافات الفرضية للمتغير ص ، وتحسب كالآتى : نبحث بالنسبة لكل صف من صفوف العمود ح ص ( من أعمدة ص بدءاً من أسفل الجدول ( ١٠ : ١١ ) عن قيم ص المتقاطعة معه ، وما أنه يوجد فى العمود الأول ( الفئة ١٥ - ١٩ ) ٩ تكرارات مقابلة للانحرافات الفردية فى العمود ح ص فتضرب كل انحراف من ح ص فى التكرار المقابل له فى نفس الصف فى العمود الأول كالآتى :

$$١ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ١ \text{ فى العمود ص أى } ١ \times ١ = ١$$

$$٢ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٣ \text{ فى العمود ص أى } ٣ \times ٢ = ٦$$

$$١ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٤ \text{ فى العمود ص أى } ٤ \times ١ = ٤$$

$$٢ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٥ \text{ فى العمود ص أى } ٥ \times ٢ = ١٠$$

$$١ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٦ \text{ فى العمود ص أى } ٦ \times ١ = ٦$$

$$١ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٧ \text{ فى العمود ص أى } ٧ \times ١ = ٧$$

$$١ \text{ تكرار مقابل الانحراف } ٨ \text{ فى العمود ص أى } ٨ \times ١ = ٨$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad \text{فيكون مجموع هذه التكرارات} \quad ٤٢ =$$

وبالمثل فى العمود الثانى حيث نجد الآتى :  $٢ \times ٢ + ٢ \times ٣ + ٣ \times ٤ + ٤ \times ٥$  ونرصدها فى عمود ٤ مثال ذلك القيمة الأولى فى عمود ٣ تساوى ٤٢ ومرمىها ٧٣ ومجموعهم  $٩ \times ١ + ٨ \times ١ + ٧ \times ١ + ٦ \times ٢ + ٥ \times ٣$  وهكذا فى باقى أعمدة الجدول .

٤ - نحسب مربع كل قيمة من قيم العمود ٣ ( فى جدول ١١ : ١١ ) ونرصدها فى عمود ٤ مثال ذلك القيمة الأولى فى عمود ٣ تساوى ٤٢ ومرمىها ١٧٦٤ فنرصده فى العمود ٤ .

٥ - نقوم بقسمة كل قيمة من قيم العمود ٤ على تكرارات العمود الخاص بها ، أى على القيمة المناظرة فى العمود ( ٢ ) من جدول ( ١١ : ١١ ) ونرصده النتيجة فى عمود ( ٥ ) ونطلق عليه ( ص )  $٢ / ك$  ص .

مثال ذلك القيمة الأولى في عمود ( ٤ ) = ١٧٦٤ وتكرارها المبين في عمود ( ٢ ) = ٩ فتكون القيمة الخاصة بها في عمود ( ٥ ) = ١٧٦٤ ÷ ٩ = ١٩٦ فنرصدها في هذا العمود الأخير .

نقوم في الخطوة الأخيرة بحساب مجاميع الأعمدة ٢ ، ٣ ، ٥ من جدول (١١:١١) ونرصدها في صف جديد أسفل الجدول .

نحسب الان مجموع مربعات ما بين الأعمدة بالمعادلة الآتية :

$$\sum \text{ص ب}^2 = \frac{\sum (\text{ص}^2)}{ن} - \frac{\text{ص}^2}{ك س} \quad (١١ : ١٩)$$

وجميع رموز المعادلة سبق استخدامها ، وبالتعويض فيما نحصل على مجموع مربعات ما بين الأعمدة كالاتى :

$$\sum \text{ص ب}^2 = \frac{\sum (١٦٤٨)}{٢٠} - \frac{١٤٤٤٠,٥٥}{٢٠}$$

$$= ١٣٥٧٩,٥٢ - ١٤٤٤٠,٥٥$$

$$= ٨٦١,٠٣$$

يمكننا الآن حساب معامل إيتا بين المتغيرين س ، ص أو تقدير الذات والعصابية بالتعويض في المعادلة ( ١٧ : ١١ ) كالاتى :

$$\sqrt{\frac{٨٦١,٠٣}{١٧١٨,٤٨}} = \text{ى}$$

$$= \sqrt{٠,٥٠١}$$

$$= ٠,٧١١$$

وعلينا أن نلاحظ أنه في كل حالات حساب الارتباط بين متغيرين فإن معامل الارتباط الذي نخرج به بين المتغيرين س ، ص هو نفسه معامل الارتباط بين ص ، س . غير أنه في حالة نسبة الارتباط أو معامل إيتا فإن الارتباط بين ص ، س ليس هو نفسه الارتباط بين ص ، س . بما يعنى أننا نستطيع الحصول على معاملى ارتباط وليس معاملا واحدا بين المتغيرين . ويمكننا حساب معامل إيتا بين ص ، س لنفس البيانات بأن نحسب البيانات الخاصة بالمتغير س ( بدلا من ص ) فى المعادلة الآتية رقم (١١:٢٠) والتي تجمع فى صيغة واحدة المعادلات (١٥:١٦ ، ١٧ : ١١ ) لحساب مربع إيتا وحيث يمكن التعويض عن القيم المناظرة للمتغير س المطلوب حساب ارتباطه بالمتغير الآخر .

$$\text{معامل س} = \sqrt{\frac{\sum \text{ص ب}^2}{\sum \text{ص}^2 - (\sum \text{ص})^2 / \text{ن}}}$$

(١١:٢٠)

## تقارير على الفصل الحادى عشر

١ - احسب معامل الارتباط الثنائى الأصيل بين درجات المجموعة الآتية من الطلاب (ن = ٧٥) فردا على اختبار للمتشابهات وبين الثنائى ناهج راسب .

الراسبين	الناجحين	الدرجة على اختبار المتشابهات
٢	٨	١٤
٢	٧	١٣
١	٦	١٢
٤	٤	١١
٥	٢	١٠
٩	٦	٩
٥	٣	٨
٢	٥	٧
٤	صفر	٦

٢ - طبق اختبار للذكاء على عينة من ٢٤٠ مفحوصا وأراد الباحث حساب الارتباط الثنائى الأصيل بين الدرجة الكلية على الاختبار وبين الفشل والنجاح على البند الرابع منه وكانت بياناته كالآتى :

ف	ك ص	ك خ
١١١ - ١٢٠	٢٥	١٣
١٠١ - ١١٠	٢٠	١٦
٩١ - ١٠٠	٢٨	٧
٨١ - ٩٠	٢٤	١٥
٧١ - ٨٠	١٠	١٨
٦١ - ٧٠	٦	١٥
٥١ - ٦٠	٣	٢٠

وحيث ك ص تكرارات النجاح على الهند ، ك خ تكرارات الخطأ

٣ - أحسب الارتباط بين المتغيرين « ذكر - أنثى » . « موافق - غير موافق » والتي يبين الجدول الآتى توزيعهما :

المتغير	موافق	غير موافق
ذكر	٨٤	٢٢
أنثى	٣٨	٣٧

وحول معامل فاي الذى تحصل عليه إلى كا<sup>٢</sup> وحدد مستوى دلالاته .

٤ - صنف مجموعة من الطلاب على متغير الذكاء فى فئتين مرتفعين ومنخفضين وصنفت درجاتهم على اختيار للحساب إلى فرق المتوسط وأقل من المتوسط وبين الجدول الآتى هذا التصنيف :

الحساب		مرتفعين	الذكاء
أعلى من المتوسط	أقل من المتوسط		
٢٤	٦٥		
١٢٠	٣٥	منخفضين	

أحسب معامل الارتباط الرباعي بين المتغيرين موضعاً الفرق بينه وبين معامل فاي وأسباب أستخدم هذا المعامل في هذه الحالة .

٥ - كانت قيمة  $\chi^2$  لجدول  $3 \times 2$  بين بدائل متغيرين تساوي ٨, ١٣ من عينة حجمها ١٠٠ مفحوص احسب معامل ارتباط تشييرو المستخلص من قيمة  $\chi^2$  مبينا خطوات العمل المختلفة .

٦ - حصلت مجموعة من الأفراد على الدرجات الآتية في اختبار للذكاء . ورتب أفراد المجموعة نفسها من حيث مهارتهم في إصابة الهدف ، أحسب معامل الارتباط المناسب بين الذكاء والقدرة على إصابة الهدف .

الترتيب على إصابة الهدف	الدرجة على الذكاء	الترتيب على إصابة الهدف	الدرجة على الذكاء
١٠	١٠٣	٢	١١٦
٣	١١٥	٩	٩٥
١١	١٠٢	٧	١٠٠
٤	١١٠	١	١٢٠
١٢	١٠٥	٦	٩٠
٨	١٠٩	٥	١١٨

٧ - وضع الحالات التي يستخدم فيها معامل إيتا وأهمية هذا المعامل ومدى اختلافه عن معاملات الارتباط الأخرى .





## الفصل الثاني عشر

### الارتباط المتعدد والجزئى والانحدار

تضمن الفصل السابق عرضاً لعدد كبير من أساليب الارتباط المستخدمة فى البحوث النفسية المختلفة وطرق حسابها وطبيعة البيانات التى تستخدم فيها ، بالإضافة إلى إمكانات تفسيرها فى ضوء معناها بالنسبة لمعامل ارتباط بيرسون .

ويتناول هذا الفصل ثلاث مشكلات ارتباطية ذات طابع مختلف ، الأولى هى الارتباط بين متغير واحد على حدة ومجموعة أخرى « مجتمعة » من المتغيرات وهو الأسلوب الذى نطلق عليه اسم الارتباط المتعدد ، والثانية هى الارتباط بين متغيرين فقط مع استبعاد تأثير متغير ثالث له ارتباط بهما معا وحيث يعاد تقدير الارتباط الجزئى بينهما معزولا عن تدخل هذا المتغير الثالث وتتعلم المشكلة الثالثة بأسلوب استخدام معلوماتنا عن الارتباط بين متغيرين فى التنبؤ بدرجة فرد ما على متغير منهما للتنبؤ بدرجته على المتغير الآخر ، وهو ما نتناوله بمعادلات الانحدار .

#### (١) - الارتباط المتعدد (١) :

كما ذكرنا من قبل ، نتناول كل أساليب الارتباط التى عرضناها حتى الآن تقدير العلاقة بين متغيرين كالذكاء والتحصيل ، أو القلق والسرعة ، أو السن والأنبساط وهكذا .

غير أن الباحث قد يحتاج فى حالات متعددة لحساب الارتباط لابين متغير وآخر بل بين متغير ومجموعة أخرى من المتغيرات معا ، أى بين متغير من ناحية ، ومتغيرين أو ثلاثة من ناحية أخرى ، وحيث يكون هناك افتراض ضمنى أن هذين المتغيرين أو الثلاثة معا متداخلين بصورة أو بأخرى أو بينهم نوع من العلاقة أو التأثير أو التفاعل المشترك الذى يجعلنا نحسب ارتباطهم جميعاً كمجموعة بمتغير آخر منفرد .

والصورة البسيطة لمعامل الارتباط المتعدد التى تعرض لها الآن تقوم على حساب الارتباط بين المتغير (أ) والمتغيرين (ب ، ج) معاً . فإذا افترضنا أن المتغير (أ) هو التوافق وأن (ب ، ج) هما الذكاء والشخصية ، فيصبح المطلوب حساب الارتباط بين التوافق من ناحية وهذين المتغيرين معاً أى الذكاء والشخصية، وحيث التوافق هو المتغير رقم (١) والذكاء هو المتغير رقم (٢) والشخصية هى المتغير رقم (٣) .

الخطوة الأولى فى حساب الارتباط المتعدد هى أن نبدأ بحساب معامل الارتباط البسيط « معامل ارتباط بيرسون » بين كل متغير وآخر من متغيراتها وحيث نحصل فى هذه الحالة على ثلاثة معاملات ارتباط ، وبافتراض أن هذه الارتباطات كانت كالآتى :

$$١ - \text{التوافق والذكاء} = ٠,٦٥ \quad (٢, ١)$$

$$٢ - \text{التوافق والشخصية} = ٠,٥٥ \quad (٣, ١)$$

$$٣ - \text{الذكاء والشخصية} = ٠,٧٠ \quad (٣, ٢)$$

بحسب الارتباط بين التوافق وكل من الذكاء والشخصية معاً بالتعريض فى المعادلة الآتية رقم ( ١ : ١٢ ) للارتباط المتعدد

$$(١٢:١) \quad \frac{((٣١,٣ \times ٣١,٣ \times ٣١,٣)٢) - ٣١,٣^٢ + ٣١,٣^٢}{٣٣,٣ - ١} \sqrt{\quad} = ٢٣,١٣$$

وحيث  $٣٣,٣ = ٣١,٣ + ٣١,٣ + ٣١,٣$  معاملات الارتباط البسيطة بين المتغيرات وبالتعريض فى هذه المعادلة نحصل على القيمة الآتية :

$$\frac{((٠,٧٠ \times ٠,٥٥ \times ٠,٦٥)٢) - ٠,٣٠ + ٠,٤٢}{٠,٤٩ - ١} \sqrt{\quad} = ٢٣,١٣$$

$$\frac{٠,٥٠ - ٠,٧٢}{٠,٥١} \sqrt{\quad} =$$

- ٤٣١

- ٦٥٦.

وهذا يكون الارتباط بين التوافق والثباتي و الذكاء والشخصية « يساوي ٦٥٦، وكما هو واضح فإن هذا المعامل أكبر من الارتباط بين التوافق والذكاء وحده أو التوافق والشخصية وحده ، وذلك نتيجة لهذا التفاعل الإيجابي بين المتغيرين معا .

#### ب - الارتباط الجزئي<sup>(١)</sup> :

يمثل الارتباط الجزئي الوجه الآخر للارتباط المتعدد ، فنحن نفترض هنا أن الارتباط بين متغيرين يتأثر إلى حد ما بارتباط كل منهما بمتغير ثالث ، من ذلك مثلا إذا كان لدينا معامل ارتباط بين الشخصية والذكاء حصلت عليه من عينة من الأفراد ، وكان لدينا في الوقت نفسه معامل آخر للارتباط بين الشخصية والتوافق لنفس العينة ، كما حصلنا أيضاً على الارتباط بين الذكاء والتوافق لنفس العينة أيضا ، وأفترضنا أن شخصية الأفراد ترتبط بكل من ذكائهم وتوافقهم معا ، فهل يمكننا أن نحدد معامل الارتباط بين الذكاء والتوافق على حدة ؟ بافتراض أن الشخصية لا تلعب دورها ، أو بمعنى آخر هل نستطيع أن ن عزل دور الشخصية ونحسب الارتباط الجزئي بين التوافق والذكاء ؟ ، يجيب معامل الارتباط الجزئي على هذا السؤال حيث يقدم لنا الارتباط بين متغيرين ، أو إعادة تقدير الارتباط بين متغيرين في ضوء عزل المتغير الثالث المرتبط بهما معا .

فإذا اعتبرنا الشخصية هي المتغير رقم (١) والذكاء هو المتغير رقم (٢) والتوافق هو المتغير رقم (٣) .

وإذا افترضنا أن الارتباط بين كل متغير من متغيراتنا الثلاثة والآخر كالآتي:

---

Partial Correlation (١)

١ - الشخصية والذكاء = ٧٥ , ( ٢ . ١ )

٢ - الشخصية والتوافق = ٥٥ , ( ٣ . ١ )

٣ - الذكاء والتوافق = ٤٩ , ( ٣ . ٢ )

وكما يبدو واضحاً هنا فإن الارتباط مرتفع بين الذكاء والتوافق وهو يبدو بالنسبة لعينه يصل حجمها إلى ٢٠٠ فرد ذو دلالة إحصائية فيما بعد ٠ . . . ١ . فإذا أعدنا تقدير الارتباط الجزئي بين كل من الذكاء والتوافق مع استبعاد تأثير الشخصية باستخدام معادلة الارتباط الجزئي الآتية رقم (١٢:٢) فنحصل على نتيجة مختلفة :

$$(12:2) \quad \frac{r_{12} \times r_{13} - r_{23}}{\sqrt{(r_{12}^2 - 1)(r_{13}^2 - 1)}} = ٠.٣٢٣$$

وحيث  $r_{12} = ٠.٣١٣$  ،  $r_{13} = ٠.٣٣٣$  ،  $r_{23} = ٠.٣٠٠$  = الارتباط البسيط بين المتغيرات ١ ، ٢ ، ٣ ، وبالتعويض في هذه المعادلة نحصل على الآتي :

$$\frac{(0.313 \times 0.333) - 0.300}{\sqrt{(0.313^2 - 1)(0.333^2 - 1)}} = ٠.٣٢٣$$

$$\frac{0.077}{\sqrt{0.44 \times 0.70}} =$$

$$\frac{0.077}{0.55} =$$

$$0.139 =$$

وتظهر هذه النتيجة الفارق الكبير بين الارتباط الذي حصلنا عليه بين المتغيرين على حدة وبين الارتباط في حالة استبعاد تأثير الشخصية ، وتحسب دلالة معامل الارتباط الجزئي بمعادلة التحويل إلى ذ أو من جدول دلالة معاملات الارتباط ، حيث يساوى معامل بيرسون .

## جـ - الانحدار المستقيم (١)

ذكرنا فى الفصل الأول : أن أحد الإسهامات الأساسية التى قدمها جالتون للإحصاء هو مفهوم الانحدار ، والتنبؤ من خلال العلاقة بين متغيرين ، بقيم متغير من الآخر . وذكرنا أنه طبق مفاهيم الانحدار على العلاقة بين طول قامة الأبناء وطول قامة الآباء ، والتى لاحظ من خلالها أن الآباء قصيرى القامة ينجبون أبناء أكثر طولا ، والآباء طويلى القامة ينجبون أبناء أقصر قامة فى اتجاه للانحدار نحو المتوسط .

ويشير مفهوم الانحدار الأهتمام بشكل واسع باعتباره يوفر أسلوبا إحصائيا يساعد على التنبؤ بدرجة فرد ما على اختبار من درجته على اختبار آخر ، طالما يوجد ارتباط محسوب بين الدرجات على الاختبارين ، ومثل هذا الاستخدام أهميته فى علم النفس ، إذا استخدمنا اختباراتنا باعتبارها أدوات ذات قيمة تنبؤية، فإذا كان هناك ارتباط بين الدرجة على اختبار للإستعدادات المدرسية ودرجات التحصيل فى بعض المواد ، فيمكننا أن نحسب توقعاتنا لما سيحصل عليه الأفراد من درجات تحصيلية فى ضوء درجاتهم على اختبار الإستعدادات ، وبالمثل فى المجال التشخيصى والأكلينيكى ، ومجالات العمل المختلفة ، وحيث يكون الإختبار بمثابة المتغير المستقل ، والمحك أو الأداء الخارجى بمثابة المتغير التابع ، ويتطلب حساب أنحدار متغير على آخر ثلاث معلومات إحصائية هامة عرفنا حتى الآن طريقة حسابها وهى الارتباط بين المتغيرين والمتوسط والانحراف المعيارى لكل منهما ، ونبدأ أولا بإيضاح مفهوم معادلة الخط المستقيم .

### معادلة الخط المستقيم (٢)

الصيغة الرياضية لمعادلة الخط المستقيم هى الآتى :

$$( ٣ : ١٢ )$$

$$ص = أ + ب س$$

ونشير به ص ، من إلى المتغيرين المرتبطين ، أما أ ، ب في هذه المعادلة  
 فعبارة عن معاملين يحددان العلاقة بين ص ، س فإذا أردنا فهم دورهما في المعادلة  
 فعلينا أن نعطي لهما قيمة كمية ، وستزدى هذه القيمة لتحديد قيمة أى ص إذا  
 عرفنا س الخاصة بها ، فإذا افترضنا أن  $أ = ٤$  ،  $ب = ٢$  فنستطيع إعادة صياغة  
 المعادلة من جديد لتكون كالآتي  $ص = ٤ + ٢س$  وعلى ذلك فإن أى قيمة من قيم  
 س الآتية ستساوى ص المقابلة لها في ضوء هذين العاملين .

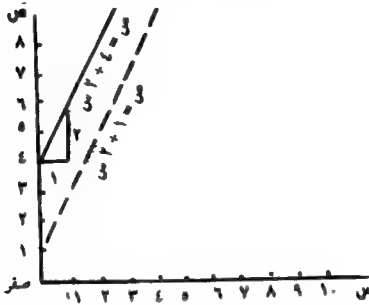
ص	س
٤	صفر
٦	١
٨	٢
١٠	٣
١٤	٥
٢٤	١٠
٤٤	٢٠

مافعلناه هنا هو التعويض عن هاتين القيمتين أ ، ب للحصول على قيمة ص  
 المقابلة لقيم س المعطاة . ففي الحالة الأولى كانت  $س = صفر$  وبالتعويض في  
 المعادلة نجد أن  $ص = صفر = ٤ + ٢ \times ٠$  وفي الحالة الثانية كانت  $س = ١$   
 وبالتعويض نجد أن  $ص = ٦ = ٤ + ٢ \times ١$  وهكذا في حالة  $س = ٢٠$  يؤدي  
 التعويض إلى تقدير قيمة ص وحيث تكون  $٤٤ = ٤ + ٢ \times ٢٠$

ويمكن التعبير عن أى مجموعة أو مجموعات من القيم المناظرة لهذه الحالة في  
 شكل خط مستقيم كالذى يوضحة شكل ( ١ : ١٢ ) ولأن هذا البياني يتطلب  
 لتحديد نقطتين فقط لرسم الخط المستقيم فيمكننا الإستعانة بأى قيمتين من قيم  
 س ، ص في رسم هذا الخط .

### شكل رقم (١٢:١)

خطين مستقيمين لهما نفس الإنحدار



ويمكننا أن نلاحظ من هذا الشكل أن زيادة درجة واحدة على المحور السيني يناظرها زيادة مقدارها درجتين على المحور الصادي . وعلينا أن نلاحظ أن الزيادة بدرجتين على المحور الصادي هي في حقيقة الأمر المعامل الذي أطلقنا عليه اسم ب في معادلة الخط المستقيم رقم ( ٣ : ١٢ ) ويوفر المعامل ( ب ) العلاقة بين القيمة في ص في ضوء القيمة في س ، وهذه النسبة للتغير في أحد المتغيرين إلى التغير في المتغير الآخر يشار إليها عادة باعتبارها ميل أو إنحدار (١) الخط . ويمكننا أيضاً أن نرسم على نفس المحورين في شكل (١٢:١) خطاً آخر له الإنحدار نفسه ( الخط المتقطع ) والذي يميل وفق معادلة الإنحدار الآتية  $ص = ١ + ٢س$  وبما أن له الإنحدار نفسه فنسجد أنه موازي للخط الأول .

ونظرياً يمكن رسم عدد لامتناهى من خطوط الإنحدار التي لها نفس معامل الإنحدار ب بين هذين المحورين .

وقد يكون خط الإنحدار موجبا وهى الحالة التى نجد فيها هذا الخط ممتدا من أسفل المنحنى يسارا إلى أعلى يمينا . وبالمثل يمكننا أن نعبر عن إنحدار سالب بين متغيرين بمعادلة ماثلة كالآتى :  $s = 4 - 0.5 \cdot v$

وبالتعويض بالطريقة نفسها بأى مجموعة من القيم للمتغير  $v$  نحصل على قيم  $s$  المقابلة لها من ذلك .

س	ص
صفر	٤
١	٣.٥
٢	٣
٣	٢.٥
٤	٢
٥	١.٥
٦	١

وتعبر المعادلة بصيغتها هذه عن علاقة سالبة بين  $s$  ،  $v$  . وبالمثل يمكن اختيار أى قيمتين من قيم  $s$  ،  $v$  لرسم خط أنحدار كالذى يبينه شكل رقم ( ٢ : ١٢ ) .



## شكل رقم (١٢:٢)

### خط إنحدار سالب



وبين هذا الخط نسبة تغير س إلى ص والتي تساوى ٠,٥. ويلاحظ أن نقطة التقاء الخط المستقيم بالمحور ص هو المعامل (أ) في المعادلة. وبالرجوع إلى شكل (١٢:١) يتبين أن الخطين المستقيمين يلتقيان بالمحور ص في نقطتين هما ٤ ، ١ وهما القيمتين اللذين أستخدمناهما للتعويض عن (أ) في معادلتى الخط المستقيم اللتين كانتا أساس هذا الشكل ، إذ عوضنا عن (أ) في المعادلة الأولى بـ ٤ وفي الثانية بـ ١. ويطلق على (أ) في معادلة الخط المستقيم أسم « المعامل أ » .

إذا أنتقلنا الآن إلى مجال تحليل الإنحدار<sup>(١)</sup> فنستجد فرقاً محدوداً في صيغة المعادلة الخاصة بالخط المستقيم إذ تصبح كالآتى :

$$(١٢ : ٢)$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

وحيث ص هنا عبارة عن قيمة متوقعة من قيم المتغير ص ، وعادة مالا تكون القيم المتوقعة مساوية للنتيجة التى نحصل عليها من الصيغة العامة التى

عرضناها في المعادلة (١٢:١) ذلك أن القيم المتوقعة قد لا تكون مطابقة بالضبط للقيم الأصلية لـ ص .

وغالبا ما ستكون هذه القيم أقرب لمتوسط ص ، وأكثر قربا لهذا المتوسط من القيم الأصلية الملاحظة التي حسب من خلالها الارتباط بين ص ، ولهذا السبب يطلق على هذه الظاهرة ونتيجة لهذا الميل أسم الانحدار ، وهو هنا إنحدار نحو المتوسط .

#### تحديد قيم أ. ب وخطاء التنبؤ:

يطلق على الفرق بين قيم ص المستخلصة من المعادلة وبين الدرجات الحقيقية الملاحظة أ ص أسم خطأ التنبؤ<sup>(١)</sup> وبعد خط الانحدار أكثر الخطوط التي يمكن رسمها معبرة عن العلاقة بين المتغيرين ص ، ص وحيث يكون مربع أخطاء التنبؤ عندها في أدنى قدر له . فإذا بدأنا من المعادلة (١٢:٢) فنستطيع أن نستخلص منها الصيغة الآتية ( ٣ : ١٢ ) :

$$\begin{aligned} \text{ص}^- &= \text{أ} + \text{ب ص} \\ \text{ص} - \text{ص}^- &= \text{ص} - (\text{أ} + \text{ب ص}) \end{aligned} \quad ( ٣ : ١٢ )$$

وحيث يلاحظ أن الحد الأيمن من المعادلة يمثل خطأ التنبؤ ، فإذا قمنا بتريع هذا الخطأ ثم جمع مربعاته في المعادلة السابقة فسنحصل على الصيغة الآتية ( ٤ : ١٢ ) :

$$\sum (\text{ص} - \text{ص}^-)^2 = \sum [\text{ص} - (\text{أ} + \text{ب ص})]^2 \quad ( ٤ : ١٢ )$$

وتتحدد قيم كل من أ ، ب اللذين يؤديان إلى خفض مجموع مربعات خطأ التقدير إلى أدنى درجاته من خلال حساب التفاضل والتكامل لكل منهما .

وتحسب قيمة ب في معادلة الإلتحار الأساسية بالمعادلة الآتية ( ١٢ : ٥ )

$$ب \text{ ص} = \frac{3 \text{ ص} - [ (3 \text{ ص}) (3 \text{ ص} / 5) ]}{3 \text{ ص}^2 - [ (3 \text{ ص}) (5 / 5) ]} \quad ( ١٢ : ٥ )$$

كما تحسب قيمة المعامل أ بالمعادلة الآتية ( ١٢ : ٦ )

$$أ \text{ ص} = هـ - ( ب \text{ ص} \times ح ) \quad ( ١٢ : ٦ )$$

فإذا افترضنا ، تطبيقا لهذه المجموعة من المعادلات ، أن لدينا اختيارين هما  
س ، ص وأن بياناتهما التي قمنا بحسابها أثناء حساب الارتباط بينهما كانت  
كالآتي :

المتغير ص	المتغير س
3 ص = 111 -	3 ص = 4 -
3 ص <sup>2</sup> = 3827	3 ص <sup>2</sup> = 7004
ص = 96.8	س = 09.9
ع ص = 10.0	ع س = 14.7
3 ص س = 22.9 ، ر = 429 ، ن = 35	

فنبداً في الخطوة الأولى بحساب المعامل ب باستخدام المعادلة (١٢:٥)  
كالآتي :

$$\frac{3 \text{ م ص} - 1 (3 \text{ م}) (3 \text{ ص} / 5)}{3 \text{ م}^2 - 1 (3 \text{ م}) (5 / 5)} = \text{ب م ص}$$

$$\frac{[ 30 / (111 -) (4 -) ] - 22.9}{[ 30 / 2(4 -) ] - 7004} =$$

$$\frac{12.7 - 22.9}{,0 - 7004} =$$

$$\frac{2196,3}{7003,0} =$$

$$,291 =$$

ثم نحدد بعد ذلك المعامل أ بالتعويض في المعادلة ( ٦ : ١٢ ) كالآتي :

$$\text{أ م ص} = 96,8 - 291, (59,9)$$

$$17,4 - 96,8 =$$

$$79,4 =$$

ونستطيع الآن أن نضع قيم المعاملين أ ، ب في معادلة الانحدار ( ٢ : ١٢ )

كالآتي : ص = 79,4 + 29,0 م وبذلك تتحدد معادلة إنحدار ص على م

وبالمثل يمكن أن نحدد إنحدار م على ص .

والآن بافتراض أن لدينا عدد من قيم م ونرغب في التنبؤ بمقابلاتها من قيم

ص فنستطيع التعويض في الصيغة الأخيرة التي خرجنا بها كالآتي :

ص	س
٨٥,٢	٢٠
٩١,٠	٤٠
٩٦,٩	٦٠

ويمكن هنا استخدام معادلة بديلة تختصر المعادلات ( ٢ : ٦٠ ، ٥ : ١٢ ) في معادلة واحدة نعروض فيها من نفس البيانات اللازمة لحساب الانحدار كالتى :

$$\text{ص} = \text{ر} \times \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} + (\text{س} - \text{س}) + \text{ص}$$

( ١٢ : ٧ )

وحيث ع ص ، ع س = الانحرافان المعياريان للمتغيرين ص ، س

س ، ص = المتوسطان للمتغيران س ، ص

ر = معامل الارتباط بينهما

وتتميز هذه المعادلة بسهولة واضحة في طريقة الحساب وخطواتها وهي تؤدي لنفس النتيجة التى تنتهى إليها فى المعادلات السابقة (السيد ، ١٩٧٩ ص ٣٩٩ ، Downie & Heath, 1974, PP.125-135).

## مقارن على الفصل الثاني عشر

١ - كان الارتباط بين القلق والعصابية فى أحد الدراسات = ٠,٦ , وكان الارتباط بين القلق والمخاوف المرضية ٠,٥٤ , والارتباط بين المخاوف المرضية والعصابية ٠,٧ . أحسب الارتباط المتعدد بين القلق من ناحية وكل من العصابية والمخاوف المرضية من ناحية أخرى فى ضوء هذه البيانات .

٢ - أحسب الارتباط الجزئى بين العصابية والمخاوف المرضية من البيانات السابقة مع تثبيت تدخل متغير القلق .

٣ - أحسب القيم الآتية لـ : ص فى كل حالة من الحالات الآتية باستخدام معادلات الخط المستقيم .

١ - س = ٦	أ = ٣	ب = ٣
٢ - س = ٤	أ = ٤	ب = ٣
٣ - س = ٥	أ = ٢	ب = ٤
٤ - س = ٥	أ = ٣	ب = ٥
٥ - س = ٤	أ = ٤	ب = ٧
٦ - س = ٩	أ = ٦	ب = ٧٣

٤ - وضع الحالات المختلفة التى لايجوز فيها استخدام معاملات الارتباط المستقيمة وكيفية اختبار الاستقامة قبل حساب معامل ايتا .

٥ - حصل أحد الباحثين على البيانات الآتية لعينه من الطلاب على متغيرى القلق وسرعة الأداء والمطلوب حساب إذا ما كان الارتباط بينهما مستقيما أم منعنيا مع توضيح خطوات استخدام الأسلوب الارتباطى الذى اخترته وتفسير العلاقة بين المتغيرين :

م	القلق	سرعة الأداء.	م	القلق	سرعة الأداء.
١	١٢	٤٠	١٣	١٤	١٢
٢	١٠	٣٥	١٤	٣٠	١٠
٣	١٣	٥٠	١٥	١٥	٦
٤	١٤	٣١	١٦	١٤	١١
٥	١٦	٤٢	١٧	١٨	١٨
٦	١٧	٣٠	١٨	١٦	٣٠
٧	٨	١٥	١٩	١٧	١٥
٨	٢٠	٦٢	٢٠	١٤	٢٥
٩	١١	٢٤	٢١	١٨	١٨
١٠	٨	١٠	٢٢	١٢	١٤
١١	١٢	١٤	٢٣	١٤	١٣
١٢	٣	٤	٢٤	١٠	٨





## الفصل الثالث عشر

### العينات

إحدى المزايا الهامة للإحصاء هي كفاءته في دراسة الظواهر المختلفة باستخدام عينات<sup>(١)</sup> صغيرة معدودة العدد ، ويوفر استخدام هذه الأعداد الصغيرة بدلا من كل مفردات الظاهرة ، الكثير من الجهد والتفقات والوقت .

وقد عرفنا على امتداد الفصول السابقة طرق حساب المقاييس الاحصائية مثل المتوسط والتباين والانحراف المعياري من العينات . غير أن أهدافنا من استخدام عينات لا تقتصر على مجرد توفير الجهد والتفقات أو دراسة عينة محدودة من الظاهرة . بل تمتد هذه الأهداف لمحاولة الخروج من هذه العينات بحقائق ونتائج لا تصدق بالنسبة لها فقط ، بل تقبل التعميم على المجتمع الخارجي العريض ، أى أننا نرغب هنا في القيام باستدلالات عن مجموعة كبيرة من الأفراد (هم المجتمع) بناء على المعلومات التي نحصل عليها من مجموعة صغيرة من هؤلاء الأفراد (هم العينة) . وبعد هدف القيام بتعميمات عن المجتمع ، بناء على دراسات تستخدم عينات صغيرة معدودة العدد من أهم أهداف الإحصاء الاستدلالي .

لهذا السبب يصبح من الضروري أن نضع في اعتبارنا أن المدى الذي يمكن أن نصل إليه من استدلالاتنا ، وصحة هذه الاستدلالات ، يعتمد في المقام الأول على حسن ودقة تصميم عيناتنا . ويتطلب حسن تصميم العينة عددا من الشروط الموضوعية التي تهدف جميعها أما إلى حسن تمثيل المجتمع الخارجي ، أو افتراض توزيع الظاهرة اعتداليا في مجتمعها الخارجي ، وسحب عينة أو عينات لا تتضمن تحيزاً أو انتخاباً عمدياً لأفراد يقعون تحت مساحة معينة من منحني توزيع الظاهرة، فإذا أمكن الحصول على هذه العينات فإن الاستدلال منها على المجتمع الخارجي موضوع الدراسة يصبح مبرراً منطقياً وإحصائياً في حدود احتمالية معينة .

وهناك العديد من أنواع العينات التى تقبل نتائجها التعميم ، ويتميز أولاً التعرف على أنواع العينات وأسس تصنيفها .

### أنواع العينات :

يمكن تصنيف العينات المختلفة فى فئتين أساسيتين : أما عينة غير احتمالية<sup>(١)</sup> ، أو عينة احتمالية<sup>(٢)</sup> أى تخضع لقوانين الاحتمالات الرياضية ، وبما يعنى أنها تخلو من أى قصد للتحيز<sup>(٣)</sup> ، ولا يمكن الاعتماد على نتائج العينة غير الاحتمالية عند القيام باستدلال عن المجتمع الخارجى ، نتيجة لعدم توفر طريقة مناسبة لتقدير احتمال حصول كل فرد من أفراد المجتمع على فرصة متكافئة ليكون واحداً من أفراد هذه العينة ، أما فى حالة العينة الاحتمالية ، فيتوفر لكل فرد فى أغلب الحالات هذه الفرصة المتكافئة التى قد تتيج له أن يكون من أفراد العينة المختارة .

### ١ - العينات غير الاحتمالية :

يكثر استخدام هذا النوع من العينات نتيجة لاعتبارات كثيرة ، قد يكون أهمها سهولة الحصول عليها ، أو توفرها فى موقف معين ، من ذلك كثرة استخدام طلاب الجامعات كعينات فى الدراسات المختلفة ، وفى البحوث النفسية على وجه الخصوص ، نتيجة لأن الباحثين إما أن يكونوا من أساتذة هذه الجامعات أو من طلاب الدراسات العليا فيها ، وبالمثل يستخدم المدرسون أو الأساتذة فى المدارس والمعاهد المختلفة عينات من طلابهم لبحوثهم . ويطلق على هذا النوع من العينات اسم عينة صدفة<sup>(٤)</sup> أو عينة عرضية إشارة إلى أن أفرادها اشتركوا فيها عرضاً أو نتيجة للصدفة البحتة .

وبالإضافة إلى هذا النوع من العينات غير الاحتمالية توجد العينة الحصصية<sup>(٥)</sup> وفى هذا النوع من العينات يصنف المجتمع إلى فئات معينة عبارة

Probability (٢)

Accidental or Incidental Sample (٤)

Nonprobability (١)

Bias (٣)

Quota Sample (٥)

عن قطاعات هذا المجتمع أو فئاته الفرعية التى يتكون من مجموعها هذا المجتمع ، ثم نحدد نسبة كل فئة من هذه الفئات إلى المجموع الكلى ؛ ونقوم بسحب عينة ممثلة لنسب هذه الفئات فى المجتمع ، عدد من كل فئة حسب نسبتها ، بحيث يمثل المجتمع فى العينة بنسب فئاته .

مثال ذلك إذا أردنا سحب عينة حصرية من بين المهنيين وكانت المهن الموجودة فى المجتمع هى : الأطباء وعشرون ٢٠٪ والمهندسون وعشرون ١٢٪ والمحاسبون وعشرون ١٠٪ والمحامون وعشرون ١٨٪ والصيادلة وعشرون ٢٣٪ والحرفيين وعشرون ١٧٪ فإننا نسحب عينتنا بحيث تكون نسبة الأطباء فيها ٢٠٪ والمهندسون ١٢٪ وهكذا . إذن فالعينة منظرية للمجتمع الأصل من حيث نسب التمثيل أما طريقة سحب هذه النسب فقد لا تتضمن إجراءات تتيج لكل فرد فى كل مهنة الفرصة لأن يختار عضوا فى حصة الأفراد المسحوبين من فئته .

معنى هذا أن سحب هذه النسب من فئات المجتمع لتكوين العينة بهذا الأسلوب غالباً ما يتم بطريقة غير عشوائية ، واحد الأمثلة الأخرى لهذا النوع من العينات غير العشوائية ، غير الاحتمالية . العينات التى نسحب فيها عدداً من الذكور وعدداً من الإناث بنفس نسبتهم فى المجتمع : أو نسحب عينة من طلاب الأقسام المختلفة فى كلية الآداب بنفس نسب أعداد كل قسم من الأقسام للمجموع الكلى لطلاب الكلية .

ويشبه هذا النوع من العينات ، العينة الطبقيّة العشوائية<sup>(١)</sup> ، وهى نوع من العينات الاحتمالية ، فيما عدا أن أفراد العينة الحصصية يسحبون بطريقة غير عشوائية (Selltize, et al., 1959) .

وهناك نوع ثالث من أنواع العينات غير الاحتمالية يعرف باسم العينة الفرضية<sup>(٢)</sup> ، ويقصد به نوع من العينات التى لا يهدف الباحث من ورائها إلى تمثيل المجتمع كله بصورة مناسبة ، بل يهدف إلى دراسة مجموعة معينة من الأفراد

ذرى الخصائص النوعية المحددة ، فيقوم بسحب عينة من أفراد هذه المجموعة النوعية للحصول على استدلالات عن سلوك أفرادها فى فترة تالية من ذلك مثلا الحصول على عينة من فئة الأطباء أو المهندسين أو مؤيدى حزب سياسى معين . وأهم مميزات هذه النوع من العينات هى مناسبتها للفرض المحدد له ، وسهولة سحبه ويسره بالنسبة للباحث بالمقارنة بالعينات الاحتمالية .

### ب - العينات الاحتمالية :

عندما نهدف إلى الحصول على استدلالات عن المجتمع الخارجى ؛ فان نموذج العينة المناسب هو العينة الاحتمالية ، ومثالها الواضح هو العينة العشوائية البسيطة<sup>(١)</sup> ، وهى عينة تتميز بأتاحتها الفرصة لكل فرد من أفراد المجتمع ليكون عضواً فيها ، والمثال الواقعى لهذه الفرصة المتساوية لكل أفراد المجتمع هى عمليات القرعة العسكرية التى تقوم بها سلطات التجنيد فى الجيش ، حيث توضع القواعد المناسبة وتتخذ الإجراءات التى تكفل أمكان اختيار أى فرد دون تمييز بين شخص وآخر ، وهى قواعد وإجراءات تشبه بصورة مبسطة وضعنا أسماء كل مواليد سنة معينة ، هم المطلوب اختيار مجموعة منهم للتجنيد بالقرعة ، فى وعاء كبير ثم تقليب هذا الوعاء تقليباً جيداً ، ثم قيام طفل بسحب عدد من الأوراق المسجل فى كل ورقة منها اسم شخص واحد ، وبالعدد المطلوب تجنيده .

وعندما نتعامل مع العينات الاحتمالية فقط يمكننا أن نعرف شكل التوزيع التكرارى للمقاييس الخاصة بالعينات الإحصائية ؛ مثل المتوسط والانحراف المعيارى وغيره وهى المقاييس الخاصة بالعينات التى تستخلص بواسطة إجراءات سحب موحدة تستخدم بشكل متكرر فى المجتمع وهذه المعلومات هى التى تسمح بالقيام باستدلال من عينة على مجتمعها الأصلى .

وعلينا أن نلاحظ أن العينة العشوائية أو الانتخاب العشوائى<sup>(٢)</sup> هى جوهر مفهوم الاحتمالية وبالتالي أساس الإحصاء الاستدلالى كله . وتصبح العينة

المسحوبة متحيزة إذا لم تتبع إجراءات سحب عشوائية للمفردات ، ويلاحظ أن العشوائية تتطلب أتاحه الفرصة لكل أفراد المجتمع . معنى هذا أننا إذا قمنا بسحب عينة منتظمة لتمثيل المجتمع المصرى كله من السجل المدنى فإن هذه العينة لن تكون عينة احتمالية مناسبة حيث لن تتضمن ألا الأفراد الراشدين ( بأغلبية من الذكور ) . وبالمثل إذا قمنا بسحب عينة عباره عن كل خامس اسم فى دليل التليفونات فستكون العينة غير احتمالية لأنها تمثل فقط فئة من يملكون أجهزة تليفون . وهم فئة محدودة ذات قدرة اقتصادية معينة ، ومن طبقة اجتماعية معينة . والأمر نفسه عندما نسحب عينة من سجلات المرور إذ لن تمثل ألا أصحاب السيارات وهم فئة محدودة من فئات المجتمع ، ورغم إجراءات العشوائية فى كل من هذه الحالات إلا أن هذه الإجراءات لا تمتد لكل بل لبعض أفراد المجتمع ، مما يجعل العينة متحيزة .

وتعد العينة الطبقيه<sup>(١)</sup> نوع من العينات الاحتمالية ، وهى تشبه العينة الحصصية كما سبق أن ذكرنا ، فيما عدا أننا نقوم بإجراء إضافى وهو أننا بعد تحديد النسبة من كل فئة ، أو الحصة النسبية من كل فئة من فئات المجتمع ، نقوم بسحب حصة كل فئة بإجراءات سحب عشوائية تتيح الفرصة لأى مفردة من مفردات كل فئة لأن تكون إحدى أفراد هذه الحصة النسبية .

وعلىنا أن نلاحظ أنه من الممكن سحب عينة عشوائية غير نسبية ( أى لا تمثل نسبة هذه الطبقة أو الفئة إلى المجتمع الكلى ) وبحيث يكون العدد المسحوب من كل فئة عشوائيا ، بغض النظر عن حجم الفئة النسبى ، موحدا ومساويا للعدد المسحوب من كل فئة أخرى ، إلا أننا نقوم بعد ذلك بحساب وزن لكل عينة فرعية يناظر نسبتها إلى الحجم الكلى للمجتمع الذى تمثل إحدى فئاته . ثم نقوم بوضع تقديراتنا للمجتمع الكلى ، أى استدلالنا من العينات الفرعية المجمعة أو المركبة ومن نسبتها الصحيحة بعد حساب اوزانها (Downie & Heath, 1974, P. 156) ويعد هذا النوع من العينات مناسبة فى المجتمعات الفرعية ، مثل مجتمع طلاب

الجامعات ، أو النقابات المهنية ، أو غير ذلك من المجتمعات المحدودة ، أما على المستوى القومى فتصبح هذه الإجراءات مكلفة وشاقة ، وحيث تفضل فى هذه الحالات عينات أخرى نطلق عليها اسم عينات التجمعات<sup>(١)</sup> وفيها ننظر إلى المجتمع باعتباره مكونا من تجمعات متعددة ، بمعنى أن كل تجمع أو طبقة<sup>(٢)</sup> فيه متجانسة<sup>(٣)</sup> داخليا ، أما التجمعات المتعددة فى هذا المجتمع فغير متجانسة<sup>(٤)</sup> فيما بينها .

وبينما نتبع فى حالة العينة الطبقة إجراءات سحب عشوائية للأفراد فى كل طبقة ، فإننا نقوم فى حالة عينات التجمعات بسحب عينات عشوائية من التجمعات، أى أن التجمعات ، وليس الأفراد هى التى تُسحب عشوائيا . وعمليا فإن عينات التجمعات تستخلص عادة مقترنة بالعينة الطبقة أو تُسحب على مراحل أو يتم مزج الطريقتين معا .

وعندما تقوم بعملية جمع بيانات معيارية لتقنين اختبار جديد للذكاء مثلا بهدف الحصول على معايير على المستوى القومى ، فإن الحاجة تبدو ماسة لحسن انتخاب عينة احتمالية تمكثنا من تعميم معاييرنا على المجتمع بأكمله ، ويمكننا أن نقوم فى هذه الحالة بتقسيم المناطق التعليمية إلى طبقات على أساس حجمها ، ثم نختار نماذج من كل طبقة من خلال إجراءات عشوائية ، وفى كل نظام مدرسى مختار نسحب المدارس التى ستدرج فى العينة سحباً عشوائيا ، كما يمكن أيضاً اختيار فصول معينة من كل مدرسة عشوائيا ، وأحيانا نقوم باختيار التلاميذ من كل فصل عشوائيا . ويؤدى هذا الأسلوب من تتابع الانتخاب العشوائى إلى سحب عينة احتمالية جيدة تمثل تغطية شاملة للمناطق التعليمية والمدارس المختلفة ، بالإضافة إلى اقتصادية هذا الأسلوب وانخفاض نفقاته وارتفاع كفاءته من حيث توفيره لعينة ممثلة لمجتمع التلاميذ القومى فى مدى عمرى معين .

Strata (٢)

Heterogeneous (٤)

Cluster Sample (١)

Homogeneous (٣)

وأحد الأساليب المعتادة لسحب العينات العشوائية ، والتي تشبه وضع بطاقات بأسماء كل أفراد المجتمع فى وعاء ، الأسلوب المعروف باسم جداول « الأرقام العشوائية »<sup>(١)</sup> وحيث تتضمن هذه الجداول قوائم من الأرقام التى لا تنتظم وفق قاعدة معينة ، وعندما نرغب مثلاً فى سحب عينة من ٣٠٠ فرد من بين قائمة تتضمن ٨٠٠ اسم هى أسماء طلاب فرقة معينة فى كلية الآداب بهدف تطبيق اختبار على عينة عشوائية من طلاب هذه الكلية ، فإننا نستخدم جداول الأرقام العشوائية ، بأن نبدأ من أية صفحة من صفحاتها ونضع أصبعنا تلقائياً وبدون اختيار معين على أى عمود فى هذه الصفحة ، وعند نقطة معينة فى هذا العمود نبدأ فى التحرك عشوائياً أما فى نفس العمود إلى أسفله أو نفس الصف إلى اليسار أو اليمين ، وقد نجد أن القيمة الأولى هى ٢٢٤ فنختار المفردة رقم ٢٢٤ من قائمة أسماء طلاب هذه الفرقة ، وقد يكون الرقم التالى ١٦ ، فنختار الشخص رقم ١٦ فى القائمة ، وقد يكون الشخص الثالث رقم ٢٩٣ فنختاره ، وهكذا حتى نحصل على العدد المطلوب وهو ٣٠٠ ويلاحظ أنه عند استخدام جداول الأرقام العشوائية قد نلتقى برقم ما مرتين أو ثلاثة فنهمله فى المرة الثانية ، كما يمكن أن نلتقى برقم يفوق العدد الكلى لأرقام القائمة التى نختار منها كأن نجد رقم ٩٠٥ أو ٨٤٦ فى مثالنا فنهمله أيضاً ونأخذ الرقم التالى له أو نبدأ من صفحة جديدة ، وعندما ننتهى من أرقام العمود أو الصف الذى بدأنا به يمكننا أن نأخذ العمود المجاور له أو الصف التالى له أو أن نبدأ من صفحة جديدة بنفس الإجراءات ومن الضرورى فى كل الحالات أن يتثبت الباحث من أن إجراءاته العشوائية سليمة وتتيح فرصة اشتراك أى فرد من أفراد المجتمع فى العينة ، وأن هذه الإجراءات ليست قاصرة على قطاع معين من قطاعات مجتمع الظاهرة . ودون الالتزام بإجراءات العشوائية لاستطيع الحصول على عينات احتمالية يمكن التقدم منها باستدلالات عن المجتمع الخارجى .

## توزيع متوسط العينات (١):

ذكرنا عند تعرفنا على المصطلحات الإحصائية أن القيم المستخلصة من العينات تسمى مقاييس ، بينما تسمى القيم الخاصة بالمجتمع باسم المَعْلَمَات ، فإذا كان من السهل أن نحسب متوسط أى عينة نتيجة لتوفر البيانات الخاصة بها فعلىنا أن نتعرف على الوسيلة المناسبة لتقدير متوسط المجتمع أو المتوسط العَلْمِي ، فإذا قمنا بسحب عدد كبير من العينات من مجتمع معين وكان عدد هذه العينات ٢٠٠ عينة وحسبنا متوسط كل عينة منها ، فيمكننا في ضوء هذا أن نعتبر أن متوسط هذه المتوسطات عباره عن تقدير جيد لمتوسط المجتمع ( أى المتوسط العَلْمِي ) إذ أن هذا الإجراء هو في حقيقة الأمر عملية سحب لعينة عشوائية كبيرة من متوسطات المجتمع .

### ١- الخطأ المعياري للمتوسط :

يقاس تباين توزيع هذه العينة من المتوسطات بالخطأ المعياري للمتوسط (٢) ، ووفقا للمفاهيم الأساسية للتوزيع الاعتدالي للعينات العشوائية نتوقع في هذه الحالة عندما نسحب عددا كبيرا من العينات العشوائية المتساوية الحجم من مجتمع ما ، أن يكون توزيع متوسطات هذه العينات اعتداليا ، وكلما كانت أحجام العينات العشوائية كبيرة كبرا كافياً ، وكلما كان لدينا عدد كبير من العينات في الوقت نفسه ، كلما كان متوسط متوسطات هذه العينات مساويا لمتوسط المجتمع ، وسيكون الانحراف المعياري لمتوسطات هذه العينات أى حول المتوسط العَلْمِي مساويا للانحراف المعياري للمجتمع مقسوما على جذر ن وفق المعادلة الآتية (١٣:١) :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (١٣:١)$$



وبلاحظ أنه إذا كان حجم عينة المتوسطات أى عدد العينات العشوائية المحسوبة أقل من ٣٠ فان توزيع متوسطات العينات لا يأخذ بدقة صورة التوزيع الاعتدالى وخصائص هذا التوزيع التى يعكسها جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى ، بل يتعين فى هذه الحالة استخدام توزيع «ت» للعينات الصغيرة التى تقل عن ٣٠ .

فاذا افترضنا ، كمثال ، أن لدينا مجتمع معين ، وأتأنا نعرف معلماته ، فاذا قمنا بسحب عينات من هذا المجتمع ، فاننا نستطيع صياغة عدد من الاستدلالات الاحتمالية من متوسطات هذه العينات ، مثال ذلك إذا افترضنا أننا نعرف متوسط نسبة ذكاء تلاميذ المدارس الثانوية وأن هذا المتوسط يبلغ ١٠٠ بانحراف معيارى ١٦ ، وإذا افترضنا أننا قمنا بعد ذلك بسحب عينة عشوائية من تلاميذ المدارس الثانوية حجمها ٣٦ تلميذا . فيمكننا فى هذه الحالة الإجابة على التساؤل الاتى فى ضوء ما يتوفر لنا من بيانات معلميه .

ما هو احتمال أن يكون متوسط هذه العينة أكبر أو أصغر من نسبة ذكاء معينة ؟ ويمكن أن يكون سؤالنا أكثر تحديداً كالاتى : ما هو احتمال أن يكون متوسط هذا العينة أقل من نسبة ذكاء ٩٦ مثلاً ؟

وحتى تتمكن من الإجابة على هذا السؤال فاننا نبدأ بحساب الانحراف المعيارى لمتوسط العينات المسحوبة من هذا المجتمع بالمعادلة ( ١ : ١٣ ) التى سبق ذكرها كالاتى :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_{\bar{x}}$$

$$\frac{16}{\sqrt{36}} =$$

$$2.67 =$$

ثم نحسب بعد ذلك الدرجة المعيارية للقيمة المطلوب اختبار احتمالية ظهورها لدى العينة ، أى نحول الـ ٩٦ إلى درجة معيارية فى ضوء المتوسط العلمى والانحراف المعيارى لمتوسطات العينات عن المتوسط العلمى والذي قمنا بحسابه فى الخطوة السابقة ( أى ٢,٦٧ ) فنحصل على الآتى :

$$z = \frac{s - \bar{x}}{\sigma}$$

$$= \frac{100 - 96}{2.67}$$

$$= \frac{4}{2.67}$$

$$= 1.5$$

ومن جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالى نجد أن المساحة الصغرى للدرجة المعيارية ١,٥ تساوى ٠,٦٦٨ ، وبالتالى فإن احتمالية سحب عينة حجمها ٣٦ ذات متوسط ٩٦ أو أقل ، من هذا المجتمع الذى يبلغ متوسطه ١٠٠ لا يزيد عن ٠,٧ ( ٠,٦٦٨ ) بعد تقريبها .

وعادة ما لا يمكن الحصول على الانحراف المعيارى للمتوسط ، والذي يشار إليه باعتباره الخطأ المعيارى للمتوسط من المعادلة السابقة طالما أن الانحراف المعيارى للمجتمع غير معروف ( والذي تعاملنا معه افتراضا باعتباره معروف فى مثالنا السابق ) . ويصبح الحل الأمثل فى هذه الحالة أن نستخدم الانحراف المعيارى للعينة كتقدير للقيمة العلمية المقابلة .

### تصحيح الانحراف المعيارى للعينة من التحيز :

يعتبر الانحراف المعيارى للعينة تقديرا متحيزا للانحراف المعيارى للمجتمع والعلمى ، فإذا افترضنا أننا اخترنا عينة صغيرة ( ن = ١٥ مثلا ) من مجتمع

كبير الحجم ، فان هناك فرصة كبيرة أن أفراد هذه العينة سيأتون من مركز التوزيع أو من المنطقة الكثيفة حول متوسط التوزيع أى من المجموعة الكبرى من الأفراد الذين يقعون حول المتوسط أو مركز التوزيع ، وبالتالي فإن مدى هذه العينة سيكون أقل من مدى المجتمع ، وحيث توجد فى هذا المجتمع حالات متطرفة بنسبة أكبر كثيرا مما يوجد فى هذه العينة المحدودة التى تبلغ ١٥ فردا فقط وسيترتب على هذا المدى المحدود للعينة أن يكون الانحراف المعيارى للعينة أصغر من الانحراف المعيارى للمجتمع ، وكلما كبر حجم العينة فان الفرصة تصبح أكبر لأن تتضمن حالات متطرفة من بين أفراد المجتمع ، بما يؤدي لجعل الانحراف المعيارى للعينة أقرب كثيرا للانحراف المعيارى للمجتمع .

وفى ضوء هذه الاعتبارات يمكن تصحيح الانحراف المعيارى للعينة من هذا التحيز الناتج عن صغر حجمها بالمقارنة بالمجتمع الأسمى ، ونتيجة أيضا لتركز أفرادها حول المتوسط ، واحتمالية عدم وجود حالات متطرفة فيها وذلك باستخدام المعادلة الآتية :

$$(١٣ : ٢) \quad \frac{\sqrt{c_3}}{1-n} \sqrt{N} = c$$

ويمكننا باستخدام هذه المعادلة والتي لا تختلف عن معادلة الانحراف المعيارى للعينة التى سبق دراستها ( ١٣ : ١ ) إلا فى أن مقامها هو ( ١ - ن ) بدلا من ( ن ) فقط . ونتوصل باستخدام هذه المعادلة مباشرة لحساب الخطأ المعيارى للمتوسط وهو ما توضحه المعادلة الآتية :

$$(١٣ : ٣) \quad \frac{\sqrt{c_3}}{(1-n)n} \sqrt{N} = \sigma_x$$

وأن كانت المعادلة الأكثر استخداماً للخطأ المعياري للمتوسط هي المعادلة الآتية :

$$\text{خ}^2 = \frac{\text{ع}}{1 - \text{ن}} \quad (\text{ع} : ١٣)$$

وحيث يؤدي استخدام ( ن - ١ ) في المقام بدلا من (ن) فقط إلى تصحيح الانحراف المعياري في البسط ، فبافتراض أن لدينا عينة ذات انحراف معياري قدره ١٥,٦ ومتوسط ١٠٥ وكانت ن = ١٤٥ فإن الخطأ المعياري لمتوسط هذه العينة وفقا للمعادلة السابقة يكون كالآتي :

$$\begin{aligned} \text{خ}^2 &= \frac{\text{ع}}{1 - \text{ن}} \\ &= \frac{١٥,٦}{\sqrt{١٤٤}} \\ &= \frac{١٥,٦}{١٢} \\ &= ١,٣ \end{aligned}$$

وبوضوح فحصلنا للمعادلة السابقة (ع : ١٣) وجود بعض الخصائص الهامة في الخطأ المعياري من ذلك أنه بقدر كبير حجم العينة بقدر صغر حجم الخطأ المعياري ، ولهذا معناه ودلالته حيث يتعين أن نتوقع دائما أنه كلما كبر حجم العينة كلما كانت النتائج أكثر ثباتا واستقرارا من النتائج المستخلصة من عينات صغيرة ، وحتى نكون أكثر دقة يمكننا أن نقول أن حجم الخطأ المعياري للمتوسط عبارة عن نسبة عكسية لحجم الجذر التربيعي لعدد الحالات في العينة ، ونسبة طردية من الانحراف

المعيارى ، ولعل هذه هى أهم الخصائص التى تميزها من المعادلة السابقة . ونستطيع أن نخرج من هذه النقطة بتعميم مؤداه أن حجم الخطأ المعيارى لأى إحصاء عبارة عن نسبة عكسية من عدد الحالات فى العينة التى حسب منها هذا الإحصاء .

ويوصف متوسط العينات دائما بأنه تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع ، بمعنى أن متوسط أى عينة يمكن أن يكون أكبر أو أقل من متوسط المجتمع ، فإذا أخذنا عددا كبيرا من هذه العينات وحسبنا متوسطها ، فإن النتيجة «متوسط المتوسطات» ستكون تقدير غير متحيز للمجتمع . بمعنى آخر فإن هذه النتيجة لا هى أكثر ولا أقل كثيرا من متوسط المجتمع . وهذا على نقيض ما يحدث فى حالة الانحراف المعيارى للعينة الذى رأينا أنه تقدير متحيز للانحراف المعيارى العلى .

ولأن كل الإحصاءات لها توزيع عينات ، فإن لها بالتالى خطأ معيارى ، وكل خطأ معيارى يعد مؤشرا لمدى ثبات هذه الإحصاءات ، وعندما يكون حجم الخطأ المعيارى صغيرا بالنسبة لوحدة القياس فإن معالجاتنا الإحصائية تميل عندئذ لظهور تباين محدود من عينة لأخرى ، وبالتالى تصبح ثقتنا أكبر فى نتائجنا .

وعلىنا الآن أن نتعرف على الخطأ المعيارى لبقية الإحصاءات المستخدمة فى البحوث النفسية على وجه الخصوص ، لما لذلك من أهمية عرفناها الآن من حيث تدخلها فى تقدير ثقتنا فى نتائجها من عينة لأخرى .

## ٢- الخطأ المعيارى للوسيط :

يحسب الخطأ المعيارى للوسيط بالمعادلة الآتية رقم ( ٥ : ١٣ ) .

$$\text{خ م و} = \frac{١,٢٥٣ ع}{\sqrt{n}} \quad (٥ : ١٣)$$

وحيث خ م و = الخطأ المعيارى للوسيط

ع = الانحراف المعيارى للعينة

ن = حجم العينة

ثابت = ١,٢٥٣

ومقارنة هذه المعادلة بمعادلة الخطأ المعياري للمتوسط سنجد أن الخطأ المعياري للمتوسط يزيد عن الخطأ المعياري للمتوسط بنسبة تصل إلى ٢٥٪ تقريبا ، وعلينا أن نتذكر ماسبق أن عرفناه من أن المتوسط هو أكثر مقاييس التزعة المركزية ثباتا ، وهو ما يعنى بعبارة أخرى أنه صاحب أصغر خطأ معياري بين هذه المقاييس .

٣- الخطأ المعياري للنسبة :

يحسب الخطأ المعياري للنسبة<sup>(١)</sup> بالمعادلة الآتية :

$\text{خ} = \sqrt{\frac{ن \cdot ب}{ن}}$	$(١٣ : ٦)$
---	------------

حيث ن = النسبة

ب = باقى النسبة أو « ١ - ن »

ن = العينة

فاذا حصلنا على نسبة الناجحين فى اختبار معين وكانت هذه النسبة ٧٢, وكان حجم العينة ٦٤ طالبا ، فان الخطأ المعياري يكون كالآتى :

$$\text{خ} = \sqrt{\frac{٧٢ \times ٢٨}{٦٤}}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٠١}{٦٤}}$$
$$= ٠.٥٥$$

(١) Proportion

#### ٤- الخطأ المعياري للنسبة المئوية :

بما أن النسبة المئوية<sup>(١)</sup> عبارة عن مئة ضعف النسبة ، فيمكن فى هذه الحالة إعادة صياغة المعادلة السابقة لتقدير الخطأ المعياري للنسبة المئوية فى ضوء هذه الحقيقة كالآتى :

$$\text{خ م م} = ١٠٠ \sqrt{\frac{\text{م ب}}{\text{ن}}} \quad (١٣ : ٧)$$

وحيث خ م م = الخطأ المعياري للنسبة المئوية

م ب = النسبة المئوية

ب = باقى النسبة

#### ٥- الخطأ المعياري للتكرار<sup>(٢)</sup> :

بما أننا نحصل على النسبة ، بقسمة تكرارها على عدد الحالات أى  $\frac{\text{ك}}{\text{ن}}$  وبإعادة صياغة هذه العلاقة كالآتى ك = م ب ، فيترتب على ذلك أن يصبح الخطأ المعياري للتكرار عبارة عن جذر النسبة مضروباً فى باقى النسبة مضروباً فى حجم العينة أو :

$$\text{خ ك} = \sqrt{\text{ن} (\text{م ب})} \quad (١٣ : ٨)$$

وحيث ن = عدد أفراد العينة

م ب = النسبة

ب = باقى النسبة

Frequency (٢)

Percentage (١)

## تقدير معلمات المجتمع :

وفرت لنا المعالجة الخاصة بالعينات ، وطريقة حساب الخطأ المعياري لمقاييس هذه العينات المقدمة المناسبة التى نستطيع استخدامها لتقدير معلمات المجتمع ، ومن خلال هذه المعالجة يصبح من الميسور التوصل إلى تقديرات استدلالية عن المجتمع الخارجى ، وهو كما ذكرنا أحد الأهداف الرئيسية للإحصاء الاستدلالي والذي نعرف أن هدفه الآخر الهام هو اختبار الفروض .

ولنفترض الان حالة معينة نعرض من خلالها كيفية استخدام المعلومات السابقة والاستفادة منها : حصل باحث نفسى على متوسط لنسبة ذكاء عينة ممثلة (احتمالية) من طلاب المدارس الاعدادية باستخدام اختبار وكسلر المعدل للأطفال Wisc-R وكان حجم العينة مئة وخمسة وأربعون طالبا (  $n = 140$  ) وكان المتوسط  $105$  والانحراف المعياري  $14$  وأراد هذا الباحث أن يتأكد مما إذا كان هذا المتوسط لا يختلف عن متوسط المجتمع ، ويعنى آخر أراد هذا الباحث أن يعرف درجة الثقة فى أن هذا المتوسط يطابق متوسط المجتمع الذى تنتمى اليه عينته .

وبما أن المعلومات السابقة على امتداد هذا الفصل تشير إلى أن المتوسط غالبا ما يكون قيمة غير متحيزة بعكس الحال فى الانحراف المعياري . فسيقوم الباحث فى الخطوة الأولى باستخدام المعادلة (  $4 : 13$  ) لحساب الخطأ المعياري للمتوسط كما يقدر من هذه العينة على الوجه الاتي :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_m &= \frac{s}{\sqrt{n-1}} \\ &= \frac{14}{\sqrt{140-1}} \\ &= \frac{14}{\sqrt{139}} \\ &= 1.17 \end{aligned}$$

وبما أن هذا الخطأ المعياري بمثابة انحراف معياري عن هذا المتوسط وبما أن الانحراف المعياري الواحد سيكون على جانبي المتوسط أى  $m \pm 1.96$  ع فيمكننا



أن نقول في هذه الحالة أن  $1.0 + 1.96 (1.17)$  تمثل مدى ثقتنا في أن هذا المتوسط لا يختلف عن متوسط المجتمع باحتمالية تصل إلى  $95\%$  (حيث  $1.96$  انحراف معياري على الجانبين تحت المنحنى الإعتدالي تحتجز تحتها  $95\%$  من مجتمع الظاهرة\*).

ويعنى هذا بتعبير آخر أننا نستطيع أن نقرر بثقة تصل إلى  $95\%$  أن متوسط المجتمع يتراوح بين  $1.0 + 1.17 \times 1.96 = 1.0 + 2.31 = 3.31$ .

$$1.0 - 1.17 \times 1.96 = 1.0 - 2.31 = -1.31$$

أى بين  $1.0 - 2.31$  ،  $1.0 + 2.31$ .

أى أن هذا الذى خرجنا به لنسبة ذكاء  $1.0$  من هذه العينة يتراوح فى حقيقة الأمر بين  $1.0 - 2.31$  ،  $1.0 + 2.31$  وينسبة ثقة  $95\%$  . واستخدما لدرجة ثقة قدرها  $95\%$  يعنى أننا نقرر أن الصدفة تلعب دوراً مقداره ٥ مرات من كل ١٠٠ مرة فى أن النتيجة خاطئة . ويمكننا بالطبع أن نرفع درجة الثقة إلى  $99\%$  وحيث نستطيع أن نقرر أن متوسط المجتمع لن يخرج عن مدى معين وأن احتمال خروجه عن هذا المدى سيكون نتيجة للصدفة التى لا يمكن توقعها فى أكثر من حالة من ١٠٠ حالة .

(٥) لتوضيح هذه النقطة يتعين تتبع منطقتها فى الخطوات الآتية :

- ١ - الخطأ المعياري للمتوسط هو - كما ذكرنا - انحراف معياري لهذا المتوسط .
- ٢ - لأننا نرغب فى تحديد نسبة ثقة فى مدى هذا المتوسط ، فعلينا أن نختار هذه النسبة ولتكن  $95\%$  بمعنى أننا لن نقبل احتمالية حدوث أكثر من ٥ أخطاء من كل ١٠٠ تقدير لصحة هذا المتوسط .
- ٣ - نحن نعلم أن  $1.96$  من الانحراف المعياري تحت المنحنى الاعتدالي على يسار وبين المتوسط هي المساحة التى تحتجز أسفلها  $95\%$  من الحالات ، وأن انحراف متوسطنا كما حسبناه الآن بمعادلة الخطأ المعياري يبلغ  $1.17$  .
- ٤ - نستطيع أن نقرر الآن أن متوسطنا يتنهب فى  $95\%$  من الحالات بين قيمتين هما : هذا المتوسط -  $1.96$  من خطأ المعياري ، هذا المتوسط نفسه -  $1.96$  من خطأ المعياري  $(1.0 + 1.17)$  من ال  $1.17$  ،  $1.0 - 1.96 (1.17)$  أى :  $1.0 + 1.96 (1.17) = 3.31$  ،  $1.0 - 1.96 (1.17) = -1.31$

### تقاريري على الفصل الثالث عشر

- ١- ماهى الأسباب التى تجعلنا نعتبر متوسط العينة تقديرا غير متحيز لمتوسط المجتمع ، بينما الانحراف المعيارى تقديرا متحيزا .
- ٢- فى أى اتجاه يكون الانحراف المعيارى للعينة متحيزا عن الانحراف المعيارى للمجتمع .
- ٣- حدد أنواع العينات المختلفة وأسس التمييز بينها وميزة كل نوع منها .
- ٤- علل أى من العينات الآتية تعد عينة احتمالية .
  - أ- عينة من ١٠٠ تلميذ سحبت من قائمة تلاميذ الصف الرابع واحد من كل ٥ على الترتيب من قائمة تتكون من ٥٠٠ اسم لدراسة صعوبة امتحان نهاية العام للصف الرابع .
  - ب- عينة من سكان حى الدقى بالجيزة سحبت كالاتى : رب الأسرة فى الطابق الأرضى من كل مسكن لدراسة مشكلات المياه فى عمارات الحى .
  - ج- عينة من العاملين بمصنع للنسيج سحبت من أول ١٠٠ عامل وصلوا للمصنع صباح يوم السبت لدراسة رضاء عمال النسيج بشيرا الخيمة عن عملهم .
  - د- عينة من أمراض الريفيين حددت من خلال فحص واحد من كل أربعة مرضى تردوا على قسم الصدر بالمستشفى المركزى للمحافظة .
  - هـ- حصل باحث على متوسط قدره ٣٤ وانحراف معيارى مقداره ٨ لاختبار المفردات من عينة حجمها ١٠٨ طالبا والمطلوب حساب ما إذا كان هذا المتوسط يختلف عن متوسط المجتمع الذى يبلغ ١١٢ أم لا بدرجة ثقة ٩٥٪ .
  - ٦- بأفتراض أن ٦٥ من بين ١٩٨ شخصا أعلنوا تأييدهم لسياسة الأسكان الجديدة فى استفتاء ، حدد مستوى ثقة ٩٩٪ لنسبة الموافقين فى هذا الاستفتاء .

## الفصل الرابع عشر

### اختبار الفروض

اختبار الفروض جانب هام من جوانب الإحصاء الاستدلالي ، وهو أحد الجوانب التي تكتسب أهمية كبيرة نتيجة لاستخدامها في البحوث المختلفة ، وحيث يقوم الباحث عادة بمحاولة اختبار الفروض التي قامت عليها دراسته ، وبعد أن يكون قد قام بجمع بياناته أو سحب العينات المناسبة للظاهرة موضوع الدراسة .

ويظهر فحصنا لعينة ما من البحوث النفسية الحديثة أن اختبار الفروض يكاد أن يحتل الجزء الأكبر من المعالجات الإحصائية التي يقوم بها الباحث . وعادة ما يقع في إطار هذه الاهتمامات الرغبة في الأجابة على أسئلة مثل : هل عينة معينة مسحوبة من مجتمع معروف المعلومات ؟ أم أنها ليست من هذا المجتمع ولا قشله ؟ أو : هل الفروق بين متوسطي عينتين مجرد تباين راجع للصدفة أم أنها فروق حقيقية ؟ وإذا كانت هذه الفروق حقيقية فهل نتوقع أن تظهر مرة أخرى بين عينات مماثلة ؟

وتخضع كل هذه الأسئلة للاختبار الإحصائي وفق قواعد محددة وبصيغة منهجية نطلق عليها اسم الفرض الصفري<sup>(١)</sup> .

#### الفرض الصفري :

إذا افترضنا أن لدينا مجتمع معروف المعلومات ، وليكن هذا المجتمع هو تلاميذ المدارس بين السادسة والسادسة عشر من العمر ، وأن متوسط نسبة الذكاء العملى لهذا المجتمع كما تقاس باختبار وكسلر تبلغ ١٠٠ . بـأنحراف معيارى ١٥ ، وبافتراض أننا سحبنا عينة عشوائية تبلغ ٤٩ تلميذاً وكان متوسط نسبة ذكائهم على اختبار وكسلر ١٠٦ . فإن السؤال الذى يتطلب اختباراً إحصائياً هنا هو : هل

---

Null Hypothesis (١)

يختلف متوسط هذه العينة ( ١٠٦ ) جوهريا عن متوسط المجتمع معروف  
العلامات (١٠٠) أم أن هذا الفرق الملاحظ عبارة عن تباين متوقع لمتوسط العينات  
المختلفة المسحوبة من المجتمع والتي متوسطها هذا المتوسط المعلى ١ .

تبدأ الإجابة على هذا السؤال بخطوة أولى هى وضع الفرض الصفري  
( ف صفر )<sup>(٢)</sup> وهو أن متوسط العينة لا يختلف جوهريا عن متوسط المجتمع ،  
ويصاغ الفرض الصفري صياغة تنفى وجود هذا الفرق ، ويؤدى الاختبار الإحصائي  
للفرض ، أما إلى تأييد الفرض الخاص بعدم وجود فرق أو برفض هذا الفرض .  
ويصاغ الفرض الصفري فى مثالنا هذا كالآتى : لا يوجد فرق جوهرى بين متوسط  
العينة ومتوسط المجتمع ، كما يصاغ رمزيا بالصورة الآتية : ف صفر م = ١٠٠ .  
وتعنى هذه الصيغة أن متوسط العينة البالغ ١٠٦ عبارة عن عينة عشوائية من  
مجتمع ما متوسطه ١٠٠ . وتأخذ الاختبارات الإحصائية المختلفة صورة هذا  
الفرض الصفري بصفة عامة . ويصاحب كل فرض صفري فرض بديل يأخذ الصيغة  
الآتية : ف ١ : م  $\neq$  ١٠٠ فى مثالنا ، ويعنى هذ الفرض البديل أن متوسط المجتمع  
الذى قمنا بسحب هذه العينة منه ليس ١٠٠ ، أو بصيغة أخرى يمكن القول أن هذه  
العينة ذات المتوسط ١٠٦ مسحوبة من مجتمع آخر مختلف عن هذا المجتمع ،  
تكون متوسطات العينات المسحوبة منه ١٠٠ ، وفى كل الحالات تؤدى نتيجة  
اختبار الفرض الصفري إما إلى قبوله أو رفضه وقبول الفرض البديل ، كما أن  
قبولنا للفرض البديل يتحدد عند مستوى احتمالية معينه أو مستوى ثقة معين ،  
وهى المستويات التى يشار إليها عادة باسم مستويات الدلالة .

#### مستويات الدلالة وانضاط الخطأ :

عندما نحصل على فرق ما بين متوسطى عيتين ، كالفرق بين متوسط عينة  
وأخرى ، أو بين متوسط عينة ومتوسط المجتمع ، وبالمثل عندما نحصل على  
معامل إحصائي آخر كمعاملات الارتباط مثلا يصبح المطلوب بعد ذلك أن نحدد  
مدى ثقتنا فى هذا الفرق أو هذا المعامل ، ويعنى مدى الثقة «احتمالية» تكرار

حصلنا على هذه النتيجة المعينة من عينات أخرى ، وبالطبع فإن السؤال عن احتمالية ظهور الفرق أو الارتباط أو غيره من المعاملات الإحصائية ليس متعلقا بالمعامل العددي الذي نحصل عليه في حد ذاته ، ولكنه يتعلق بالفرق أو الارتباط بين الظاهرتين ، ويوصف هذا المعامل العددي الذي نخرج به تقديرا يخضع لحساب الاحتمالات . وقد عرفنا من قبل أن احتمال حصولنا على الصورة التي تمثل أحد وجهي قطعة عملة من قذف هذه القطعة إلى أعلى وبعد أن تستقر على المائدة هو احتمال مقداره ٥ ، أو احتمال من بين اثنين ، أى ١ : ٢ ، ومن نفس المنطق نحتاج إلى تقدير احتمال ظهور فرق معين بين متوسطي عينتين ، أو معامل ارتباط معين بين متغيرين . وعادة ما يكون من الضروري أن نحدد مستوى الاحتمالية ( أو الثقة ) الذي سنختبر به فروضا ، من ذلك أن نحدد أننا سنقبل الفروق عند مستوى احتمالية يبلغ ٠,٥ ، أو ٠,١ ، مثلا ، ويسمى مستوى الدلالة المقبول في المعالجات الإحصائية باسم مستوى الفألة<sup>(١)</sup> وتستخدم الدرجات المعيارية لعمل اختبارات الدلالة الإحصائية .

وقد سبق أن لاحظنا أن درجة معيارية قدرها ١,٩٦ على كل من يمين ويسار المتوسط تحت المنحنى الاعتدالي تحتجز بعدها ٠,٥ من المساحات الكلية في اتجاه طرفي المنحنى ( أى ٠,٥ من نسبة الحالات تحت المنحنى ) ، كما أن درجة معيارية قدرها ٢,٥٨ على جانبي المتوسط تخرج عن المساحة الكلية ٠,١ فقط ، وعند إجراء آية معالجة إحصائية تؤدي إلى حصولنا على درجة معيارية بين هاتين النقطتين الأخيرتين فإننا نرفض الفرض الصفري عند مستوى ٠,٥ ، ( أى أنه يوجد فرق بين المتوسطين مثلا ، وأنه دال عند مستوى ٠,٥ ) أما إذا كانت الدرجة المعيارية أكبر من ٢,٥٨ فإننا نرفض الفرض الصفري عند مستوى ٠,١ .

فإذا افترضنا أننا في سبيلنا للمقارنة بين متوسطي عينتين ، وإننا حددنا مستوى الفا عند ٠,٥ ، وأننا حصلنا على فرق يساوي درجة معيارية قدرها ٢,٢٤ فعلى أساس ما يتوفر لدينا من معلومات عن خصائص المنحنى الاعتدالي

والمساحات أسفله يمتعين أن نرفض الفرض الصفري عند مستوى ٠.٥ ، طالما أن الدرجة المعيارية التي حصلنا عليها تقع بين ١,٩٦ ، ٢,٥٨ . أما إذا حددنا مستوى الفا عند ٠.١ ، فلن يكون بوسعنا رفض الفرض الصفري طالما أن الفرق يقل عن الدرجة المعيارية ٢,٥٨ .

### الطراز الأول من الخطأ :

يعنى رفض الفرض الصفري عند مستوى ٠.٥ ، أن هناك خمسة احتمالات من بين ١٠٠ احتمال أننا على خطأ فى رفضنا المقولة التي يتضمنها الفرض الصفري . أى أن هناك خمسة احتمالات من بين مئة احتمال أن الفرق بين المتوسطين ناتج فى حقيقة الأمر عن مجرد الصدفة ، وأن هذا الاحتمال قريب للواقع ، ويعرف هذا النوع من الخطأ باسم «الطراز الأول من الخطأ»<sup>(١)</sup> . ويمكن خفض هذا النوع من الخطأ بتحديد مستوى أكبر من الدقة لاختبارتنا الاحصائية كأن نقبل مستوى دلالة (مستوى الفا) عند ٠.١ بدلاً من ٠.٥ ، وحيث يكون هناك احتمال واحد فقط من بين مئة احتمال أن الفرق بين المتوسطين ناتج عن الصدفة وفى هذه الحالة لا بد من الاعتماد على فرق أكبر أو معامل أكبر من ذلك الذى أختبرناه عند مستوى ١,٩٦ درجة معيارية .

### الطراز الثانى من الخطأ :

إذا قبلنا هذا الحل بهدف خفض الطراز الأول من الخطأ ، من خمسة احتمالات إلى احتمال واحد من بين مئة احتمال فانتنا نكون معرضين للوقوع فى «الطراز الثانى من الخطأ»<sup>(٢)</sup> ، والذى يعنى عدم رفض الفرض الصفري حيث يجب رفضه وعلى هذا فبقدر خفض احتمال الوقوع فى الخطأ من النوع الأول بقدر زيادة احتمال وقوعنا فى الخطأ من النوع الثانى . ويفضل أغلب الباحثون - توخياً لأكبر قدر من الحرص - تجنب الطراز الأول من الخطأ ، ويؤدى حرص الباحث على رفض الفروض التي يضعها عند أدنى احتمالية للخطأ إلى تأكيد حذره الشديد عند

تقديم ادعاءات عن نتائج ذات دلالة : ولهذا فمن الأفضل باستمرار أن يحدد الباحث مستوى دلالة نتائجه عند مستوى ثقة ٠.١ ، وليس أقل من ذلك ، على الرغم من أن الجداول الإحصائية تقدم مستويات دلالة عند ٠.٠٥ ، ٠.٠١ ، وهي مستويات لا تقبل عادة في البحوث التجريبية المضبوطة ذات النتائج القابلة لإعادة الاستخلاص من عينات مختلفة (Noether, 1976, P. 82) .

### درجات الحرية :

حتى تكتمل مناقشة المفاهيم الأساسية في مجال اختبار الفروض ، وقبل تناول الأساليب المختلفة لهذا الاختبار يتعين فهم المقصود بدرجات الحرية<sup>(١)</sup> . عندما نحدد مستوى دلالة نتيجة استخلصناها من عينة معينة ، فالتأثير لا نستخدم حجم العينة كله (ن) لتحديد احتمالية هذه النتيجة ، ولكننا نستخدم درجات الحرية لهذه العينة ، ويقصد بدرجات الحرية : حرية الاختلاف أو التباين بين مجموعة معينة من القيم حتى المدى الذي لا يغير من نتيجتها الأصلية أو نتيجتها المحددة ، أو بمعنى آخر ، تشير درجات الحرية إلى عدد من القيم في مجموعة معينة محددة النتيجة يكون لها الحرية في أن تكون ما تكون دون أن يؤثر تغيرها أو اختلافها في النتيجة الخاصة بهذه المجموعة ، مثال ذلك إذا افترضنا أن لدينا ١٠ قيم متوسطها = ٧ فان تسعا من هذه القيم ( أي تسعة ) يمكن أن تكون ما تكون ، ولكن لا حرية للقيمة العاشرة لأن تكون ما تكون إذا استظل محددة القيمة بشكل حتمي حتى يظل متوسط هذه القيم العشرة (٧) . فإذا كانت تسعة من هذه القيم كالآتي : ٤ ، ٨ ، ١١ ، ٥ ، ١٢ ، ٣ ، ١ ، ٤ ، ٢ فالقيمة العاشرة أو الأخيرة تتحدد قهرا لتكون ٢٠ حتى يظل متوسط المجموعة (٧) وقد تختلف هذه القيم التسع أو تكون شيئا آخر ، وهناك حرية في اختلافها وقد تكون كالآتي : ٥ ، ٩ ، ٧ ، ١ - ، ٩ ، ١٣ ، ٨ ، ١٩ ، ١٥ وحتى يظل متوسطها هو هو محددا على أنه (٧) فلا بد ، وبشكل حتمي ، لا حرية فيه أن تكون القيمة الأخيرة (-١٤) وهي مجبرة أن تكون هكذا ليظل متوسط المجموعة كما هو ، بينما بقية

(١) Degrees of Freedom

قيم المجموعة يمكن أن تتغير وتكون ما تكونه . معنى هذا أننا في هذه العينة المكونة من ١٠ قيم لدينا ٩ درجات حرية ، أى أن هناك حرية لكل درجات المجموعة ماعدا واحدة ، أى أن درجات الحرية هنا تساوى  $n - 1$  فإذا افترضنا أننا سحبنا عينة حجمها ٧٦ فردا من تلاميذ المدارس واختبرناهم باختبار للذكاء ، فإننا نبدأ في الخطوة الأولى بحساب متوسط درجاتهم ، ثم نحسب انحراف كل قيمة عن هذا المتوسط ، ثم نحسب الانحراف المعياري للعينة باستخراج الجذر التربيعي لمتوسط هذه الانحرافات ، وبعد حسابنا لهذا المتوسط لمجنب وننقص من عدد القيم قيمة واحدة لتحديد درجات الحرية لهذا المتوسط ولأننا بدأنا بعينة حجمها ٧٦ تلميذا تصبح درجات الحرية لهذا المتوسط ٧٥ أى  $n - 1$  ، وبالمثل عندما يكون لدينا أزواج من القيم ، كما في حالة حساب الارتباط بين متغيرين ، فإن درجات الحرية تساوى عدد الحالات ناقص واحد .

### الفروق بين المتوسطات:

عادة مانضع فروضا تتعلق بخصائص معينة في المجتمع ، وعادة مانفترض أيضاً أن هذه الفروض صحيحة أو صادقة ، ثم نقوم بجمع البيانات التي نستخدمها لتقرير ما إذا كانت النتائج تتسق مع هذه الفروض ولا تختلف عن المدى المتوقع التي تتراوح فيه أخطاء العينات أم لا ، وإذا لم تكن النتائج التي نخرج بها منحرفة بشكل ملحوظ عما نتوقعه من تباين العينات ، فلن يصبح لدينا مبررا للشك في صدق الفروض التي افترضنا مسبقا صحتها . أما إذا كانت النتائج منحرفة أو بعيدة بشكل ملحوظ عما يمكن توقعه بناء على هذه الأسس ( أى مايمكن توقعه من تباين العينات وليس أكثر ) يصبح هناك احتمال قوى أن يكون فرضنا غير صحيح ، وعلينا أن نلاحظ هنا أنه من الأفضل دائما صياغة فروضنا في صيغة فروض صفرية نبدأها بتقرير أنه لا يوجد فرق بين العينة والمجتمع ، أو بين عينة وأخرى .

ويوضح المثال التالي هذا المنطق لافتراض الفروض : صمم باحث تجربة استخدم فيها مجموعة من المرضى بهدف اختبار صحة فرض مؤداه أن الدواء (س) لا يؤدي



إلى زيادة فى تذكر قائمة من الكلمات الصماء . ولأختبار صحة هذا الفرض سحب عينة من المرضى وقدم لهم الدواء بجرعات منتظمة قبل قيامهم بمحاولات حفظ القائمة ، وأصبح السؤال المطروح والمطلوب من النتائج الإجابة عليه هو الاتى : هل يختلف متوسط تذكر أفراد عينة أخرى من المجتمع نفسه لم تعالج بنفس الدواء عن متوسط تذكر هذه العينة . فإذا كان المتوسط الملاحظ يختلف بمقدار لا يمكن أن يعزى لاختلاف العينة فيمكننا أن نستنتج أن الدواء له تأثير ورفض الفرض الصفري . وبعد هذا مثالا لمقارنة متوسط عينة بمتوسط المجتمع ، غير أنه لا يتاح لنا فى أغلب البحوث معرفة متوسط المجتمع ، ولهذا نلجأ إلى استخدام عينتين أو مجموعتين من الأفراد أحدهما تتلقى الدواء والأخرى لاتتلقاه ، نطلق على الأولى اسم العينة التجريبية <sup>(١)</sup> وعلى الثانية اسم العينة الضابطة <sup>(٢)</sup>.

ويصبح الإجراء الإحصائى المطلوب فى هذه الحالة عبارة عن مقارنة بين متوسطى العينتين لتقرير إذا ماكان هذين المتوسطين يبدو أنهما لمجموعتين مسحورتين من مجتمعين لهما نفس المتوسط ، أو بمعنى آخر مسحورتين من نفس المجتمع ، أو بمعنى ثالث أنهما لا يختلفان بعضهما عن البعض إلا فى حدود مايمكن ارجاعه للصدفة وحدها وان الفرق بين متوسطيهما ليس نتيجة اختلاف جوهري يعود إلى أنهما من مجموعتين مختلفتين (Mc Call, 1970, P. 176) .

#### الفرق بين متوسطين غير مترابطين :

بعد حساب دلالة الفرق بين متوسطى عينتين غير مترابطتين ، أو عينتين مستقلتين أحد التطبيقات الأساسية لاختبارات الدلالة الإحصائية ، وتكون العينتين مستقلتين إذا سحبت كل واحدة منهما على حده وبمعزل عن الأخرى ، ولكل منهما مقاييسها المستقلة عن الأخرى ، دون أن يكون فى استطاعتنا تقرير أنهما مسحورتان من مجتمع واحد ، من ذلك أن يكون لدينا عينتين أحدهما تجريبية والأخرى ضابطة ، وقمنا بتدريب أفراد العينة التجريبية على أسلوب حل

المشكلات ، ونود المقارنة بعد ذلك بين العيتين على اختبار لحل المشكلات ، وفي هذه الحالة نستخدم اختبار «ت» بدلا من استخدام الدرجات المعيارية .

اختبار «ت»:

اختبار «ت» أو «ت الطالب»<sup>(١)</sup> اختبار إحصائي لدلالة الفرق بين متوسطي عيتين ، نشرة الإحصائي جوست W.S. Gosset فى مقال وقعه بتوقيع «طالب» ولهذا أصبح هذا الأسلوب معروفا باسم «ت الطالب» أو «اختبار ت» وفى هذا الأسلوب الذى نتعامل به مع العينات الصغيرة نفترض أن مجتمعى العيتين متجانسين<sup>(٢)</sup> أو أن لهما نفس التباين ، وعلى هذا فإن افتراض أى فرق بين تباين هاتين العيتين سيكون فى ضوء فرضنا الأول عبارة عن تباين العيتين وحدهما ، وحتى نحصل بالتالى على تقدير لهذا التباين العام أو المشترك لمجتمعى العيتين نقوم بدمج<sup>(٣)</sup> تباينهما وحساب جذره بالمعادلة الآتية رقم (١٤:١) والتي تؤدى إلى تقدير الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين .

$$\text{خ م} = \sqrt{\frac{{}^2_{٢٢٣} + {}^2_{١٢٣}}{٢ - ٢٠ + ١٠}} \left( \frac{١}{١٠} + \frac{١}{١٠} \right) \quad (١٤:١)$$

وعندما تكون العيتين متساويتين ( أى  $٢٠ = ١٠$  ) يمكننا اختصار المعادلة السابقة إلى الصورة الآتية :

$$\text{خ م} = \sqrt{\frac{{}^2_{٢٢٣} + {}^2_{١٢٣}}{١ - ٠}} \quad (١٤:٢)$$

Homogeneous (٢)

Student's t (١)

Pooling the Variance (٣)

وتصبح قيمة «ت» عبارة عن الفرق بين متوسطى العييتين مقسوما على الخطأ المعيارى لهذا الفرق وهو ما توضحه المعادلة الآتية :

$$t = \frac{24 - 14}{\sqrt{2}} \quad (14 : 3)$$

ويوضح المثال الرقمى التالى الخطوات الحسابية للعمل . بإفتراض أن لدينا عييتين حجمهما على الترتيب ٧ ، ٦ ، وكانت درجات أفراد للميتتين على اختبار للشطب هى ما يوضحه الجدول الآتى رقم ( ١ : ١٤ ) والذي يبين العمودين الأول والثانى فيه درجات أفراد المجموعتين . ويوضح العمودان الثالث والرابع مربع درجة كل فرد فى المجموعتين والمطلوب حساب الفرق بين متوسطى هاتين المجموعتين :

جدول رقم (١:١٤) بيانات

مجموعتين من الأفراد على اختبار الشطب

س <sub>١</sub>	س <sub>٢</sub>	س <sub>١</sub> <sup>٢</sup>	س <sub>٢</sub> <sup>٢</sup>
٢٦	٣٨	٦٧٦	١٤٤٤
٢٤	٢٦	٥٧٦	٦٧٦
١٨	٢٤	٣٢٤	٥٧٦
١٧	٢٤	٢٨٩	٥٧٦
١٨	٣٠	٣٢٤	٩٠٠
٢٠	٢٢	٤٠٠	٤٨٤
١٨		٣٢٤	

علينا أن نقوم بالعمليات الحسابية الأساسية التي يتطلبها التعويض في معادلة الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين ، ومعادلات ، بأن نحسب مجموع قيم كل عينة ومتوسطها ومجموع انحرافاتهما ، وتؤدي هذه العمليات إلى النتائج الآتية:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
$\Sigma x = 141$	$\Sigma x = 164$
$\Sigma x^2 = 20,14$	$\Sigma x^2 = 27,33$
$\Sigma x = 2913$	$\Sigma x^2 = 4656$
$\Sigma x = 73$	$\Sigma x^2 = 173$
$n = 7$	$n = 6$

وقد حسبنا هنا  $\Sigma x$  لكل متغير بالمعادلة الآتية :

$$\Sigma x = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$$

وكانت نتيجتها بالنسبة للمجموعة الأولى ( $x_1$ ) كالآتي :

$$\Sigma x = \frac{(\Sigma x^2)}{n} - 2913 = 73$$

ونتيجتها بالنسبة للمجموعة الثانية ( $x_2$ ) كالآتي :

$$\Sigma x = \frac{(\Sigma x^2)}{n} - 4656 = 173$$

(\*) لاحظ أن جذر  $\frac{\Sigma C}{n}$  هو الانحراف المعياري ويمكن بالطبع حسابه بأكثر من معادلة .

وبالتعويض فى المعادلة رقم ( ٢ : ١٤ ) الخاصة بالخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين نحصل على قيمة  $\bar{X}$  م كالآتى :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \frac{173 + 73}{2 - 6 + 7}} = \bar{X}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \frac{246}{11}} =$$

$$\sqrt{(0.30526) 22.3636} =$$

$$\sqrt{6.82219} =$$

$$2.63 =$$

نقوم بعد ذلك بحساب قيمة  $t$  بالتعويض فى المعادلة رقم (٣:١٤) كالآتى :

$$t = \frac{22 - 12}{\bar{X}}$$

$$t = \frac{27.33 - 20.14}{2.63} = \frac{7.19}{2.63}$$

$$= 2.73$$

وبما أننا نستطيع أن نطرح أى المتوسطين من الآخر لحساب الفرق بينهما لا يصبح لعلامة السلب هنا قيمة فى هذه النتيجة ، وتقرأ قيمة  $t$  على أنها ٢,٧٣ وبالرجوع إلى جداول  $t$  بالملحق ( جدول ز ) نتيين أن هذه القيمة دالة فيما بعد ٥ . أى أن هناك فرق جوهري بين المجموعتين .

### الفرق بين متوسطين مترابطين :

عرفنا طريقة حساب الفرق بين متوسطين مستقلين أو غير مترابطين . غير أننا نتعامل أحيانا مع متوسطات مترابطة ، ويؤدى الإرتباط بين المتوسطين فى مجموعتى الدرجات إلى زيادة واضحة فى حجم الخطأ المعيارى للفرق بينهما ، وفى هذه الحالة فإن المعادلة الأساسية التى استخدمناها لحساب الخطأ المعيارى بين متوسطين غير مترابطين ستؤدى إلى خفض متحيز فى قيمة ت ، ونص معادلة حساب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين هو :

$$(*) \text{ ح م} = \sqrt{{}_1\text{ح}^2 + {}_2\text{ح}^2} \quad (١٤ : ٤)$$

ويتطلب الامر فى هذه الحالة إضافة فقرة جديدة لها تضع فى الإعتبار حجم الارتباط القائم بين مجموعتى الدرجات المستخدمة للمقارنة بين المجموعتين لخفض الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين\*\* فى ضوء هذا الحجم من الارتباط لتصبح كالآتى :

$$(*) \text{ ح م} = \sqrt{{}_1\text{ح}^2 + {}_2\text{ح}^2 - ٢({}_1\text{ح})({}_2\text{ح})} \quad (١٤ : ٥)$$

وهو ما يعنى أن المعادلة الأولى رقم ( ١٤ : ٢ ) ماهى إلا حالة خاصة من المعادلة الاعم ( ١٤ : ٥ ) وهى ناتجة عن الحالة التى تكون فيها نتيجة هذه الإضافة فى المعادلة العامة تساوى صفر ( أى نتيجة ٢ر (ح<sub>١</sub>) (ح<sub>٢</sub>) = صفر) بسبب الإستقلال بين المتوسطين . ومن الواضح أن خطوات حساب معامل ارتباط

(\*) لاحظ أن هذه المعادلة ماهى إلا صيغة أخرى للمعادلة ( ١٤ : ٢ ) .

(\*\*) وبالتالي زيادة قيمة ت .

يبرسون بين قيم المجموعتين ستكون عملية إضافية وطريقة التعريض في هذه المعادلة ، يمكننا أن نستخدم بدلا منها طريقة مختلفة تؤدي إلى نفس النتيجة ، وتبين خطوات هذه الطريقة مطبقة على بيانات الجدول رقم ( ٢ : ١٤ ) .

جدول رقم (٢: ١٤)

يبين أزواج القيم في مجموعتين مترابطتين من الدرجات

س <sub>١</sub>	س <sub>٢</sub>	ف	ف <sup>٢</sup>
١٠	١٢	٢	٤
٦	٩	٣	٩
١٥	١٨	٣	٩
٨	١١	٣	٩
٨	١٠	٢	٤
١٥	١٩	٤	١٦
١٤	١١	٣-	٩
١٣	٨	٥-	٢٥
١٠	١٣	٣	٩
١٢	١٠	٢-	٤
١١١	١٢١	١٠ = (١٠ - ٢٠ +)	٩٨

ونفترض في هذا المثال أن لدينا مجموعتين من الدرجات المترابطة عددها ١٠ أزواج أطلقنا على المجموعة الأولى (س<sub>١</sub>) والمجموعة الثانية (س<sub>٢</sub>) وروصدنا هذه البيانات في عمودين بالجدول ونبدأ بالخطوات الآتية :

١ - نضيف إلى الجدول عمودين الأول ف والثاني ف<sup>٢</sup> . في العمود الأول نحسب الفرق بين قيم العمودين وذلك بأن نطرح كل قيمة من قيم العمود الأول من

مقابلتها في العمود الثاني ( أو العكس ) وسنجد أن بعض الفروق موجبة وبعضها سالبا . وفي العمود الثاني نضع مربعات الفروق ونجمعها .

٢- نجمع جبريا فروق العمود الثالث ونرصدها أسفلها وعلينا أن نلاحظ ضرورة جمع القيم الموجبة معا ، والسالبة معا ، ثم نطرح السالبة من الموجبة للحصول على المجموع الكلى ، ثم نقسم هذا المجموع على عدد الحالات للحصول على متوسط الفروق وهو في مثالنا  $\frac{10}{1} = 10$  . ونلاحظ هنا أن متوسط الفرق يساوى الفرق بين المتوسطين ( وحيث متوسط المجموعة الأولى ١١,١ والثانية ١٢,١ ) .

٣ - نحسب الخطأ المعياري لمتوسط الفرق في الخطوة التالية ، ونحسب قيمة ت بالطريقة المعتادة ، وسنحتاج هنا لمجموع مربعات الفرق والذي قمنا بحسابه في العمود الرابع من الجدول لحساب الخطأ المعياري . فنحسب أولا مجموع مربعات الانحرافات  $\sum x^2$  بالمعادلة الآتية :

$$\frac{\sum (f \cdot x^2)}{n} - \bar{x}^2 = \sum x^2$$

$$\frac{(210)}{1} - 11^2 =$$

$$88 =$$

والانحراف المعياري للفرق بالمعادلة الآتية :

$$\sqrt{\frac{\sum f \cdot x^2}{n} - \bar{x}^2} =$$

$$\sqrt{\frac{88}{1} - 11^2} =$$

$$2,96 =$$



٥- نحسب الخطأ المعياري لتوسط الانحرافات بالمعادلة الآتية :

$$\begin{aligned} \frac{\frac{e}{\sqrt{1-n}}}{\sqrt{\frac{2.96}{1}}} &= x \\ &= \\ &= .987 \end{aligned}$$

٦- نحسب قيمة ت والتي تساوى  $\frac{\text{متوسط الفرق}}{\text{الخطأ المعياري لتوسط الفرق}}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{.987} &= \\ &= 1.01 \end{aligned}$$

وبما أن لدينا ١٠ أزواج من القيم ( ن = ١٠ هنا ) فإن درجات الحرية = ٩ = ١٠ - ١ .

وبالرجوع لجدول (ت) بالملحق نجد أن قيمة ت عند درجات حرية ٩ لمستوى دلالة ٠.١ ، تساوى ٣,٢٥ فنستخلص من هذا أن الفرق غير دال حيث قيمة ت المحسوبة أقل من قيمة ت الجدولية ( وبالمثل غير دالة عند مستوى ٠.٥ ، حيث قيمة ت الجدولية عند هذا المستوى = ٢,٢٦٢ ) .

وعلىنا ملاحظة أهمية استخدام المعادلة المناسبة عند حساب ت ، إذا أن استخدام معادلة المتوسطات المترابطة ، إذا كانت المتوسطات غير مترابطة في الواقع ، يؤدي إلى خفض في تقديرنا للخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين ، ويؤدي هذا الخفض إلى قسمة الفرق بين المتوسطين على قيمة أقل من مما يجب وحصولنا على زيادة مبالغ فيها لقيمة «ت» بما يوحي بوجود فرق بين المتوسطين عندما لا يوجد

هذا الفرق أو عندما يكون أقل من ذلك فى الحقيقة ، وبالمثل فإن من يستخدم معادلة للبيانات غير المترابطة لبيانات مترابطة ، إنما يستخدم فى الحقيقة معادلة أكثر تشدداً وصرامة لبياناته (Downie & Heath, 1974, PP. 177-187) .

ويلاحظ إمكان استخدام طرق أخرى للوصول إلى دلالة الفرق بين متوسطى مجموعتين إذ يستخدم اختبار «ف» أو تحليل التباين لاختبار الفرق بين مجموعتين مستقلين ، وهو يتميز عن اختبار «ت» بميزة إضافية هى قدرته على اختبار الفرق بين أكثر من مجموعتين ، أى أنه أكثر عمومية وشمولاً من اختبار «ت» ورغم ذلك فإن اختبار «ت» أوسع انتشاراً واستخداماً . وكما عرفنا أن اختبار ت عبارة عن تطبيق جيد للدرجات المعيارية وتوزيع ز وعلينا أن نعرف العلاقة بين «ت» و «ف» ، وهذه العلاقة تتمثل فى أن  $T^2 = F$  فى حالة المجموعتين (وبالطبع ستكون ت =  $\sqrt{F}$ ) .

وعندما نكون فى موقف نستخدم فيه تحليل التباين بين مجموعتين ، فبمجرد حصولنا على قيمة ف ما علينا إلا أن نحسب جذرها التربيعى للحصول على قيمة ت بين متوسطى المجموعتين (Young & Veldam, 1977, PP. 246) .

ويلاحظ أيضاً أن جداول نسبة دلالة «ت» تشير إلى تماثل بين حجم دلالة «ت» عند ٠.٠١ ، ٠.٠٥ ، وحجم دلالة الدرجات المعيارية فى حالة العينات الكبيرة ، أما إذا صغرت العينات إلى أن تصل إلى درجات حرية ٦٠ فإن قيمة ت عند مستوى ٠.١ تصبح ٢,٦٦ وعند ٠.٠٥ تصبح ٢ ، وباستمرار صغر العينات يوجد هذا الفرق الملحوظ بين قيم «ت» وقيم «ز» . ولأن «ت» تعرف بنفس الطريقة التى تعرف بها قيمة «ز» أى أنها عبارة عن انحراف مقسوم على الانحراف المعيارى ، والفرق بين المتوسطين هو الانحراف والخطأ المعيارى لهذا الفرق هو الانحراف المعيارى ، يترتب على ذلك أنه ليس أسلوب الحساب الذى نقوم به هو الذى يتعين تعديله عندما نستخدم عينات صغيرة ، بل التفسير الذى نفسر به نتائجنا هو الذى يحتاج إلى هذا التعديل ، ويرجع ذلك أساساً لعدم اعتدالية توزيع ت فى حالة العينات الصغيرة (Dowine & Heath, 1974, P. 170) .

### اختبار دلالة الفرق بين النسب:

أحيانا ما نجد فى بحوثنا النفسية أننا نتعامل مع توزيعات ثنائية على بند معين فى اختبار ما ، حيث تكون الإجابة عليه بنعم أو لا ، ولا يتوافر لدينا فى هذه الحالة حساب متوسطات أو انحرافات معيارية ، ورغم ذلك فإننا نحتاج لحساب دلالة الفرق بين نسب الأفراد الذين أجابوا بنعم مثلا فى عيتين مستقلتين على بند فى اختبار ، أو دلالة الفرق بين نسبة الإجابة بنعم على بنديين فى اختبارين مختلفين بين أفراد نفس العينة ، أى أننا هنا أيضا نواجه حالات دلالة فروق بين نسبتي لبيانات غير مترابطة أو مترابطة (Yeomans, 1976 (2), P. 94) .

### دلالة الفرق بين نسبتي\* غير مترابطتين:

إذا افترضنا كمثال لهذه الحالة أن لدينا استجابات مجموعتين مستقلتين من الأفراد : مجموعة من الذكور وأخرى من الإناث على بند فى مقياس للاتجاهات يتناول الاتجاه نحو عمل المرأة وكان حجم عينة الذكور ٩٠ فرداً وكان حجم عينة الإناث ٨٠ وكانت نتيجة الإجابة على هذا البند موافقة من ٣٠ من الذكور على مبدأ عمل المرأة ، وموافقة من ٥٥ من الإناث على هذا المبدأ ، ونود اختبار دلالة الفرق بين نسبتي من وافقوا على هذا البند فى المجموعتين .

تبدأ الخطوة الأولى من معادلة الخطأ المعيارى للنسبة ونصها :

$$ع = \frac{ن \times ب}{ن} \sqrt{\frac{ن \times ب}{ن}} \quad (١٣ : ٦)$$

حيث  $ن$  = النسبة

$ب$  = باقى النسبة ( أى ١٠٠ -  $ن$  )

(\*) أو نسبتي مترابتي .

غير أن هذه المعادلة محدودة الاستخدام إذ أن توزيع عينة النسب لا يشبه توزيع المجتمع الأصلي في أغلب الأحوال ، ولأن مجموع النسب لا يزيد أبداً عن ١٠٠ فيترتب على ذلك أن زيادة النسبة في أى من الاتجاهين يؤدي لعدم إمكان توزيع النسبة اعتدالياً ، ولا يقترب شكل التوزيع من الإعتدالية إلا عندما تقترب النسبة وقيمتها من ٥٠ ، وكلما كبر حجم العينات كانت النهاية الفجائية لأى من ذيلى المنحنى قليلة الأهمية لأن توزيع العينة يصبح شديد الضيق . غير أننا إذا بدأنا بمعادلة الخطأ المعياري للنسبة فسنجد أن اختبار الدلالة بين نسبتين غير مترابطتين سيأخذ الصورة الآتية :

$$z = \frac{p_2 - p_1}{\sqrt{p_1 q_1 + p_2 q_2}} \quad (١٤ : ٦)$$

ويمكن تبسيط مقام المعادلة ليصبح :

$$\sqrt{p_1 q_1 + p_2 q_2} = \sqrt{p_1 q_1 + p_2 q_2}$$

$$\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} =$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في حالة العينات الكبيرة ، وعندما تكون النسب متقاربة ( غير متطرفة ) وإن كان يجب عدم استخدامها عندما تكون العينات صغيرة والنسب كبيرة أو صغيرة للغاية ، وعند استخدام هذه المعادلة تستخدم النسبتين المستقلتين  $n_1$  ،  $n_2$  منفصلتين بوصفهما تقديراً للنسبة في المجتمع ، ومن الأفضل استخدام إحصاء آخر للنسبة كتقدير لمعاملات المجتمع ، ومع ذلك فبدمج النسبة في العينتين نحصل على تقدير أفضل للنسبة المعلمية والتي تساوى:

$$\frac{١٣١٨ + ١٣٢٨}{٢٨ + ١٨} = ٨$$

$$\frac{٢٣ + ١٣}{٣٨ + ١٨} = ٨$$

ويشار إلى هذه الصيغة باعتبارها توفر متوسطا موزونا للنسب أو على أنها متوسط للنسب في المجتمعين .

وبالتعويض في هذه المعادلة الأخيرة من بيانات مثالنا نحصل على الآتى :

$$\frac{٨٥ + ٢٠}{٨٠ + ٩٠} = ٨$$

$$\frac{٨٥}{١٧٠} =$$

$$٠.٥ =$$

ثم نحسب الخطأ المعياري للنسبتين ( باعتبارهما نسبتي العييتين وليس نسبتي المجتمع ) :

$$\sqrt{\frac{٢٨}{١٨} + \frac{١٣}{١٨}} = ع٢$$

$$\sqrt{\frac{٢٨}{١٨} + \frac{١٣}{١٨}} =$$

$$\sqrt{\left( \frac{١}{١٨} + \frac{١}{١٨} \right) ٢٨} =$$

وبالتعويض فى هذه الصيغة الأخيرة نحصل على الخطأ المعيارى للنسبة

$$ع = \sqrt{(\frac{1}{8.} + \frac{1}{9.}) (.5) (.5)}$$

$$= \sqrt{(.2361)}$$

$$= \sqrt{.09.25}$$

$$= .768$$

وفى الخطوة الأخيرة نحسب نسبة من أجاو بنعم فى كل عينة وهى لدى

$$\text{الذكور } \frac{3.}{9.} = .333 \text{ ، ولدى الإناث } \frac{55}{85} = .647$$

وبحسب الفرق أو ت للنسبة طبقا للمعادلة الآتية ( ٧ : ١٤ )

$$( ٧ : ١٤ )$$

$$ت = \frac{١. - ٢.}{ع}$$

وبالتعويض نحصل على الآتى :

$$ت = \frac{.333 - .647}{.768}$$

$$= \frac{.314}{.768}$$

$$= .409$$

وبما أن هذه النسبة تتجاوز ٢,٥٨ أى قيمة ت عند مستوى دلالة ٠,١ ،  
فيمكننا أن نرفض الفرض الصفرى . أى نستخلص أنه يوجد فرق جوهري فيما بعد  
٠,١ بين التجاهى المجموعتين نحو عمل المرأة .

### دلالة الفرق بين نسبتي مترابطتين :

قد يكون لدينا موقف مختلف ، يتضمن عينة واحدة فقط نود المقارنة بين إجابة أفرادها على متغيرين ، فتكون النسبتين مترابطتين لحصولنا عليهما من نفس العينة ، فإذا كانت لدينا عينة مكونة من ١٢٠ مفحوصا ولدينا إجابة أفراد هذه العينة على بندين مختلفين فتبدأ بتصنيف وترتيب البيانات في جدول رباعي كالآتي :

#### جدول رقم (٣ : ١٤)

#### إجابة مجموعة من الأفراد على بندين مختلفين

بند رقم (٢)				بند رقم (١)
	نعم	لا		
٨٠	(ب) ٤٧	(أ) ٣٣	نعم	
٤٠	(د) ١٥	(ج) ٢٥	لا	
١٢٠	٦٢	٥٨		

بحيث نأخذ إجابتي كل فرد من أفراد العينة على حده ونضع تكرارها على البندين في الجدول ، وبافتراض أن الفرد الأول أجاب بنعم على البند الأول والثاني فنرصد علامة ماثلة في الخلية (ب) في الجدول ، وإذا أجاب الفرد الثاني بنعم على البند الأول ولا على للبند الثاني فنرصد العلامة الماثلة في الخلية (أ) وهكذا ثم نلخص هذه العلامات الماثلة ونرصدها في صورة رقمية كما يظهرها الجدول السابق ، وعلينا أن نلاحظ أن الخليتين ب ، ج يمثلان عدد الأفراد الذين أجابوا في نفس الاتجاه على البندين ، ففي الخلية ب عدد الذين أجابوا بنعم على البندين وفي الخلية ج عدد الذين أجابوا بلا على البندين ، أما الخليتين أ ، د فيوضحان عدد الذين أجابوا بطريقة مختلفة على كل بند والاختلاف الأساسي بين النسبة في حالة

البيانات المترابطة عن حالة البيانات غير المترابطة لمجده فى معادلة الخطأ المعيارى فقط حيث تصبح بالصيغة الآتية :

$$ع\text{ نه} = \sqrt{\frac{ع^2(ع+د) - (ع\text{ نه})^2}{ع+د}} \quad (ع\text{ نه} : د) \quad (ع\text{ نه} : د)$$

ويمكن تجنب حساب الإرتباط بين النسبتين وفقا للمعادلة السابقة والذي يتضمن جهداً إضافياً بأن نقوم باستخدام المعادلة الآتية (McNimar, 1957, P. 101) والتي تعتمد على بيانات الجدول السابق وطريقة إعداده .

$$ز = \sqrt{\frac{ع(د-أ)}{ع+د}} \quad (ع\text{ نه} : د)$$

وبالتعويض نحصل على ت نه أو ذ على الوجه الآتى :

$$ز = \sqrt{\frac{ع(د-أ)}{ع+د}}$$

$$= \sqrt{\frac{ع(د-أ)}{ع+د}}$$

$$= \sqrt{\frac{ع(د-أ)}{ع+د}}$$

$$= 2.6$$

وبما أن هذه القيمة تزيد عن 2.58 فيكون الفرق دالا عند مستوى 0.1 ، أى أننا نرفض الفرض الصفرى .



## تأريخ على الفصل الرابع عشر

١- فيما يلي درجات مجموعتين من الأفراد على اختبار للطلاقة اللفظية .

م : ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٦

ص : ٥ ، ١٢ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ١٤

(أ) اختبار الفرض ف :  $\mu_1 = \mu_2$

(ب) اختبار الفرض ف :  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

٢- حصلت على القيم الاتية الخاصة بعينتين :

$\mu_1 = 12,8$  ،  $\mu_2 = 16,9$  ،  $\sigma_1^2 = 11$  ،  $\sigma_2^2 = 9$  ،  $\sigma_1 = 3,1$  ،  $\sigma_2 = 3$

٣- وافترض الاستقلال بين هاتين العينتين : أحسب قيمة ت ودالاتها .

٣- حصلت مجموعة من الأفراد على الدرجات الاتية على اختبار لدرجة

التعصب ضد الملونين ثم بعد عرض فيلم ضد التعصب أعيد القياس وكانت الدرجات قبل وبعد الفيلم كالآتي :

م : ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٤ ، ٢٢ ، ٢٠ ، ١٨ ، ١٠ ، ٨ ، ٢٠

ص : ٢٤ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٢ ، ١٨ ، ٢٤

ضع الفرض المناسب لهذه الدراسة واختبره ووضح كيفية الوصول إلى النتيجة ودالاتها .

٤- حصلت مجموعة من ٣٠ مريضاً على برنامج علاجي للقلق واختبر

أفرادها قبل وبعد البرنامج وكانت بياناتهم كالآتي :

قبل العلاج      بعد العلاج

$\mu = 70$        $\mu = 67$

$\sigma = 6$        $\sigma = 5,8$

$n = 30$        $n = 30$

وكان معامل الارتباط قبل وبعد العلاج لبياناتهم ٨٢ ، احسب قيمة ت لهذه البيانات .

٥- أجاب ٣٢ طالبا من مجموعة عددها ٤٠ طالبا ، ١٨ طالبا من مجموعة عددها ٥٠ طالبا بنعم على بند فى اختبار للاجهايات . اختبر صحة إذا ماكانت إجابات هاتين المجموعتين تختلف جوهرياً أم لا .

٦- من بين طلاب السنة الثانية قسم على النفس ، تبين أن ٣٢ طالبا من مجموع الذكور البالغ عددهم ١٢٨ ، ٦٠ طالبة من مجموع الاناث البالغ عددهم ١٧٠ . يميلون لحل تمارين الاحصاء وليس الاجابة على الاسئلة النظرية هل توجد فروق جنسية بين المجموعتين فى هذا الميل ، اختبر هذا الفرض بالأسلوب المناسب .

٧ - البيانات الآتية عبارة عن إجابات ١٠٠ طالب على بندين فى اختبار .

البند الأول	البند الثانى	
٧٨	٦٨	صواب
٢٢	٣٢	خطأ

(أ) اختبر إذا ماكان هناك فرق جوهري فى الإجابة على البندين .

## الفصل الخامس عشر

### إختبار كا<sup>٢</sup>

كثيراً ما نتعامل مع بيانات بعض الظواهر دون معرفة بمتوسطاتها أو انحرافات المعيارية أو تبايناتها ، وأحياناً ما نفتقد خصائص هذه التلخيص الاحصائي في بعض الظواهر حيث لا نعرف عن مقدراتها قياساً معينة ، بل كل ما يتوفر لنا هو تكرارات هذه المفردات في فئات . فإذا ألقينا زهرة النرد مثلاً على مائدة مئة مرة فسنحصل على تكرارات مختلفة لكل وجه من وجوهها الستة ، وقد نلخص النتيجة بالصورة المبينة في الجدول الآتي رقم ( ١ : ١٥ ) :

جدول رقم ( ١ : ١٥ )

يبين الفئات والتكرارات لـ ١٠٠ رمية لزهرة النرد

التكرار	الفئة
١٥	١
١٧	٢
٢٠	٣
١١	٤
١٤	٥
٢٣	٦
١٠٠ =	Σ ك

وقد يشير لدينا هذا التوزيع التكرارى أكثر من سؤال إحصائى يقوم على فروض معينة ويتطلب اختصاراً ، من ذلك مثلاً : هل يتفق هذا التوزيع التكرارى مع خصائص التوزيع الاعتدالى ، ونسب التوزيع تحت المنحنى الاعتدالى ؟ هل

هناك انتظام فى هذا التوزيع يتفق مع ما نتوقعه نتيجة تساوى احتمالية ظهور كل وجه من وجوه زهرة النرد ؟ ، وهل عدم الانتظام الملاحظ مجرد نتيجة للصدفة ؟ هل يتفق هذا التوزيع التكرارى مع توزيع حصل عليه زميل آخر يلقى نفس العدد من الرميات لزهرة النرد أو يلقى عدداً آخر ؟ .

تقع الاجابات على كل هذه الأسئلة فى نطاق الأسلوب الإحصائى المستخدم فى اختبار الفروض والذى نطلق عليه اسم « كا<sup>٢</sup> »<sup>(١١)</sup> والذى يتعامل مع توزيعات تكرارية للظواهر .

وعلينا أن نلاحظ أننا نقوم فى بعض الأحيان ، وأثناء اجراءنا لمعالجات إحصائية معينة بتلخيص للفئات التكرارية الكثيرة المتوقعة فى فئتين فقط ، كأن نلخص بيانات الطلاب فى امتحان نهاية العام لا فى فئات : ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، ضعيف ، ضعيف جداً ، بل فى فئتين فقط هما فئة الناجحون وفئة الراسبين ، غير أن التلخيص كثيراً ما يؤدي إلى اهمال بعض التفاصيل الهامة ، إذ أن استخدامنا لفئتين ناجح وراسب فقط يترتب عليه أن كل فئة منهما ستتضمن أفراد متفاوتين تفاوتاً كبيراً فى مستوى ادائهم ، ومع ذلك فقد قمنا بوضعهم جميعاً فى فئتين فقط . وتزيد كل هذه الاعتبارات من حاجتنا لأسلوب « كا<sup>٢</sup> » الإحصائى لتحليل هذه البيانات الموزعة فى فئات متعددة بين أفرادها فروقاً مميزة بدلاً من الاكتفاء بتصنيف كل الأفراد فى فئتين فقط .

فاذا افترضنا مثلاً أن اخصائياً نفسياً أكلينيكيًا لاحظ أنه رغم تحديد حجم وعدد جرعات دوائية معينة يحصل عليها أفراد مجموعة من المرضى الصرعيين تحت العلاج ، إلا أن التقارير اليومية التى تقدمها هيئة التمريض توضح وجود زيادة فى عدد النوبات الصرعية الخطيرة فى بعض أيام الأسبوع ، ولأن زيادة هذه النوبات تتعلق بكفاءة وعدد الجرعات اليومية . فقد طرح سؤال هام هو : هل يمكن بأحداث تعديلات معينة فى عدد الجرعات الدوائية الوصول إلى خفض عدد النوبات الخطيرة ، وقد أعيدت صياغة هذا السؤال إحصائياً حتى يمكن اختباره فى ضوء البيانات المتوفرة ليصبح كالآتى :

---

(١١) Chi Square أو  $X^2$

هل الفروق فى عدد النوبات بين يوم وآخر على امتداد الأسبوع فروق راجعة للصدفة وحدها أم هى فروق جوهرية وبالتالي تتطلب تعديلا فى نظام الجرعات ؟ .

وبفحص سجلات آخر ١٧٥ نوبة تعرض لها أفراد العينة وتصنيفها على امتداد أيام الأسبوع التى حدثت فيها أمكن الخروج بالجدول الآتى رقم (١٥:٢) .

جدول رقم (١٥:٢)

توزيع النوبات الصرعية على أيام الأسبوع

عدد النوبات	أيام الأسبوع
٢٠	السبت
١٥	الأحد
٢١	الاثنين
٢٠	الثلاثاء
٢٧	الأربعاء
٣٥	الخميس
٣٧	الجمعة
١٧٥ =	مجموع

سنفترض الآن أننا قمنا بمقارنة التكرارات الحقيقية (الملاحظة بالفعل كما يمثلها الجدول السابق) بالتكرارات النظرية (أى التكرارات المتوقعة) فى ضوء افتراض أنه مالم يتدخل عامل خارجى (قد يكون حجم الجرعة، أو عامل ما لا يحدث نتيجة لمجرد الصدفة) فإن النوبات ستتوزع بالتساوى على امتداد أيام الأسبوع ، فإذا تبين أن هناك اتفاقا معقولا بين التكرارات الملاحظة<sup>(١)</sup> (الحقيقية) والتكرارات المتوقعة<sup>(٢)</sup> (النظرية) فسيمنى ذلك أنه لا داعى لأحداث تعديلات معينة فى عدد الجرعات أو حجمها . لأنه يمكن تفسير الفروق فى هذه الحالة بأنها راجعة للصدفة وحدها .

Expected (٢)

Observed (١)

أما إذا كان هناك عدم اتفاق واضح بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة فلا بد من تعديلات مناسبة فى عدد وحجم الجرعات لخفض العدد الكلى للنوبات .

ونستطيع وضع تخمين حول نظام حدوث النوبات المتوقعة او النظرية وذلك بأفترض ان هذه النوبات الصرعية تحدث بأعداد متساوية تقع يوميا أو موزعة على أيام الأسبوع بشكل طبيعى وليس نتيجة لخصائص يوم معين أو أيام معينة من الأسبوع مثل أيام الزيارات فى المستشفى ، أو نهاية الأسبوع أو ظروف خاصة تحدث فى يوم معين من أيام الأسبوع ولهذا علينا أن نتوقع أن ال ١٧٥ نوبة ستتوزع بانتظام ( بالتساوى ) على أيام الأسبوع السبعة أى أن تكرارات النوبات اليومية المتوقعة هى  $175 \div 7 = 25$  نوبة يوميا .

سنلاحظ الآن أن عدد النوبات الملاحظة يتفق إلى حد كبير مع عدد النوبات المتوقعة بالنسبة لأيام السبت والاثنين والثلاثاء والأربعاء ، أما يوم الأحد فأقرب للانخفاض ، ويبدو أن هناك ارتفاع ملحوظ فى أيام الخميس والجمعة ، فهل يمكننا فى ضوء هذه الملاحظة الانطباعية ( المباشرة ) أن نقرر أن الانحرافات فى التكرارات الملاحظة عن التكرارات المتوقعة ما هى الا تذبذب ناتج عن الصدفة وحدها ؟ . يظهر فى كل هذه البيانات ، أم أن فرضنا الذى اقمنا عليه توقعنا وهو أن النوبات تحدث بشكل متساوى على امتداد أيام الأسبوع فرض خاطئ ؟ . نحن فى حاجة هنا لمحك موضوعى للحسم فى قبولنا أو رفضنا للفرض الذى بدأنا به ، وهذا المحك هو « كا<sup>٢</sup> » .

ويتلخص منطق « كا<sup>٢</sup> » فى أنه أداة إحصائية تمكنا من قياس مدى التشابه بين توزيعين تكرارين أحدهما ملاحظ (ونرمز له بالرمز ح) والآخر متوقع (ونرمز له بالرمز ع) وحيث نقوم من خلاله باختبار الفرض الخاص بأن عددا من الاحتمالات مرتبط بعدد مائل من الفئات ، وحيث تكون الفئات بمثابة التكرارات الملاحظة والاحتمالات هى التكرارات المتوقعة ويقدر ما تكون التكرارات الملاحظة قريبة الصلة بالتكرارات المتوقعة بقدر ما يتنفي الشك فى صحة الفرض الاحتمالى

النظري أو فرضنا الصفرى الخاص بعدم وجود فرق بين التوزيعات ويصاغ فرض التشابه المراد اختياره فى المعادلة الآتية :

$$(10:1) \quad \frac{\chi^2 (j_n - e_n)}{e_n} + \dots + \frac{\chi^2 (j_1 - e_1)}{e_1} = \chi^2_{\alpha}$$

حيث  $\chi$  = التكرار الملاحظ

$e$  = التكرار المتوقع

ويعنى هذا أن  $\chi^2$  تساوى مجموع مربعات الفرق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة مقسوما على التكرارات المتوقعة أى ( 10 : 2 ) .

$$(10:2) \quad \frac{\chi^2 (e - \chi)}{e} \sum = \chi^2_{\alpha}$$

ويمكن صياغة نفس العلاقة بالمعادلة الآتية ( 10 : 3 ) .

$$(10:3) \quad \chi^2_{\alpha} = \sum - \frac{\chi^2}{e}$$

وتشير القيم المنخفضة أو القريبة من الصفر لـ  $\chi^2_{\alpha}$  إلى قبول الفرض الصفرى كما تشير القيم الكبيرة لـ  $\chi^2_{\alpha}$  لرفض الفرض الصفرى الذى بدأنا به عن عدم وجود فرق بين التوزيعين التكرارين الملاحظ والمتوقع .

وعندما نقوم بحساب  $\chi^2_{\alpha}$  علينا أن نعرف ما هو القدر أو القيمة التى نخرج بها من التعويض فى أى من المعادلات السابقة والتى تبرر لنا رفض الفرض الصفرى

المختبر عند مستوى دلالة معين ، ونحصل على هذه المعلومة من جدول توزيع قيم كا<sup>٢</sup> ( جدول ط بالملاحق ) .

وعلينا أن نلاحظ هنا قارقا هاما فى مفهوم درجات الحرية الذى سبق أن تعرضنا له ، حيث تختلف درجات الحرية فى كا<sup>٢</sup> عن ما سبقها من احصاءات تعرضنا لها . فدرجات الحرية هنا ( ن - ١ ) تكون فيها (ن) عبارة عن عدد الفئات وليس عدد التكرارات أو مجموع التكرارات ، مثال ذلك فى مثال عن النوبات الصرعية سنجد أن ن هنا لا تساوى ١٧٥ (أى عدد النوبات أو التكرارات) بل ن = ٧ ( أى عدد الفئات أو أيام الأسبوع ) وبالتالي فان درجات الحرية فى هذا المثال تصبح ٦ ( أى ٧ - ١ = ٦ ) أى أننا مقيدين هنا بفئة واحدة فقط ( وليس بقيمة واحدة ) لنحصل على المجموع الكلى لتوزيع كا<sup>٢</sup> . وعلينا أن نلاحظ هنا أيضا أنه فى حالة ما إذا قمنا بمقارنة توزيع ملاحظ بتوزيع متوقع فان د ح (درجات الحرية) ستساوى ن - ١ بالمعنى الذى ذكرناه إما إذا قمنا بالمقارنة بين توزيعين ملاحظين فى ضوء توزيع متوقع لهذين التوزيعين فان د ح ستساوى فى هذه الحالة ( ن - ١ ) ( ن - ١ ) أى درجات الحرية للتوزيع الملاحظ الأول مضروبة فى درجات الحرية للتوزيع الملاحظ الثانى .

نعود الان لمثالنا عن النوبات الصرعية ، وحيث نستطيع تنظيم بياناتنا لتتضمن كل المعلومات اللازمة والخطوات الضرورية لحل المشكلة وحساب قيمة «كا<sup>٢</sup>» وفقا للجدول الاتى رقم ( ٣ : ١٥ ) .



جدول رقم (١٥:٣)  
البيانات والخطوات اللازمة لحساب  $\chi^2$

الأيام	ح	ع	ح - ع	(ح - ع) $\chi^2$	(ح - ع) $\chi^2 / ع$
الخميس	٣٥	٢٥	١٠	١٠٠	٤,٠
الجمعة	٣٧	٢٥	١٢	١٤٤	٥,٧٦
السبت	٢٠	٢٥	٥-	٢٥	١,٠
الأحد	١٥	٢٥	١٠-	١٠٠	٤,٠
الاثنين	٢١	٢٥	٤-	١٦	٠,٦٤
الثلاثاء	٢٠	٢٥	٥-	٢٥	١,٠
الأربعاء	٢٧	٢٥	٢	٤	٠,١٦
	١٧٥	١٧٥	-	٤١٤	١٦,٥٦

يمثل العمود الأول في الجدول الفئات ( أ أو الأيام في مثالنا ) ويمثل العمود الثاني التكرارات الملاحظة (ح) في كل فئة ، ويمثل العمود الثالث التكرارات المتوقعة (ع) لكل فئة في ضوء افتراضنا أن النوبات الصرعية متساوية خلال ايام الاسبوع ، ويمثل العمود الرابع الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع والذي نحصل عليه بطرح التكرار المتوقع من التكرار الملاحظ وبالطبع سيكون هذا الفرق موجباً في بعض الحالات وسالباً في حالات أخرى وسيكون المجموع الجبري لكل الفروق يساوى صفراً ، ولأننا لا نتعامل في الواقع مع هذا الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع بل نتعامل مع مربعه تصبح علامة السلب أو الإيجاب بلا أهمية . ويمثل العمود الخامس مربع الفرق بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع في كل فئة ويمثل العمود الأخير ناتج قسمة مربع الفرق بين التكرارين الملاحظ والمتوقع على التكرار المتوقع . ومجموع ناتج هذه الخطوة يساوى  $\chi^2$  وتلاحظ من الجدول أن قيمة «  $\chi^2$  » بلغت ١٦,٥٦ ويلاحظ في مثالنا السابق أننا لم نكن في حاجة في

حقيقة الأمر لحساب العمود الأخير فى الجدول ، مادامت الإحتمالات المتوقعة متساوية أى كان يمكن بدلا منها قسمة مجموع مربعات الفرق على الإحتمال المتساوى وحيث  $\frac{414}{25} = 16,56$  وهى نفس النتيجة التى خرجنا بها تطبيقا ايضا للمعادلة رقم ( ٢ : ١٥ ) .

وبما أن لدينا فى هذا المثال ٧ فئات تصبح درجات الحرية ٧ - ١ وبفحص جدول (ط) بالملحق عند درجات حرية ٦ يتبين أن قيمة  $\chi^2$  المحسوبة ( أى ١٦,٥٦ ) تتراوح بين القيمتين ١٤,٤ ، ١٦,٨ اللذان يقعان تحت مستوى دلالة ٠,٠١ ، ٠,٠٢٥ . ومعنى هذا أن  $\chi^2$  دالة فيما بعد ٠,٠٢٥ ، أى أن هناك فرق دال بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة يجعلنا نرفض الفرض الصفرى\* والذى يتضمن أن تشتت النويات الصرعية بالصورة الملاحظة على امتداد أيام الأسبوع تشتت متساوى وأن الفرق بين يوم وآخر يرجع للصدفة وحدها . وعلى هذا وفى ضوء جوهرية الفرق كما توضحه نتيجة  $\chi^2$  يتطلب الأمر زيادة عدد الجرعات الدوائية فى أيام الأجازات والزيارات والصفوط على المرضى مقابل تخفيضها فى أيام السبت والأحد والإثنين والثلاثاء . وهو ما يمكن أن يؤدى إلى خفض حقيقى فى العدد الإجمالى للنوبات .

لا تختلف الصيغة الإحصائية لـ  $\chi^2$  من حالة لأخرى . والإختلافات التى يمكن ملاحظتها بين حالة وأخرى توجد فى طريقة حساب التكرارات المتوقعة ، أو فى الاستخدامات المختلفة لأختبار فروض معينة . وقد لاحظنا فى المثال السابق كيف كان فى استطاعتنا أن نفترض تساوى القيم المتوقعة فى كل الفئات ، غير أن هذا الافتراض قد يكون بلا أساس فى حالات أخرى ، وكمثال لهذا حالة تم فيها توزيع عينة من ٢٨٣ طالبا فى خمس فئات متدرجة بناء على نتيجة اختبار للذكاء . وكان توزيعهم قريبا من الاعتدالية إذا كانت نسب هؤلاء الطلاب من المجموع الكلى

---

(\*) نص الفرض الصفرى المفروض فى هذه الحالة هو : لا يوجد فرق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات النظرية للنوبات الصرعية لأفراد هذه العينة من المرضى .

لعدمهم فى هذه الفئات كالآتى ١٩,٨ ، ٦٧,٩ ، ١٠٧,٦ ، ٦٧,٩ ، ١٩,٨ ،  
وفى نهاية العام وبناء على درجات لمباح هؤلاء الطلاب شغلوا الفئات الآتية  
وتكراراتها : جيد جداً : ٢٥ ، جيد : ٧٧ ، مقبول : ١١٤ ، ضعيف : ٤٨ ،  
ضعيف جداً : ١٩ . والسؤال المطلوب من كاً<sup>٢</sup> الإجابة عليه هو : هل توزيع هؤلاء  
الطلاب طبقاً لمستويات لمباحهم ( جيد ، مقبول ... إلخ ) يتفق مع توزيعهم وفقاً  
لذكائهم . وعلى هذا فإن تكراراتهم فى فئات الذكاء هى التى تمثل هنا التكرارات  
المتوقعة . وهى كما نرى مختلفة عن التكرارات المتساوية فى مثال النويات  
الصرعية . ونحسب خطوات كاً<sup>٢</sup> بنفس الأسلوب وفقاً لبيانات الجدول رقم (١٥:٤) .

#### جدول رقم (١٥:٤)

خطوات حساب كاً<sup>٢</sup> لحساب دلالة الفرق بين تكرار ملاحظ وتكرار متوقع

التقديرات	ح	ع	ح - ع	( ح - ع ) <sup>٢</sup>	( ح - ع ) <sup>٢</sup> / ع
جيد جداً	٢٥	١٩,٨	٥,٢	٢٧,٠٤	١,٣٧
جيد	٧٧	٦٧,٩	٩,١	٨٢,٨١	١,٢٢
مقبول	١١٤	١٠٧,٦	٦,٤	٤٠,٩٦	,٣٨
ضعيف	٤٨	٦٧,٩	-١٩,٩	٣٩٦,٠١	٥,٨٣
ضعيف جداً	١٩	١٩,٨	-٠,٨	,٦٤	,٠٣
	٢٨٣	٢٨٣			٨,٨٣

قمنا هنا بتنظيم الجدول ووضع التكرارات الملاحظة لكل تقدير ثم التكرارات  
المتوقعة ، ثم حسبنا الفروق فى العمود الثالث ، وربعنا هذه الفروق ، وقسمنا فى  
العمود الأخير مربع الفرق الخاص بكل فئة على تكرارها المتوقع ثم جمعنا قيم  
العمود الأخير للحصول على قيمة كاً<sup>٢</sup> التى تساوى ٨,٨٣ وبما أن لدينا ٥ فئات ،  
إذن د ح ( درجات الحرية ) = ٤ وبالرجوع إلى جدول (ط) بالملحق نتبين أن  
٨,٨٣ غير دالة حتى مستوى ٠,٥ ، وبالتالي نستطيع قبول الفرض الصفرى وهو

أنه لا يوجد فرق جوهري بين توزيع هؤلاء الطلاب وفقاً لتقديرات لمجابههم وبين توزيعهم وفقاً لنتائج اختبار الذكاء .

### اختبار التجانس<sup>(١)</sup> :

يمكن استخدام اختبار « كا<sup>٢</sup> » لحل مشكلات أكثر تعقيداً من المشكلات التي عرضناها حتى الآن . ففى المثال السابق أردنا معرفة إذا ما كانت التكرارات فى فئات ممتاز ، جيد جداً ... الخ تقابل فئات أو مساحات معينة تحت المنحنى الاعتدالى أم لا . وتظهر مشكلات من نوع آخر تدخل فى إطار اختبار التجانس بين تصنيفين ويوضح المثالان التاليان طبيعة هذه المشكلات وكيف يمكن حلها بواسطة كا<sup>٢</sup> .

قام اثنان من المعالجين النفسيين فى إحدى المستشفيات بتطبيق أسلوبين مختلفين من العلاج لحالات المخاوف المرضية . ويقوم كل منهما بعلاج مجموعة مختلفة من المرضى . والمطلوب هنا أن نعرف إذا كان المريض لديه نفس الفرصة للتحسن بحيث يحقق تقدماً ينقله إلى الفئة أ أو ب أو ج ... الخ من فئات التقدم فى العلاج بغض النظر عن أى طريقة من طرق العلاج المستخدمة أم أن تحسنه مرتبط بطريقة دون الأخرى ؟

مثال آخر : قد نهتم عند إجراءنا لأستطلاع للرأى العام بالمقارنة بين الاتجاهات السياسية لكل من الذكور والإناث لنرى هل للأفراد اتجاهات سياسية معينة بغض النظر عن كونهم ذكراً أو إناثاً .

نحن نبحث فى هذين المثالين عن : ما إذا كانت طريقتى العلاج متجانستين فى المثال الأول أو ما إذا كانت مجموعتى الذكور والإناث متجانستين فى المثال الثانى ، بحيث لا تتميز طريقة فى المثال الأول بتوفير ميزة علاجية للأفراد عن الأخرى ، ولا تختلف مجموعة فى المثال الثانى عن الأخرى بحيث يكون لأفرادها ميول سياسية مختلفة لمجرد الاختلاف فى الجنس .

---

Test of Homogeneity (١)

إذا افترضنا أننا اخترنا عينتين عشوائيتين من ٢٠٠ من الذكور ، ١٠٠ من الإناث من بين طلاب الجامعة وسألناهم في استطلاع عن اتجاهاتهم السياسية وحصلنا على النتائج التي يوضحها الجدول رقم ( ٥ : ١٥ ) .

#### جدول رقم (٥:١٥)

التكرارات الملاحظة في عينتي ذكور وإناث للاتجاهات السياسية

الاتجاه السياسي	ذكور	إناث	المجموع
يسار	٦٩	٢١	٩٠
يمين	٥٢	٢٣	٧٥
حياد	٧٩	٥٦	١٣٥
	٢٠٠	١٠٠	٣٠٠

يصبح السؤال الآن ، هل الاتجاهات السياسية للذكور والإناث متشابهة . ويقبل هذا الفرض في ضوء البيانات المتوفرة الاختيار بواسطة « كا<sup>٢</sup> » . ويتبقى بعد ذلك أن نعرف كيف نحدد في هذه الحالة التكرارات المتوقعة التي تعكس فرض التجانس بين فئتي الذكور والإناث . وبينما يقوم فرض التجانس هذا على أن الذكور والإناث لديهم نفس التفضيلات السياسية . ألا أن هذا الفرض غير مرتبط باحتمالية معينة لهذه التفضيلات السياسية . في فئاتها الثلاث الموضحة بالجدول ( يسار ، يمين ، حياد ) غير أننا نلاحظ أن ٩٠ طالبا وطالبة من العينة الإجمالية التي تبلغ ٣٠٠ فردا عبروا عن اتجاهاتهم المفضلة لليسر ، وعلى هذا فيمكننا أن نستخدم هذه المعلومة في تقدير الاحتمالية الخاصة بالاتجاه لليسارى بحيث تساوى  $\frac{90}{300} = 0.3$  \*

(\*) لاحظ هنا أننا نحدد هذه الاحتمالات المتوقعة في ضوء التعامل مع العينة الإجمالية وكأننا نقر بهذا أنهما عينة واحدة لتتم المقارنة بعد ذلك بين الملاحظ لدى كل منهما على حدة والمتوقع لدهما معا بوصفهما عينة واحدة متجانسة .

وبالمثل في باقى الفئات حيث احتمالية الاتجاه اليمنى تساوى  $\frac{70}{300}$  ،  $20$  ، والاتجاه المحايد  $\frac{130}{300} = 43$  . ونستطيع الآن استخدام هذه النسب بوصفها تقديرات للاحتمالية في الفئات الثلاثة ونحصل على التكرارات المتوقعة لحساب  $\chi^2$  بواسطة ضرب هذه القيم الاحتمالية المقدرة في حجم العينة ( التكرارات ) ونضعها في الخلايا المناسبة في جدول التكرارات المتوقعة . مثال ذلك أن عينة الذكور تتضمن 200 طالب ويصبح العدد المتوقع من الذكور أصحاب التفضيلات اليسارية  $200 \times 3 = 60$  ، والعدد المتوقع من الذكور أصحاب التفضيلات اليمينة  $200 \times 20 = 40$  ، وهكذا بالنسبة لبقية الفئات .

ويمكننا صياغة هذه الطريقة في قاعدة عامة لحساب التكرارات المتوقعة على الوجه الاتي معادلة ( ٥ : ١٥ ) :

$\text{التكرار المتوقع} = \frac{\text{مجموع تكرارات الصف} \times \text{مجموع تكرارات العمود}}{\text{المجموع الكلى للتكرارات الملاحظة}}$
---

( ١٥ : ٥ )

فإذا اعدنا حساب التكرار المتوقع للذكور في فئة اليسار وكذلك التكرار المتوقع للذكور اليمينيين وايضا الإناث المحايدات كمثال لبقية الخلايا بالقاعدة الجديدة فتبين أننا نحصل على نفس النتيجة حيث :

$$\text{التكرار المتوقع للذكور اليساريين} = \frac{200 \times 90}{300} = 60$$

$$\text{وبالمثل يكون التكرار المتوقع للذكور اليمينيين} = \frac{200 \times 70}{300} = 46$$

$$\text{والتكرار المتوقع للإناث المحايدات} = \frac{130 \times 100}{300} = 43$$

نتقدم الآن خطوة جديدة نحو وضع الجدول الخاص بالتكرارات المتوقعة فقط بناء على الخطوات الحسابية السابقة وهو الجدول رقم ( ٦ : ١٥ ) .

**جدول رقم (٦: ١٥)**  
**التكرارات المتوقعة لاتجاهات عينتي الذكور والإناث**

المجموع	إناث	ذكور	
٩٠	٣٠	٦٠	يسار
٧٥	٢٥	٥٠	يمين
١٢٥	٤٥	٩٠	حياد
٣٠٠	١٠٠	٢٠٠	

نستطيع الآن بما يتوفر لنا من بيانات عن التكرارات الملاحظة ( جدول ١٥ : ٥ ) .

والتكرارات المتوقعة ( جدول ٦ : ١٥ ) أن نصمم جدولا جديدا لحساب <sup>٢</sup>كا بالطريقة المعتادة .

**جدول رقم (٧: ١٥)**  
**لحساب كا<sup>٢</sup> لاختبار التجانس بين الميول السياسية للذكور والإناث**

الفئات	ح	ع	ح - ع	( ح - ع ) <sup>٢</sup> / ع
ذكور يسار	٦٩	٦٠	٩	١,٣٥
ذكور يمين	٥٢	٥٠	٢	,٠٨
ذكور محايدون	٧٩	٩٠	١١-	١,٣٤
إناث يسار	٢١	٣٠	٩-	٢,٧٠
إناث يمين	٢٣	٢٥	٢-	,١٦
إناث محايدات	٥٦	٤٥	١١	٢,٦٩
	٣٠٠	٣٠٠		٨,٣٢

إذن كا<sup>٢</sup> = ٨,٣٢

وأحد الأسئلة الهامة التي تواجه الباحث أحيانا تدور حول طبيعة الظروف التجريبية المناسبة التي يكون فيها اختبار « كا<sup>٢</sup> » أسلوبا احصائياً مقبولا لاختبار الفروض الخاصة بالتجانس . وهذه الظروف هي التي يكون الباحث فيها مهتما بالمقارنة بين عدد من المواقف التجريبية التي تتعرض لها عينات من الأفراد وحيث يصنف هؤلاء الأفراد في فئات نتيجة لهذه المواقف التجريبية بناء على أدائهم أو على الفروق بينهم ، ففى المثال السابق عن اتجاهات الطلاب لدينا م من العينات ( م = ٢ ) ولدينا ن<sub>١</sub> ، ن<sub>٢</sub> من الأفراد ( ن<sub>١</sub> = ٢٠٠ ، ن<sub>٢</sub> = ١٠٠ ) ولدينا ف من الفئات ( ف = ٢ ) وهي اليسار واليمين والحياد .

ويعتمد اختبار التجانس على أن المواقف التجريبية المختلفة لا تأثير لها على تصنيف الأفراد في فئات مختلفة ، بمعنى آخر ، أننا بالرجوع إلى مثالنا عن الاتجاهات السياسية نستطيع أن نترجم فرض التجانس إلى الصيغة الآتية :

إن المواقف التجريبية المختلفة ( أى كون الطلاب ذكورا أو إناثا فى مثالنا ) لا تأثير لها فى تصنيف الأفراد فى الفئات المختلفة ( أى فى وجود اختلاف بين تصنيف كل مجموعة فى فئات يسار ويمين وحياد ) .

وعادة ما ترتب التكرارات الملاحظة فى جدول مستطيل نطلق عليه اسم جدول التوافق<sup>(١)</sup> بعدد أعمدة (م) وعدد صفوف (ف) .

ولاختبار التجانس علينا أن نقوم بحساب التكرارات المتوقعة باستخدام المعادلة السابقة رقم (٤:١٥) ثم نحسب كا<sup>٢</sup> بالطريقة المعتادة . وحيث درجات الحرية تساوى ( ص - ١ ) ( ع - ١ ) أى حاص ضرب عدد الصفوف - ١ فى عدد الأعمدة - ١ . ( Noether, 1976, PP. 112 - 114 )



## ك٢ للجدول ٢ × ٢ :

كثيراً ما تظهر حاجة أيضاً لتحليل نتائج تجربة ، يكون فيها كل متغير من المتغيرين قد صنف إلى فئتين ، مثال ذلك أن نوجه سؤالاً لمجموعة من الذكور والإناث ( متغير الجنس صنف إلى فئتين ذكور وإناث على سبيل المثال ) عن ما إذا كانوا يوافقون على عمل المرأة ( متغير الرأي قسم إلى فئتين نعم ، لا أو موافقة ورفض ) ويمكن معالجة هذا النوع من المشكلات بنفس الأسلوب الذي استخدمنا به ك٢ بوصفه اختبار للتجانس . غير أنه في الحالات الماثلة والتي يكون لدينا فيها جدول  $2 \times 2$  يمكن استخدام المعادلة رقم (١٥:٥) التي تؤدي إلى تبسيط العمليات الحسابية .

ونعرض أولاً الجدول الخاص بالتكرارات الملاحظة لهذه الحالة في صورة رمزية ، وغير رقمية لتبين رموز المعادلة (١٥:٥) وكيفية التعويض فيها .

### جدول رقم (١٥:٧)

#### بيانات متغيرين لحساب ك٢

المجموع	غير موافقون	موافقون	
أ + ب	ب	أ	ذكور
ج + د	د	ج	إناث
أ + ب + ج + د = ن	ب + د	أ + ج	المجموع

في إطار هذه الحالة والحالات الماثلة نستخدم المعادلة (١٥:٥) ونصها :

$$K^2 = \frac{n (أد - بـج)^2}{(أ + ب) (ج + د) (أ + ج) (ب + د)} \quad (١٥ : ٥)$$

فإذا كانت التكرارات الملاحظة لجدول (١٥ : ٧) كالآتي :

جدول رقم (٨: ١٥)  
التكرارات الملاحظة لجدول (١٥: ٧)

المجموع	غير موافقون	موافقون	
٥٠	١٠	٤٠	ذكور
٥٠	٣٠	٢٠	إناث
١٠٠	٤٠	٦٠	المجموع

فبالتمريض في المعادلة (١٥: ٥) نحصل على قيمة كا<sup>٢</sup> كالآتي :

$$\frac{\chi^2 (200 - 120) 100}{40 \times 60 \times 50 \times 50} = \chi^2_{كا}$$

$$16.6 = \frac{1000000}{60000} =$$

غير أن هذه القيمة لكا<sup>٢</sup> قيمة مبالغ فيها نتيجة لأن درجات الحرية للجدول الرباعي تساوي واحد فقط ( حيث د ح = ص - ١ - ع - ١ ) ، لذا يتطلب الأمر تصحيح الطول لمعامل كا<sup>٢</sup> .

**تصحيح الطول لكا<sup>٢</sup>:**

عندما نحسب كا<sup>٢</sup> لجدول ٢×٢ أى بدرجات حرية واحد فقط ، فيجب استخدام معادلة تصحيح الطول ويقوم هذا الإجراء بطرح ٥ ، من كل فرق مطلق بين التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة ، ولإيضاح ذلك نفترض أننا القينا قطعة عملة ١٠٠ مرة على مائدة وكانت التكرارات التي حصلنا عليها ٦٠ تكراراً للصورة ، ٤٠ تكراراً للكتابة ، بينما المتوقع أن نحصل على ٥٠ تكراراً للصورة و ٥٠ تكراراً للكتابة . وإذا أردنا حساب كا<sup>٢</sup> لهذه الحالة بدرجة حرية واحدة للجدول ٢×٢ فتصبح المعادلة كالآتي ( ١٥: ٦ ) :

$$\chi^2_{كا} = \frac{\sum [(e - o)^2 / e]}{c} \quad (15: 6)$$

وبالتعويض في هذه المعادلة من مثالنا باستخدام التكرارات المتوقعة خلافا  
 الجدول بعد حسابها بالطريقة المعتادة ، ثم طرح ٥ . من الفرق بين التكرار المتوقع  
 والتكرار الملاحظ قبل تربيع هذا الفرق نحصل على النتيجة الآتية من خلال  
 الخطوات التي يوضحها الجدول رقم ( ٨ : ١٥ ) .

جدول رقم (٨ : ١٥)

لحساب كاي<sup>٢</sup> للجدول الرباعي مع تصحيح الطول

الفئات	ج	ع	ج-ع	(ج-ع) . ٥	(ج-ع) . ١٠	ع/...
ذكور موافقون	٤٠	٣٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٣,٠٠٨
ذكور غير موافقون	١٠	٢٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٤,٥١٢
إناث موافقات	٢٠	٣٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٣,٠٠٨
إناث غير موافقات	٣٠	٢٠	١٠	٩,٥	٩٠,٢٥	٤,٥١٢
٢٤ = ١٥,٤						

ويمكننا استخدام صورة معدلة من المعادلة رقم (١٥:٥) تتضمن تصحيح  
 الطول مباشرة ودون حاجة لإعادة تصحيحه بمعادلة مستقلة وهي كالآتي :

$$\text{كاي}^2 = \frac{\sum \left[ \frac{n}{r} - \frac{r \cdot c}{n} \right]}{(أ+ب) (ج+د) (أ+ج) (ب+د)} \quad (١٥ : ٧)$$

وبالتعويض في هذه المعادلة لبيانات المثال نفسه ( جدول رقم ٨ : ١٥ )  
 نحصل على قيمة كاي<sup>٢</sup> المصححة كالآتي :

$$\text{كاي}^2 = \frac{\sum ( ٩٥٠ ) \times ١٠٠}{٦.٠٠٠} = \frac{\sum [ ٥٠ - / ٢٠٠ - ١٢٠٠ / ] ١٠٠}{٤٠ \times ٦٠ \times ٥٠ \times ٥٠}$$

$$= \frac{٩٠٢٥٠٠}{٦.٠٠٠} = ١٥,٠٤ \text{ وهي نفس النتيجة السابقة}$$

## اختبار الاستقلال (١١) :

لاحظنا فى الفقرات السابقة أننا نستخدم اختبار كا<sup>٢</sup> بوصفه اختبار للتجانس بين توزيعى عينتين مختلفتين على عدد من الفئات ، مثل توزيعى الذكور والاثاث على الاتجاهات السياسية ، وبالإضافة إلى هذا الاستخدام يمكننا أن نلجأ إلى اختبار كا<sup>٢</sup> وفق فروض نظرية أخرى وتصميمات تجريبية مختلفة ليكون اختباراً للاستقلال بدلاً من أن يكون اختباراً للتجانس ، ورغم أن الخطوات الحسابية لا تختلف فى أى من الحالتين إلا أن طبيعة استخدام كا<sup>٢</sup> هى التى تختلف . وفى حالة اختبار الاستقلال فإننا نتعامل مع عينة واحدة بدلاً من عينتين ، غير أن هذه العينة الواحدة لها توزيعين مختلفين على ظاهرتين ونرغب فى اختبار إذا ما كانت الظاهرتين مستقلتين أم لا ، مثال ذلك اختبار استقلال توزيع عينة من الطلاب على فئات التدخين : مدخن وغير مدخن وتوزيع نفس الطلاب على متغير التوتر : متوترين وغير متوترين ، بهدف اختبار إذا ما كان التدخين مستقلاً عن التوتر لدى نفس العينة أم لا . ( Noether, 1976, P.18 )

ولا تختلف الخطوات الحسابية فى الحالتين ، والاختلاف يكون فقط فى الفروض النظرية التى نبدأ بها .

### بعض شروط استخدام كا<sup>٢</sup> :

توجد بعض الشروط التى يتعين الالتزام بها عند استخدام اختبار كا<sup>٢</sup> ، وتترتب هذه الشروط على التحفظات التى تُراعى نتيجة لأن استخدام التوزيع المتصل لكأ<sup>٢</sup> بوصفه تقريباً للتوزيع غير المتصل للوقائع التجريبية يعد إجراء غير مناسب تحت ظروف معينة ، وأهم هذه الشروط هى الآتى :

- ١ - يجب استخدام توزيعات تكرارية لحساب كا<sup>٢</sup> ( أى تكرارات أفراد أو ظواهر وليس درجات على مقاييس ) .

٢ - يجب ألا تقل التكرارات المتوقعة في أى خلية من خلايا الجدول عن خمس تكرارات .

٣ - يجب أن يساوى مجموع التكرارات الملاحظة مجموع التكرارات المتوقعة.

٤ - عندما تكون درجات الحرية واحد فقط ( أى جدول  $2 \times 2$  ) فيجب استخدام معادلة تصحيح الطول .

٥ - يجب أن تكون التكرارات في كل خلية مستقلة تماما عن التكرارات في بقية الخلايا ، فلا يكون للشخص الواحد أو المفردة الواحدة تكرار في أكثر من خلية من خلايا الجدول ( Young & Veldman, 1977, P. 390 ) .

## تقاربي على الفصل الخامس عشر

١ - سئلت عينتين تتكون كل منهما من ٥٠ فردا ، الأولى من الاتيساطيين والثانية من الانطوائيين عن ما إذا كانوا يوافقون على عقوبة الجلد وصنف إجاباتهم فى الجدول الآتى :

	يوافقون على الجلد	لاوافقون على الجلد
اتيساطيون	٣٩	١١
انطوائيون	٢٢	٢٨

استخدم الأسلوب المناسب لأختبار الفرض الذى يمكن وضعه لهذه البيانات .

٢ - فى دراسة لتحديد علاقة العمر بالموافقة أو عدم الموافقة على التجارب الذرية أمكن الحصول على التوزيع الآتى :

السن	الموافقة	عدم الموافقة	لم يحددوا رأيهم
٢٠ - ٢٩	١١٧	٦٧	١٦
٣٠ - ٤٩	٧٤	١٠٩	١٧
أكبر من ٤٩	٦٤	١١٨	١٨

ضع فرضا مناسبيا لهذه الدراسة واختبره وحدد درجة الثقة فى النتيجة .

٣ - الجدول الآتى يوضح بيانات عدد الأطفال الذين يعانون من مخاوف مرضية فى إحدى المدارس فى مسح لتلاميذ المدرسة تم قبل وبعد تعيين إخصائى نفسى بالمدرسة . اختبر إذا ماكان لتعيين إخصائى نفسى دور فى اختلاف أعداد الأطفال فى الفئتين أم لا .

الفئة	قبل تعيين الاخصائي	بعد تعيينه
ليس لديهم مخاوف	١٤٣	٦٢
لديهم مخاوف	٨٨	٥٧

٤ - قام ثلاثة من المعلمين بتدريس منهج دراسي واحد في ثلاثة فصول مختلفة كل مدرس في فصل واحد وحيث كان الطلاب يحصلون على تقديرات في نهاية العام أما أ ب ، أو ج أو د أو هـ وفيما يلي توزيع تكرارات تلاميذ كل فصل في هذه الفئات الخمسة .

	أ	ب	ج	د	هـ
فصل (١)	٢٥	٢٥	٦٦	٤٥	٢٠
فصل (٢)	١٣	٣٠	٥٣	٣٦	١٦
فصل (٣)	١٨	٣٠	٤٣	٣٢	٩

ضع فرضاً مناسباً واختبره وحدد مستوى دلالة النتيجة .

٥ - قام باحث بتجربة أعطى فيها لكل طفل حق اختيار نوع واحد من الطعام من بين أربعة أنواع ، أحسب كلاً<sup>٢</sup> لبيانات هذه التجربة المبينة في الآتي :

أ	ب	ج	د
١٠	٢	٨	١٢

٦ - كتدريب احصائي طلب استاذ من تلامذته أن يلقى كل منهم على المائدة قطعة عملة ثم قام بعدد الصور التي حصل عليها كل تلميذ وحيث لم يحصل ١٠ من التلاميذ على صورة وحصل ٣٠ منهم على صورة لكل واحد وكتابة لكل واحد وحصل ٨ منهم على صورتين لكل واحد . هل يختلف توزيع الصور التي حصلوا عليها عن التوزيع الذي كان الأستاذ يتوقعه .





## الفصل السادس عشر

### تحليل التباين

تحليل التباين<sup>(١)</sup> ليس مجرد أسلوب إحصائي ، بل هو منهج وطريقة متميزة فى التفكير ، وهناك وجهة نظر واحدة على الأقل ترى أن كل من تحليل التباين والتحليل العاملى يمثلان الذروة التى بلغتها الأساليب الإحصائية الحديثة ، وكلا الأسلوبين من الأساليب العامة ، ولكل منهما أهداف تحلل فى ضوءها المادة العلمية بطريقة كان من الصعب إدراكها فى بداية هذا القرن . ويتأدى كلا الأسلوبين إلى نتائجهما بالطريقة نفسها ، على الرغم من أن النتيجة والمحصلة النهائية مختلفة ، وفى كل منهما يتم تحليل التباين الكلى لأى موقف إحصائى إلى مكونات مصادر التباين المختلفة . ( Kerlinger 1964, P. 187 )

وتظهر الحاجة لتحليل التباين كنتيجة مباشرة لضرورة اختبار الفروض القائمة على شغفنا العلمى بالتعميمات التى نقوم بها عن مجتمعات معينة من الأفراد . من ذلك أن نفترض أن الرجال أطول قامة من النساء فى المتوسط ، أو أن الأثناث أكثر طلاقة من الذكور ، أو أن الريفيين أكثر تدخيناً من الحضريين وتصاغ هذه الفروض فى صيغة فروض صفرية ثم نقوم بالمقارنة بين مجموعات متعددة فى هذه الظاهرة أو تلك لأختبار فرضنا . وهذه هى المهمة التى يقوم بها تحليل التباين . وقد تطور تحليل التباين بوصفه أسلوب مفيد للتحليل الإحصائى للنتائج التجريبية على وجه الخصوص ، وهو مفيد أيضاً فى التصميمات التجريبية التى تتضمن عينات صغيرة بنفس القدر الذى يكون مفيداً به فى التصميمات التى تقوم على استخدام عينات كبيرة . ( Peatman, 1963, P. 321 )

غير أن هناك تساؤل - ملح دون شك - عن مزايا استخدام تحليل التباين فى الوقت الذى يتوفر فيه أسلوب بسيط وسهل يزيد - تقريباً - لنفس النتيجة وهو اختبار فروضنا من خلال المقارنة بين المتوسطات والتباينات وهو اختبار « ت » .

## مزاي تحليل التباين :

إذا كانت لدينا ثلاث مجموعات س ، ص ، ع فيمكننا بالطبع عقد مقارنات ثنائية بين س ، ص ثم بين س ، ع وأخيرا بين ص ، ع . غير أن عدد المقارنات الثنائية سيتزايد بالطبع بزيادة عدد المجموعات ، وحيث يتحدد هذا العدد وفقا للمعادلة  $\frac{n \times (n-1)}{2}$  وحيث ن تساوى عدد المجموعات أو العينات ، فإذا كانت لدينا دراسة تتضمن عشرة مجموعات فإن عدد المقارنات سيصل إلى ٤٥ مقارنة ، وليست هذه هي الصعوبة الوحيدة فقط ، رغم ما تتضمنه من كمية عمل ضخمة وجهد شاق ، بل هناك أسباب أخرى تبين أن استخدام « ت » بين مجموعات ثنائية ليس فقط غير مرغوب فيه بل غير مناسب أيضا ، حيث تصبح صحة الصياغات الاحتمالية التي نقوم بها بعد اختبار فرض ما باختبار « ت » هي جوهر المشكلة ، إذ عندما نقارن بين متوسطى عيتين ، ونقبل مستوى دلالة ٠.٠٥ ، فإن المقارنات العديدة بين مجموعات كثيرة تجعلنا نتوقع الحصول على ٥٪ من هذه الفروق بين المتوسطات يصل إلى مستوى الدلالة المطلوب للفرض الصفري أو يزيد عنه دون أن يكون دالا بالفعل ، بمعنى أنه إذا كان لدينا ١٠٠ زوج من المتوسطات نختبر الفروق بينها ، وكان المفروض أن كل مجموعة من المجموعات المشتركة في المقارنة مسحوبة من المجتمع نفسه ، فلا بد أن نتوقع أن ٥٪ منها سيظهر بينها فروق جوهرية نتيجة للصدفة أو نتيجة لاختفاء العينة وحدها ، طالما قبلنا ٠.٠٥ نسبة صدفة في نتائجنا التي سنخرج بها .

وبالإضافة إلى هذا فإن مستوى الدلالة لأختبار الفرض الصفري ، وليكن ٠.٠٥ مثلا بمعنى أنه يتضمن أن قيمة ت الملاحظة أو المسحوبة والتي تتجاوز مستوى الدلالة ستظهر في أقل من خمس حالات في كل ١٠٠ حالة مستقلة من عينات ازواج المتوسطات المسحوبة من مجتمع له نفس المتوسط ، وإذا ما استخدمت قيم مختلفة لاختبار « ت » لمقارنة الفروق بين كل ازواج مجموعة من المتوسطات ، فلن تكون كل الأزواج مستقلة على التبادل لأن كل عينة في مجموعة المتوسطات عضو في مجموعة الأزواج ١- هذه ، وبالتالي فإن مستوى الدلالة المناسب لأختبار ازواج

مستقلة من المتوسطات ليس مناسباً عندما تكون الأزواج غير مستقلة ، بالإضافة إلى ذلك ، فكلما تزايد عدد أزواج المتوسطات المطلوب اختبارها ، كلما كان علينا أن نتوقع أن بعضها سيكون دالا نتيجة للصدفة وحدها كما ذكرنا ، أما إذا كانت لدينا نظرية سابقة أو مؤشر معين يمكن أن يدلنا على أى زوج من المتوسطات بتعين أن يكون الفرق فيه دالا أو غير دال فإن المشكلة تنتهى أو تصبح أقل خطورة من ذى قبل ، ألا أننا للأسف لامتلك غالباً القدرة على مثل هذا التنبؤ ولا تتوفر لنا مثل هذه النظرية أو هذا المؤشر . نخرج من هذه المناقشة بدلالة هامة هى أن تحليل التباين يتميز عن اختبار «ت» بأنه يوفر ميزة الاقلال من مخاطر الوقوع فى النوع الأول من الخطأ ، أى خطأ رفض الفرض الصفرى عندما يكون هذا الفرض صحيحاً فى حقيقة الأمر (Peatmen, 1964, P. 327) .

نقد آخر يوجه لاستخدام سلسلة من اختبارات «ت» بين المجموعات المختلفة، هو أنه كثيراً ما يكون الباحث فى حاجة لأن يسأل سؤالا أعم من مجرد ما إذا كانت هناك فروق بين أزواج المتوسطات ، من ذلك إذا ما كانت الفروق عموماً بين المجموعات يمكن أن تكون دالة لمتغير معين يلعب دوراً ما فى كل مجموعة ، وأن هذه الفروق الملحوظة ليست ناتجة عن الصدفة ؟ . معنى هذا أن السؤال البحثى فى حالة تحليل التباين غالباً ما يتطلب إجابة أوسع لا تتوفر فى المعلومات التى نحصل عليها من خلال سلسلة من المقارنات المنفصلة بين أزواج من المتوسطات . (McCall, 1970, PP. 251-256)

يضاف إلى ذلك عجز آخر فى اختبار «ت» بالمقارنة بتحليل التباين ، وهو أنه يتجاهل حقيقة أن العينات الفرعية قائمة فى إطار عينة كبرى ، وأن عناصر هذه المجموعات الفرعية ربما تتفاعل فيما بينها وهو الأمر الأغلب ، وتعين بالتالى أن نضع هذا التفاعل فى الاعتبار عند تحليلنا للبيانات ، وتحليل التباين هنا هو الأسلوب الذى لا يتجاهل هذا التفاعل ، وحيث يتم فيه التعامل مع بيانات كل المجموعات مرة واحدة ، وتخضع جميعها لفرض صفرى عام عن عدم وجود فرق بين متوسطاتها . (Downie & Heath, 1974, P. 206)

## متطلبات أساسية لتحليل التباين :

حتى يمكننا استخدام تحليل التباين وفق أصول منهجية سليمة يتعين الالتزام بعدد من المتطلبات الأساسية فيه وأهمها الأتي :

١ - عشوائية سحب المجموعات من مجتمع اعتدالي : حيث يجب أن نختار أفراد المجموعات المختلفة على أسس عشوائية من مجتمع يفترض أنه اعتدالي التوزيع ، غير أن التحقق العملي من مدى استيفاء هذا الشرط يبدو من الأمور الصعبة ، وبالأخص في حالة العينات الصغيرة ، وما لم تكن هناك دلائل واضحة على أن التوزيع الأصلي غير اعتدالي أو أن العشوائية غير ملتزمة في العينة ، فعلينا أن نقبل افتراض أن هذا الشرط متحقق بصورة مناسبة .

٢ - تجانس تباين العينات : يجب أيضا أن يكون تباين المجموعات متجانسا (أي ف صفر :  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ ) ومن المفترض أساسا في منطق تحليل التباين أن يكون للقياسات التي نقوم بتحليلها نفس التباين ، بمعنى أنه من المفروض أن يكون تباين المجموعات الناتج عن موقف تجريبي معين عبارة عن تباين عشوائي من تباين المجتمع العام ، وهذا الفرض صريح في منطق ادماجنا لتباين «بين المجموعات» (١) ، لعدد من العينات في تحليل التباين بوصفه تقدير لتباين الخطأ للفرض الصفري الخاص بمتوسط مجتمع ما .

٣ - استقلال تباين المجموعات : استقلال تباين المجموعات من الشروط الجوهرية في تحليل التباين ، وتتضح أهمية هذا الشرط في الفرض الأساسي لهذا الاستقلال وفي أن عدم الالتزام به ، أي استخدام مجموعات غير مستقلة التباين ، يترتب عليه عدم مطابقة النسبة بين تباين « بين المجموعات » إلى تباين « داخل المجموعات » (٢) ، لتوزيع « ف » وبالتالي تصبح دلالة النتائج مشكوك فيها .

معنى هذا أن نسبة التباين لتوزيع « ف » تحتاج لتقديرين مستقلين لتباين المجتمع ، وستجد عند معالجتنا للخطوات الحسابية لتحليل التباين أن هذا التقدير

المستقل يمكن الحصول عليه من التباينات أو الفروق بين المجموعات ، وتظهر دراسة العلاقات الخاصة بالتباينات التى تتضمنها المعادلات التى ستعرض لها بعد قليل ضرورة أن تكون التباينات مستقلة بعضها عن البعض تماما . ويقصد بالاستقلال هنا أن لا تكون قيمة أحد مكونات التباين فى مجموعة مستتبطة من قيمة التباين فى مجموعة أخرى والعكس بالعكس .

ومع ذلك فإن قوة تحليل التباين بوصفه أسلوب احصائى جيد تتمثل فى أن نتائجه ستكون صحيحة حتى إذا لم يلتزم بفرض التجانس بدقة ، وأن كان من المفيد للغاية فى تحليل التباين ، حسابيا وتحليليا معا - أن تكون كل العينات الفرعية بالحجم نفسه ، وفى بعض التصميمات التجريبية العملية يصبح هذا الشرط جوهريا (Peatman, 1964, P. 324; Downie & Heath, 1974, P. 207) .

#### منطق تحليل التباين البسيط:

سنضع أمام أبصارنا الآن الهدف الاساسى من تحليل التباين ، لتتعرف بعد ذلك على المنطق العام الذى يتحقق من خلاله هذا الهدف . ويمثل هذا الهدف فى أننا نريد تحديد احتمالية أن متوسطات مجموعات مختلفة من الأفراد ( أو الدرجات ) تتحرّف بعضها عن البعض نتيجة لأخطاء العينة فقط وليس نتيجة لتأثير عامل تجريبي معين ، والمنطق الذى يتضمنه تحليل التباين لتحقيق هذا الهدف يقوم على تجزئة التباين الخاص بالعينة الكلية التى تضم هذه المجموعات والبحث عن النسبة بين تباينين رئيسيين نحصل عليهما من هذه التجزئة ، وبالطبع يفترض تطابق هذين التباينين إذا لم يكن هناك تأثير نوعى لعامل تجريبي بين المجموعات . ومعنى آخر لا يتوقع منطق تحليل التباين وجود فروق بين هذين النوعين من التباين طالما أن هذه المجموعات مسحوبة من مجتمع واحد ، اللهم إلا الفروق الناتجة عن أخطاء العينة .

وعادة ما تتم تجزئة تباين العينة الكلية بنفس الطريقة تقريبا التى عرفناها فى حالة الارتباط والانتشار حيث يقسم تباين « ص » الكلى إلى نسبتين تعزى الأولى إلى س ولا علاقة للنسبة الأخرى « س » . وفى حالة تحليل التباين يجرى التباين الكلى للدرجات إلى نسبة تعكس الفروق بين متوسطات المجموعات ونسبة لم تتأثر

بهذه الفروق فى المتوسطات . وتتم تجزئة التباين بالطريقة نفسها تقريبا التى نحسب بها تقديرين لتباين الدرجات فى المجتمع ، فاحد هذه التقديرات يقوم على انحرافات متوسطات المجموعات عن المتوسط العام لكل المجموعات ( المتوسط العام لكل الدرجات فى كل المجموعات معا ) . وبالطبع فإن حجم هذا المتوسط العام سيتأثر بكل من : تغاير درجات الأفراد ( طالما أن درجاتهم متضمنة فى كل من المتوسط العام ومتوسط المجموعة ) وبأية فروق بين متوسطات المجموعات . ولأن هذا التقدير الأخير للتباين يعتمد على انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام أو الكلى فستطلق عليه اسم التباين « بين المجموعات » ( ب ج ) للمجتمع . وبالمثل يمكننا أن نضع تقديراً لتباين الدرجات فى المجتمع وهو تباين ناتج عن انحراف الدرجات فى كل مجموعة عن متوسطها ، ويمكن أن نفترض أن مثل هذا التقدير لم يتأثر بالفروق بين متوسطات المجموعات ، ولكن بالتغاير العشوائى للأفراد داخل المجموعة ما دام هذا التباين يتحدد بحساب انحرافات الدرجات داخل كل مجموعة بالنسبة لمتوسطها، ويعرف هذا التباين باسم التباين « داخل المجموعات » ( د ج ) .

ويختلف هذان المصدران للتباين فقط نتيجة لحقيقة أن التباين « بين المجموعات » حساس للفروق بين متوسطات المجموعات على عكس التباين « داخل المجموعات » . وكلما ازداد الاختلاف بين متوسطات هذه المجموعات كلما أصبح التباين بين المجموعات أكبر ، ومع ذلك فإن الفرض الصفري الذى نقوم باختباره وفق هذا المنطق هو أن متوسطات كل المجموعات فى هذا المجتمع المعين متساوية أى  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$  ( وما أن الفرض الصفري مصاغ أساساً باعتباره صحيح كجزء من عملية اختبار صدقة إلى أن يثبت العكس ، فيتعين أن لا يتضمن التباين « بين المجموعات » إضافة لمقداره أو حجمه رابعة للفروق بين المتوسطات فى المجتمع ، إذ من المفروض أساساً أن المتوسطات متساوية جميعها تحت شروط الفرض الصفري ، وبالتالي فوفقاً لهذا الفرض يتأثر التباين « بين المجموعات » بالتباين العشوائى فى الدرجات فقط . بناء على هذا إذن ، وفى ضوء الفرض الصفري ، فإن تحليل التباين يقدم تقديرين لتباين المجتمع ، ويفترض هنا أن كلا التقديرين سيتطابقان باستثناء تباين الخطأ فيهما .

وينطبق تحليل التباين أو توزيع « ف » كما يطلق عليه اصطلاحاً على النسبة بين توزيع تباين عييتين مستقلتين بدرجات حرية مساوية لدرجات الحرية في البسط والمقام لهذه النسبة على الترتيب وحيث تصاغ قيمة « ف » في الآتي :

$$F = \frac{\text{مجموع المربعات « بين المجموعات »}}{\text{مجموع المربعات « داخل المجموعات »}} \quad (١ : ١٦)$$

وبعد حساب نسبة « ف » نستخدم مئينيات توزيع ف الذي يوضحه جدول ف (جدول ل بالملحق) لتقرير احتمالية الحصول على نسبة بهذه الحجم ناتجة عن خطأ العينة. وإذا كانت النسبة كبيرة الحجم بدرجة تجعل الإحتمال ضئيلاً أن يكون التباين « بين المجموعات » والتباين « داخل المجموعات » يقدران نفس المجتمع ، فعلينا أن نفترض أن التأثير الإضافي للفروق بين متوسط المجموعات أدى لتضخيم قيمة التباين « بين المجموعات » مؤدياً لزيادة نسبة ف عن المعتاد وهو ما يؤدي لرفض الفرض الصفري .

(McCall, 1970, PP. 216 - 17, Matheson, 1974 PP. 161-62 )

#### تحليل التباين البسيط<sup>(١)</sup> :

يوضح المثال التالي الخطوات الحسابية المختلفة والمفاهيم التي سبق أن تعرضنا لها للحصول على نسبة « ف » ونفترض فيه أن أحد الباحثين مهتم باختيار الكفاءة النسبية لثلاث طرق للتدريب الإكلينيكي هي أ ، ب ، ج واختار لتجربته عينة من ٢١ تلميذاً قام بسحبهم عشوائياً من بين طلاب السنة الثانية بقسم علم النفس ثم وزع هؤلاء الأفراد على العينات أو المجموعات الثلاث بطريقة عشوائية ثم طبق كل طريقة من الطرق الثلاث ثلاث عشوائياً على مجموعة واحدة من المجموعات ، وبعد

(\*) لاحظ أن مجموع المربعات يقصد به في الواقع متوسط مجموع المربعات أي بقسمتها على درجات الحرية الخاصة بها .

(١) Simple Analysis of Variance (One Way)

انتهاء المرحلة التجريبية للتدريب قام باستخدام اختبار واحد لقياس ما تعلمه أفراد كل مجموعة من مجموعاته ويثل الجدول الآتي رقم ( ١ : ١٦ ) نتائج محسوبة لكل مجموعة فيها مجموع القيم والمتوسط ومربع القيم ، ومجموع مربعات القيم .

جدول رقم (١:١٦)

نتائج تجربة تدريب اكلينيكي على ثلاثة مجموعات عشوائية

المجموعات			المجموعات		
ج <sup>٢</sup>	ب <sup>٢</sup>	أ <sup>٢</sup>	ج	ب	أ
٣٦	٣٢٤	١٤٤	٦	١٨	١٢
١٦	٢٨٩	٣٢٤	٤	١٧	١٨
١٩٦	٢٥٦	٢٥٦	١٤	١٦	١٦
١٦	٣٢٤	٦٤	٤	١٨	٨
٣٦	١٤٤	٣٦	٦	١٢	٦
١٤٤	٢٨٩	١٤٤	١٢	١٧	١٢
١٩٦	١٠٠	١٠٠	١٤	١٠	١٠
٦٤٠	١٧٢٦	١٠٦٨	٦٠	١٠٨	٨٢٣
$\Sigma$ س <sup>٢</sup> = ٣٤٣٤			$\Sigma$ س = ٢٥٠		
م <sup>٢</sup> = ١١,٩			م <sup>٢</sup> = ١٥,٤٣		
م <sup>٢</sup> = ٨,٥٧			م <sup>٢</sup> = ١١,٧١		

والمطلوب الآن أن نحدد ونحسب أشكال وأحجام التباين المختلفة التي يتضمنها هذا المثال : أي التباين الكلي ، والتباين داخل المجموعات والتباين بين المجموعات لتعرف على العلاقات بينهم . ونحسب هذه التباينات بالطرق المألوفة التي سبق أن استخدمناها في معالجات أخرى كالآتي :



# ١- التباين الكلي :

يحسب التباين الكلي من خلال كل الدرجات بغض النظر عن تصنيفها في ثلاث مجموعات ، وفقا للمعادلة الآتية رقم ( ٢ : ١٦ ) .

$$\sigma^2_{\text{ك}} = \frac{\sum Z^2}{N} \quad ( ٢ : ١٦ )$$

وقد سبق أن عرفنا لهذه المعادلة صورة أخرى أكثر سهولة بالنسبة لبيانات الجدول وهي :

$$\sigma^2_{\text{ك}} = \sum Z^2 - \frac{(\sum Z)^2}{N}$$

وبما أن  $\sum Z = ٣٤٣٤$  ،  $\sum Z^2 = ٢٥٠٠$  إذن

$$\sigma^2_{\text{ك}} = \frac{٢٥٠٠}{٢١} - ٣٤٣٤$$

$$= \frac{٦٢٥٠٠}{٢١} - ٣٤٣٤$$

$$= ٢٩٧٦,١٩ - ٣٤٣٤$$

$$= ٤٥٧,٨١$$

وعلينا أن نتذكر هنا مرة ثانية أن هناك تباين آخر بين المجموعات ، وأن هذا التباين يرجع فرضا إلى المعالجة التجريبية ، بمعنى أن التجربة ربما تكون قد أدت إلى شيء ما في كل مجموعة مختلفة عن الأخرى بما يتوقع أن يؤدي (أو لا يؤدي) إلى اختلاف بين متوسطاتها .

## ب - التباين بين المجموعات :

لحساب مجموع مربعات ما بين المجموعات ، علينا أن نحسب متوسط كل مجموعة على حدة ، ثم نحسب انحراف هذا المتوسط عن المتوسط العام ، ثم نربعه ، ثم نضرب مربع هذا الانحراف في عدد الحالات في المجموعة وفقا للمعادلة الآتية :

$$( ١٦ : ٣ )$$

$$ب ج = ن ( م - ع )^2$$

حيث ب ج = التباين بين المجموعات

ن = عدد أفراد المجموعة

م = متوسط المجموعة

ع = المتوسط العام

وبالتعويض في هذه المعادلة عن المجموعات الثلاث على التوالى نحصل على الآتى :

١ - المجموعة (أ) :

$$٧ ( ١١,٧١ - ٩,١١ )^2$$

$$= ٧ ( - ,١٩ )^2$$

$$= ٧ ( ,٠٣٦١ )$$

$$= ٢,٥٢٧$$

٢ - المجموعة (ب) :

$$٧ ( ١٥,٤٣ - ٩,١١ )^2$$

$$= ٧ ( ٣,٥٣ )^2$$

$$= ٧ ( ١٢,٤٦٠٩ )$$

$$= ٨٧,٢٢٦٣$$

٣ - المجموعة (ج) :

$$٧ ( ١١,٩ - ٨,٥٧ )$$

$$٧ ( ٣,٣٣ - ) =$$

$$٧ ( ١١,٠٨٨٩ ) =$$

$$٧٧,٦٢٢٣ =$$

وبجمع نتائج كل المجموعات معا نحصل على مجموع مربعات " بين المجموعات " كالآتي :

$$ب ج = ٢٥٢٧ + ٨٧,٢٢٦٣ + ٧٧,٦٢٢٣ = ١٦٥,١٠١٣$$

جـ - التباين داخل المجموعات :

يحسب التباين داخل المجموعات بجمع التباين الخاص بكل مجموعة ، وبما أننا قمنا من قبل بحساب مربعات القيم في كل مجموعة فيمكننا استخدام المعادلة الآتية رقم ( ٤ : ١٦ ) وهي المعادلة المعروفة لحساب تباين مجموعة قيم والتي حسبنا بها منذ قليل التباين الكلي :

$ع = ٢ س - \frac{٢(س٣)}{ن}$	$( ٤ : ١٦ )$
-----------------------------	--------------

وبالتعويض في هذه المعادلة عن المجموعات الثلاث نحصل على الآتي :

$$\frac{٢(٨٢)}{٧} - ١٠,٦٨ : \text{المجموعة (أ)}$$

$$\frac{٦٧٢٤}{٧} - ١٠,٦٨ =$$

$$٩٦٠,٥٧ - ١٠,٦٨ =$$

$$١٠٧,٤٢ =$$

$$\frac{\chi^2(1.8)}{v} - 1726 : \text{المجموعة (ب)}$$

$$\frac{11664}{v} - 1726 =$$

$$1666,28 - 1726 =$$

$$59,72 =$$

$$\frac{\chi^2(6.0)}{v} - 64.0 : \text{المجموعة (ج)}$$

$$\frac{36.00}{v} - 64.0 =$$

$$514,29 - 64.0 =$$

$$125,71 =$$

ويجمع هذه القيم الثلاث نحصل على مجموع المربعات داخل المجموعات كالآتي :

$$\text{د ج} = 125,7 + 59,7 + 107,4 = 292,8 .$$

وعلينا أن نلاحظ أننا إذا قمنا بجمع مربعات بين المجموعات على مربعات داخل المجموعات فسنحصل على المجموع الكلي للمربعات حيث :

$$\text{ت ك} = \text{د ج} + \text{ب ج}$$

$$165,1 + 292,8 = 457,8$$

وهو ما يعنى أننا نستطيع أن نستخلص مكونين فقط للنباين حسابا ونستنبط الثالث إذا كنا على ثقة من دقة حساباتنا .

---

(\*) الفرق (١.٠) في المجموع ناتج عن عمليات التقريب .

## درجات الحرية :

عرفنا من قبل كيفية التعامل مع مفهوم درجات الحرية \* وفى تحليل التباين لدينا درجات حرية مختلفة ، ففى مثالنا هذا نتعامل مع عدد من المجموعات ونستخلص لها تبايناً كلياً وعلى ذلك فلدينا درجات الحرية للمجموعة الكلية التى تتكون من كل أفراد العينة والتى تساوى  $n - 1$  أى  $21 - 1 = 20$  . بالإضافة إلى هذا فلدينا ثلاث مجموعات تتكون كل منها من 7 حالات فتصبح درجات الحرية لكل مجموعة  $7 - 1 = 6$  . وبما أن لدينا ثلاث مجموعات فتصبح درجات الحرية داخل المجموعات  $3 \times 6 = 18$  أما درجات الحرية للمجموعات فتحسب أيضاً باعتبارها عدد المجموعات  $- 1$  ، أو  $k - 1$  أى  $3 - 1 = 2$  وعلى هذا فلدينا هنا ثلاث درجات حرية مختلفة .

درجات الحرية للمجموعات كلها معا وتساوى مجموع الحالات فى كل المجموعات  $- 1 = 21 - 1 = 20$  .

درجات الحرية للتباين داخل المجموعات وتساوى درجات الحرية فى كل مجموعة على حدة  $\times$  عدد المجموعات أى  $6 \times 3 = 18$  ويطلق عليه اسم التباين الأصغر .

درجات الحرية للتباين بين المجموعات وتساوى عدد المجموعات  $- 1 = 3 - 1 = 2$  ويطلق عليه اسم التباين الأكبر .

## جدول تحليل التباين :

بعد أن نقوم بالتعرف على مكونات التباين بالصورة السابقة علينا أن نقوم بتنظيم البيانات الأساسية التى خرجنا بها فى صورة جدول لتحليل التباين كالموضح بالمجدول رقم (١٦:٢) . وحيث نضع فى العمود الأول مصدر التباين وحيث لدينا ثلاثة مصادر للتباين هى : التباين بين المجموعات ، والتباين داخل المجموعات ، والتباين الكلى . وفى العمود الثانى نضع درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين ، وفى العمود الثالث نضع مجموع مربعات كل نوع من أنواع التباين كما سبق أن حسبناه ، وفى العمود الرابع نضع متوسط مربعات التباين بين المجموعات ومتوسط مربعات التباين داخل المجموعات وهو ناتج قسمة مجموع مربعات كل مصدر على درجات الحرية الخاصة به .

**جدول رقم (١٦:٢)**  
**تحليل تباين بيانات جدول (١٦:١)**

متوسط المربعات	مجموع المربعات	د ح	مصدر التباين
٨٢,٥	١٦٥,٠	٢	بين المجموعات
١٦,٣	٢٩٢,٨	١٨	داخل المجموعات
	٤٥٧,٨	٢٠	التباين الكلى

**حساب نسبة ف ودلائها :**

ذكرنا من قبل أن توزيع " ف " عبارة عن نسبة توزيع تباين إلى توزيع تباين آخر ، ونحن هنا نستخدم هذا التوزيع للتعرف على دلالة الفرق بين التباينين «التباين بين المجموعات» والتباين « داخل المجموعات » والذي نستخلصه فى شكل نسبة بينهما . ويعنى هذا أننا نحصل على قيمة ف وفقا للمعادلة (١٦:٥) وهى المعادلة (١٦: ١) نفسها مع تعديل يدمج فيها درجات الحرية ويضعها فى الاعتبار .

$F = \frac{\text{متوسط مربعات بين المجموعات}}{\text{متوسط مربعات داخل المجموعات}^*}$ <p>( ١٦ : ٥ )</p>
--

وبالتعويض فى هذه المعادلة باستخدام بيانات جدول ( ١٦ : ٢ )

تكون قيمة ف كالآتى :

$$F = \frac{82,5}{16,3} = 5,06$$

(\*) وعادة مانسمى متوسط مربعات داخل المجموعات باسم تباين الخطأ .

وتفسر نسبة ف هذه ( ٥,٠٦ ) بالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لدلالة نسبة « ف » لتحديد قيمة ف الجدولية عند درجات الحرية المختلفة فنقوم بفحص رأس الجدول (فى العمود الأيمن الخارجى تحت عنوان دح للتباين الأكبر) لتحديد التباين الأكبر وهو التباين بين المجموعات ، وعندما نصل إلى درجات الحرية الخاصة بهذا التباين الأكبر أى درجة حرية (٢) نتحرك فى الصف الخاص به إلى أن نلتقى بالعمود الخاص بالتباين الأصغر والموضحة درجات حريته أعلى الجدول ، والتباين الأصغر هو التباين داخل المجموعات ، ونقرأ القيمة فى الخلية الواقعة عند تقاطع العمود والصف ( عند درجات حرية ٢ للتباين الأكبر ودرجات حرية ١٨ للتباين الأصغر ) ونجد أن قيمة «ف» الجدولية تساوى ٣,٥٥ عند مستوى ٠,٥ . كما تساوى ٦,٠١ عند مستوى ٠,١ . وبما أن قيمة «ف» المحسوبة ( أى ٥,٠٦ ) تزيد عن قيمة «ف» الجدولية عند مستوى ٠,٥ . (أى أنها تتجاوز نسبة ف المتوقعة نتيجة لأخطاء المصنوفة فقط ) إذن نرفض الفرض الصفرى الذى بدأنا به وهو : لا يوجد فرق بين المجموعات راجع لطريقة التدريب المستخدمة فى البحث ( وتصحيح دلالة نسبة «ف» المحسوبة هى أنه يوجد فرق بين المجموعات بنسبة ثقة قدرها ٩٥% ) . وعندما تتجاوز نسبة «ف» المحسوبة نسبة «ف» الجدولية عند مستوى ٠,١ . فإن رفضنا للفرض الصفرى سيكون باحتمالية أكبر وهى نسبة ثقة ٩٩% .

وأحيانا ماتكون قيمة «ف» المحسوبة أقل من الواحد الصحيح ، وبالتالي لا يوجد مبرر للبحث عن دلالتها فى الجدول إذ أنها غير دالة ( أصغر قيمة جدولية لـ دح التباين الأكبر ١٠٠ ، دح التباين الأصغر ١٠٠٠ عند احتمالية ٠,٥ = ١,٢٦ ) .

#### اختبار مصدر الفروق الدالة :

حصلنا فى المثال السابق على قيمة " ف " وكانت دالة عند مستوى ٠,٥ . وبما يودى إلى رفض الفرض الصفرى ، وأقرارنا أن هناك فروق دالة بين المجموعات وفى ضوء هذه النتيجة يصبح من الضروري معرفة أى المجموعات الثلاث هى المسئولة عن ظهور هذا الفرق الدال .

#### اختبار شيفى لتحديد الفروق بين المجموعات :

هناك طرق عديدة لحساب دلالة الفرق بين كل مجموعتين على حده بوصفها خطوة تالية لحساب نسبة "ف" ورفض الفرض الصفرى ، ومن هذه الطرق حساب "ت" بين كل مجموعتين ، ويمكننا بالإضافة إلى هذا استخدام المعادلة التى وضعها شيفى (١٦:٦) لحساب الفرق بين كل زوج من المجموعات : أ ، ب ثم أ ، ج وأخيرا ب ، ج . ( Scheffe, 1957, P. 118 ) ونص المعادلة كالآتى :

(١٦:٦)

$$= \frac{(١٥ \times ٢٣)^2 (٢٣ - ١٢)}{(٢٣ \times ١٥)^2 د ج}$$

حيث  $١٢, ٢٣ =$  متوسطى المجموعتين المطلوب المقارنة بينهما

د ج = متوسط مربعات داخل المجموعات\*

١٥, ٢٣ = عدد الأفراد فى المجموعتين

وبالتعويض فى هذه المعادلة للمجموعتين أ ، ب نحصل على الآتى :

$$= \frac{(٤٩)^2 (١٥,٤٣ - ١١,٧١)}{(١٤ \times ١٦,٣)}$$

$$= \frac{(٤٩)^2 ( ٣,٧٢ - )}{٢٢٨,٢}$$

$$= \frac{٤٩ \times ١٣,٨٣٨}{٢٢٨,٢}$$

$$= \frac{٦٧٨,٠٨}{٢٢٨,٢}$$

$$= ٢,٩٧$$

وبالتعويض عن المجموعتين أ ، ج

$$= \frac{(٤٩)^2 ( ٨,٥٧ - ١١,٧١ )}{( ١٤ \times ١٦,٣ )}$$

$$= \frac{(٤٩)^2 ( ٣,١٤ )}{٢٢٨,٢}$$

(\*) متوسط مربعات داخل المجموعات الثلاثة حسب ما يظهره جدول (١٦:٢) .



$$\frac{٤٨٣,١٢}{٢٢٨,٢} =$$

$$٢,١٢ =$$

وبالتعويض عن المجموعتين ب ، ج

$$\frac{(٤٩)^2 (٨,٥٧ - ١٥,٤٣)}{(١٤ \times ١٦,٣)} = ج$$

$$\frac{(٤٩)^2 (٦,٨٦)}{٢٢٨,٢} =$$

$$\frac{٢٣٠٥,٩٢}{٢٢٨,٢} =$$

$$١٠,١ =$$

وتحسب دلالة الفروق بين كل مجموعتين على حدة على الوجه الآتى :

- ١ - تستخدم نفس مستويات الدلالة السابق استخلاصها لقيمة ف عند مستوى ٠,١ ، ٠,٥ ، ١,٠ وهى ٣,٥٥ ، ٦,٠١ عند درجات حرية ٢ ، ١٨ .
- ٢ - نضرب هذه القيم الجدولية فى درجات حرية المجموعات أى (١-٣) للحصول على مستويات الدلالة للفروق أى  $٢ \times ٦,٠١ = ١٢,٠٢$  عند مستوى دلالة ٠,١ ،  $٢ \times ٣,٥٥ = ٧,١$  عند مستوى دلالة ٠,٥ .

٣ - نقارن قيم الفروق بين كل مجموعتين بهذه القيم الجدولية الجديدة للتعرف على مستوى دلالتها .

سلاحظ هنا أن الفروق بين المجموعتين أ ، ب غير دالة وكذلك أ ، ج أما بالنسبة للمجموعتين ب ، ج ( وحيث كانت ف = ١٠,١ ) فالفرق دال عند مستوى ٠,٥ ، وحيث متوسط المجموعة ب أكبر من متوسط المجموعة ج بفرق جوهري .

## ١ تحليل التباين المزدوج (١) :

رأينا كيف أن تحليل التباين البسيط يهدف أساسا لأختبار إذا ما كانت متوسطات مجموعات متعددة فى المتغير نفسه ما هى إلا اختلاقات متوقعة وفى حدود تباين المتوسط العام لهذه المجموعات ام لا . وهناك فرض عام يتضمنه تحليل التباين البسيط يتلخص فى أن هذه المجموعات تتضمن نوع واحد من التصنيف أو أنها تختلف وفق مستويات بعد واحد مشترك بينها ، أو أن الدرجات فى كل مجموعة منها ما هى إلا مقادير مختلفة من المتغير نفسه الذى يتم قياسه فيها جميعا ، من ذلك أنها درجات مختلفة للذكاء ، أو مستويات مختلفة من التعلم أو تقديرات مختلفة للسرعة ... الخ . النقطة الأساسية إذن هى أن هذه المجموعات يمكن تصنيفها باعتبارها تمثل مستويات مختلفة من فئة واحدة أو معالجة واحدة لتغير معين أو تقديرات منه واحد ... الخ .

غير أننا نجد فى الممارسة الواقعية أن كثيرا من الباحثين يتعاملون فى تجاربهم مع نماذج تجريبية تتضمن مجموعات متعددة ، تصنف فى أكثر من فئة فى الوقت نفسه . وهذه النماذج التجريبية تتجاوز إمكانات تحليل التباين البسيط ، وتنتقل بنا إلى تحليل التباين فى المجهدين أو تحليل التباين المزدوج ، ولهذه التصميمات التجريبية أهميتها فى بحوث علم النفس ، وتظهر هذه الأهمية من خلال المثال التالى الذى نهتم فيه بالتعرف على إذا ما كان استخدام المكافأة أو العقاب على سلوك عدوانى له تأثير على المدى الذى يقلد به الأطفال هذا النمط السلوكى العدوانى . وصممت لهذا الهدف تجريبه كالاتى :

اختير ٨٠ طفلا : ٤٠ من الذكور ، ٤٠ من الإناث ، من بعض المدارس ، وإتبع لكل طفل مشاهدة فيلم سينمائى تقوم فيه إحدى الفتيات الراشداً بالاعتداء بالضرب والركل على دمية من البلاستيك ، وشاهد نصف هؤلاء الأطفال من الجنسين ( ذكور وإناث ) هذا الفيلم ثم شاهدوا المعتدية وهى تكافأ بواسطة شخص آخر يمتدحها ويهتئها على اعتدائها على الدمية ، بينما شاهد النصف الآخر

من الأطفال ( ذكور وأناث ) نفس الفيلم ، لكنهم شاهدوا المعتدية بعد ذلك وهي تعاقب بالتأنيب اللفظي على سلوكها العدواني . وبعد مشاهدة الفيلم انتقل كل الأطفال إلى حجرة أخرى بصحبة عدد من اللعب المختلفة المناسبة لأعمارهم وبينها دمية مشابهة تماما للدمية التي شاهدوها في الفيلم وشاهدوا الاعتداء عليها . وخلال فترة لعبهم التي امتدت لعشرة دقائق ، تم تسجيل عدد الاستجابات العدوانية التي قلدت أحداث الفيلم ضد هذه الدمية .

ويلاحظ في ضوء هذا التصميم التجريبي أن لدينا أربع مجموعات كالآتي :

(أ) ذكور شاهدوا المعتدية تكافأ .

(ب) ذكور شاهدوا المعتدية تعاقب .

(ج) إناث شاهدن المعتدية تكافأ .

(د) إناث شاهدن المعتدية تعاقب .

ولا تمثل هذه المجموعات الأربعة مستويات مختلفة لتغير واحد أو مقادير مختلفة على متصل واحد ، ولكن تنتسب كل مجموعة منها إلى تصنيفين في الوقت نفسه ، التصنيف الأول خاص بجنس أفرادها ( ما إذا كانوا ذكورا أم إناثا ) ، والتصنيف الثاني خاص بنوع جزاء العدوان الذي شوهه في الفيلم ( عقاب أو مكافأة المعتدية ) .

ونستطيع أن نطلق على كل تصنيف من هذين التصنيفين اللذين تمثل كل مجموعة فيه مستوى معين اسم " عامل " (١) ، وبهذا يكون لدينا عاملين ، عامل الجنس وعامل طريقة جزاء المعتدية ، ومستويين (٢) لكل عامل ( وإن كان تعبير مستوى هنا لا يعنى بالضرورة كمية أو مقدار ، مثال ذلك مستوى الجنس - ذكور وإناث ) . ويمكننا تمثيل هذا التصميم التجريبي في الجدول الآتي :

**جدول (١٦:٣)**  
**تصميم تجريبي لمجموعات تحليل تباين مزدوج**

العامل الثانى				العامل الأول
[ نوع الجزاء ]				
عقاب	مكافأة			
شاهدوا عقاب المعتدية	شاهدوا مكافأة المعتدية	ذكور	[ الجنس ]	
شاهدن عقاب المعتدية	شاهدن مكافأة المعتدية	إناث		

وبافتراض أن متوسط الاستجابات العدوانية التى سجلت لدى كل مجموعة من هذه المجموعات الأربع كانت كالاتى ( جدول ٤ : ١٦ )

**جدول (١٦:٤)**  
**متوسط الاستجابات للعدوانية لدى المجموعات الاربعة**

العامل الثانى					
[ نوع الجزاء ]					
م	عقاب	مكافأة			
١٥	٥	٢٥	ذكور	[ الجنس ]	العامل الأول
١١	٣	١٩	إناث		
١٣	٤	٢٢	م		

نستطيع الآن أن نلاحظ من الجدول متوسطات الاستجابة فى كل مجموعة بالإضافة إلى متوسطات أعمدة الجدول ( ٢٢ ، ٤ ، ١٣ ) ومتوسطات صفوفه ( ١٥ ، ١١ ، ١٣ ) وهى بمعنى آخر متوسطات مستوى كل عامل ، من ذلك أن القيمة ( ٢٢ ) فى أسفل العمود الأول ، تمثل متوسط عدد استجابات من شاهدوا المعتدية تكافاً من الذكور والأنثى  $\frac{19 + 25}{2}$  أما القيمة ( ١٥ ) فى طرف الصف الأعلى من اليسار فهى متوسط عدد إجابات الذكور سواء من شاهد منهم المعتدية تعاقب أم تكافاً  $\frac{5 + 25}{2}$  ..... وهكذا .

**الأسئلة التى يجيب عليها هذا التصميم :**

يمكننا من خلال التباين المزدوج أن نجد إجابات على عدد من الأسئلة التى يجيب عليها هذا التصميم التجريبي ، ومن هذه الأسئلة الآتى :

(أ) هل هناك فروق ذات دلالة بين مستويات العامل الأول ؟ بمعنى هل يقلد الذكور السلوك العدوانى أكثر مما تفعل الأنثى ؟ وبصيغة إحصائية محددة : هل الفرق بين المتوسطين ١٥ ، ١١ فرق حقيقى فى المجتمع أم مجرد خطأ عينات ؟ .

(ب) هل هناك فروق ذات دلالة بين مستويات العامل الثانى ؟ بمعنى هل خبرة رؤية مكافأة العدوان . أو عدمة تؤثر فى المدى الذى يقلد به الأطفال نموذج السلوك المشاهد ؟ ويمكن صياغة هذا السؤال بطريقة إحصائية أكثر تحديداً أيضاً على الوجه التالى : هل الفرق بين المتوسطين ( ٢٢ ، ٤ ) لا يخرج عن حدود خطأ العينة أم أنه فرق حقيقى بين المستويين فى المجتمع ؟

(ج) هل هناك تفاعل<sup>(١)</sup> بين تأثير الجنس ( العامل الأول ) والميل إلى التأثر بالتدعيم المباشر للسلوك ، مثل مكافأة أو عقاب السلوك العدوانى ( العامل الثانى ) ، بمعنى آخر ، هل تأثير عقاب أو مكافأة المعتدى مختلف بالنسبة للذكور عن الأنثى ؟ وبالمثل هل يمكن تفسير هذه النتائج ، لتعنى أن الفرق فى الميل إلى

تقليد السلوك العدوانى ، بين الذكور والإناث ، مختلف ، بناء على ما إذا كان المعتدى قد تلقى عقاباً أو مكافأة .

ويطلق على الفروق المحتملة بين مستويات العامل الأول ، أو مستويات العامل الثانى فى توزيعها على مستويات العامل الآخر اسم «التأثير الرئيسى»<sup>(١)</sup> بينما يطلق على النتيجة المشتركة لكل من هذين العاملين اسم «التفاعل» ، ويعنى هذا أن التأثير الرئيسى عبارة عن فرق فى متوسطات عامل معين مستقلاً عن العامل الآخر . مثال ذلك أن الذكور يقلدون العدوان عموماً أكثر مما تفعل الإناث ، أما التفاعل فيحدث عندما يكون تأثير عامل ما يختلف بالنسبة لمستويات العامل الآخر . مثال ذلك أن نجد أن تأثير تدعيم السلوك يتفاعل مع نوعية الجنس ( ذكور أو إناث ) إذ قد يقلد الذكور معتدى يحصل على مكافأة أكثر من تقليدهم لمعتدى يتلقى عقاباً ، بينما لا تقلد الإناث أى من الإثنين .

وأحياناً ما يمكن توقع حدوث تفاعل نتيجة نوع من المزج أو التركيب أو التداخل بين مستويات العوامل بحيث يؤدي إلى نتيجة لا يمكن التنبؤ بها مسبقاً فى حدود المعلومات المتوفرة عن تأثير كل عامل على حدة ، وفى كثير من تصميمات تحليل التباين يمكن تقدير التفاعل بين أى مزيج من العوامل يحدث ، ويحتمل أحياناً وجود تأثير رئيسى أو أكثر مع وجود أو عدم وجود تفاعل ، أو قد يكون هناك تفاعل دون وجود تأثير رئيسى ومع ذلك فعند وجود تفاعل جوهري ، فإننا نتجاهل عادة جوهرياً أو عدم جوهرياً التأثير الرئيسى ، أى أنه فى حالة وجود تفاعل ، فإن هذه الحقيقة فى حد ذاتها تعنى أن تأثير أحد العوامل يختلف بناء على مستويات العامل الآخر .

### منطق تحليل التباين المزدوج :

فى إطار عدد من التحفظات المحدودة ، لا يخرج منطق تحليل التباين المزدوج عن أن يكون امتداداً لمنطق تحليل التباين البسيط . وفى تحليل التباين البسيط

رأينا كيف نقوم بتجزئة مجموع مربعات الانحرافات إلى مكونين يوفر كل منهما تقديراً للتباين في المجتمع ، فإذا كان الفرض الصفري : لا فرق بين متوسطات المجموعات وجميعها مسحوة من نفس المجتمع صحيحا ، حتى على الرغم من أن تقدير أحد هذين التباينين يقوم على أساس انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام ( أى التباين بين المجموعات ) ، بينما الآخر مشتق من انحرافات الدرجات عن متوسطات مجموعاتها ( التباين داخل المجموعات ) ... إذا كان هذا الفرض الصفري صحيحا فيكون هذين التباينين تقديراً للمجتمع نفسه ، ومع ذلك فطالما أن التباين « بين المجموعات » يتضمن متوسط المجموعات فإن حجمه سيعتمد على المدى الذي تختلف به متوسطات المجموعات بعضها عن البعض . وبالتالي فإذا كان التباين « بين المجموعات » كبيراً جداً بالمقارنة بالتباين « داخل المجموعات » ، ( والذي لا يتأثر بالفروق بين متوسطات المجموعات ) فعلينا أن نستخلص أن الفرض التجريبي القائل أن هذه المجموعات كلها عينات من المجتمع نفسه غير صحيح ، أى علينا أن نرفض الفرض الصفري في هذه الحالة .

وتوزع نسبة التباين بين المجموعات إلى التباين داخل المجموعات طبقاً لتوزيع « ف » . ومن خلال تحديد مئينات النسب الملاحظة في هذا التوزيع التكراري النسبي النظري، يمكننا أن نحدد الاحتمالية الخاصة بإمكان الحصول على هذه النسبة كنتيجة لحطأ العينة وحده . فإذا كان الاحتمال ضئيلاً بقدر واضح ، فإن الفرض الصفري عن عدم وجود فروق بين متوسطات المجموعات وبين متوسطات المجتمع يرفض .

ونقوم في تحليل التباين المزدوج عادة ، بتجزئة المجموع العام للمربعات إلى أربع مكونات ، ويعتق التقسيم نفسه في تحليل التباين البسيط ، ونطلق على التقدير الخاص بالتباين اسم « متوسط المربعات » (١) ، وفي حالة التصنيف المزدوج يكون لدينا أربعة « متوسطات مربعات » تقدر تباين المجتمع ، ويمكننا أن نفترض

من بين فروض أخرى أنه حتى فى حالة تساوى كل متوسطات المجتمع ( أى أن الفرض الصفرى صحيح ) فإن ثلاثة من هذه التباينات الأربعة ( متوسطات المربعات الأربعة ) حساسة لخصائص معينة فى البيانات التجريبية الملاحظة ، بينما التقدير الرابع للتباين ليس حساسا لهذه الجوانب ونتناول الآن هذه المصادر الأربعة للتغاير فى المجتمع وتقديرات تباينها :

**أولاً :** يعتمد أحد تقديرات التغاير<sup>(١)</sup> ، فى المجتمع ( ولنرمز له بالرمز  $M$  م أ (أى متوسط مربعات العامل أ) على انحرافات متوسطات مستويات العامل أ (والتي تتضام على امتداد العامل ب) عن المتوسط العام ، وهذا التباين مناظر للتباين « بين المجموعات » فى تحليل التباين البسيط ، وهذا التباين يتضمن المجموعات الخاصة بعامل واحد فقط ، وليكن العامل ( أ ) هنا مثلاً ، وعلى أى الأحوال ، وفى إطار الفرض الصفرى ، فإن الفروق بين هذه المتوسطات مجرد دالة لأخطاء العينة .

**ثانياً :** يعتمد التقدير الثانى للتغاير فى المجتمع ( ولنرمز له بالرمز  $M$  م ب أ (متوسط مربعات العامل ب) على انحرافات متوسطات مستويات العامل ب والتي تتضام أيضاً على امتداد العامل أ) عن المتوسط العام ، وهى مثل ( م م أ ) أو متوسطات مربعات العامل أ فيما عدا أن متوسطات مستويات العامل ب هى المستخدمة هنا وليس العامل ( أ ) وهذا التباين حساس للفروق بين متوسطات العامل ب .

**ثالثاً :** يعتمد التقدير الثالث للتغاير فى المجتمع ( ونرمز له بالرمز  $M$  م أ ب ) على انحرافات متوسط كل مجموعة عن ما يمكن التنبؤ به بناء على المعلومات الخاصة بالتأثيرين الرئيسيين للعاملين أ ، ب . وهذا المتوسط للمربعات حساس للتفاعل الممكن بين العاملين أ ، ب .

**رابعاً :** يشتق التقدير الرابع لتغاير المجتمع بالطريقة نفسها التى يشتق بها التباين « داخل المجموعات » فى تحليل التباين البسيط ، وهو يعتمد على



انحرافات كل درجة عن متوسط مجموعتها ، وبهذا فهو غير حساس للفروق بين المجموعات أو الفروق بين مستويات العوامل ، وبالتالي يمكن استخدام هذا التباين « داخل المجموعات » كمعيار يقارن به أى حجم من التباين تقوم بتقديره .

وتستخدم نسبة تباين ( متوسط مربعات ) العامل أ المقسومة على متوسط مربعات « داخل المجموعات » فى اختبار الفرض الصفرى الخاص بأن متوسطات مستويات العامل أ تختلف بعضها عن البعض الآخر كنتيجة لخطأ العينة لا أكثر .  
ووفقا للفرض الصفرى ، فان حجم هذه النسبة يجب أن لا يكون كبيراً للغاية ، طالما أن كلا من التباينين يفترض أنهما يقدران القيمة نفسها وفقا للفرض الصفرى ومع ذلك فيما أن م م أ ( متوسط مربعات العامل أ ) حساس للفروق بين متوسطات العامل أ ، فان النسبة ستكون كبيرة إلى المدى الذى يجعل هذه المتوسطات تنحرف بعضها عن البعض إذا كانت مختلفة بالفعل ، وبحيث يصبح احتمال أن تكون هذه الانحرافات ناتجة عن مجرد خطأ العينة احتمالا بعيدا للغاية وبالتالي يتعين رفض الفرض الصفرى . وهنا يمكن استخلاص أن متوسطات مستويات العامل أ مختلفة اختلافا جوهريا فيما بينها .

وبالمثل فان متوسط مربعات العامل ب مقسوما على متوسط مربعات « داخل المجموعات » يعكس المدى الذى تختلف به متوسطات مستويات العامل ب بعضها عن البعض الآخر . والمنطق العام لاختبار الفرض الصفرى هو أن مثل هذه الفروق هى مجرد دالة لأخطاء العينة بالصورة نفسها إلى تبينها فى حالة العامل ب .

وبالمثل أيضا فإن نسبة متوسط مربعات أ ، ب إلى متوسط مربعات « داخل المجموعات » تعد اختباراً لفرض وجود تفاعل فى المجتمع بين العاملين أ ، ب .

وبهذا يتلخص كل ما عرضناه فى أن منطق تحليل التباين مزدوج التصنيف ما هو إلا امتداد مباشر للمنطق الذى يعتمد عليه تحليل التباين البسيط ، فالمجموع الكلى للمربعات تتم تجزئته إلى عدد من المكونات كل منها حساس لجوانب معينة فى النسق التصنيفى ، وفى اطار الفرض الصفرى نختار جميع المجموعات عشوائيا ويكون لها جميعا متوسط المجتمع نفسه . فإذا كان الفرض صحيحا ، فإن

متوسطات العينات ومتوسطات مستويات العاملين سوف تتحرف فى حدود أخطاء العينة لا أكثر ، وطالما أن متوسط مربعات العامل ب ومتوسط مربعات أ ، ب جميعها حساسة للخصائص المختلفة فى التصميم التجريبى . بينما متوسط مربعات « داخل المجموعات » لا تتأثر بهذه الخصائص . فإن نسبة أى من متوسط مربعات هذه التباينات الثلاثة إلى متوسط مربعات التباين « داخل المجموعات » تؤدي إلى قيمة تعد اختبار للفرض الصفرى الذى مؤداه أن المتوسطات الملاحظة تختلف فيما بينها فى حدود المتوقع نتيجة لأخطاء الصدقة وحدها .

( Hays, 1965, PP. 396-97 ; McCall, 1970, PP. 247-53)

### مثال لتحليل التباين المزدوج :

سنفترض الآن أن أحد الباحثين مهتم بقياس مستوى الطموح بوصفه متغيراً تابعاً وبعض العوامل التجريبية هي المتغيرات المستقلة ، فقام بتصميم تجربة يقوم فيها كل فرد بعدد من المحاولات للوصول إلى أقصى سرعة أداء . يستطيع تحقيقها فى تمرين رياضى معين ، وبعد عدد من المحاولات التى يقوم بها المفحوص تحت تحكم الباحث فى الموقف التجريبى يحصل المفحوص على درجة معينة ، ويحصل كل مفحوص من المفحوصين بلا استثناء على درجة ماثلة عن أدائه وأقصى سرعة وصل إليها . ويطلب من كل مفحوص بعد هذه المجموعة الأولى من المحاولات أن يتوقع مستوى طموحه أى ما يستطيع تحقيقه فى المجموعة التالية من المحاولات ، ولكن قبل أن يقدم توقعه يذكر له أن درجته ستقارن بمعايير مشتقة من مجموعة مرجعية معينة <sup>(١)</sup> . وفى مرحلة معينة من التجربة يذكر للمفحوص أن أدائه أعلى من المتوسط بالنسبة للمجموعة المرجعية ، بينما تحت متغير تجريبى آخر يتم أخباره أن أدائه متوسط بالنسبة للمجموعة المرجعية ، وتحت شرط ثالث يذكر للمفحوص أن أدائه أقل من متوسط المجموعة المرجعية . ولأن الدراسة كانت تهدف لمعرفة الفرق فى حالة ما إذا كانت المجموعة المرجعية مكونة من زملاء عاديين للمفحوصين أو رياضيين محترفين فقد استخدمت فى التجربة بيانات تُذكر

للمفحوص عن مجموعتين مرجعتين وبما أن التجربة كانت تهدف بالمثل لمعرفة الفرق في الأداء في حالة ما إذا ذكر للمفحوص أن أداءه أعلى من المتوسط أو حوله أو أقل منه فيصبح لدينا عامل جديد هو مستوى الأداء ، ولأننا لا نستطيع أن نطبق هذه المتغيرات التجريبية على نفس المجموعة من الأفراد لنذكر للشخص الواحد أن أداءه يقارن مرة مع زملاء ومرة مع رياضيين محترفين ، ونذكر له مرة أن أداءه أعلى أو أقل من المتوسط أو مماثل له . وحتى يمكن أن يشمل اهتمامنا هذين العاملين التجريبيين المستقلين معا . وهما المعلومات عن المستوى التي تذكر للمفحوص ، والمجموعة المعيارية التي يقارن أداءه بها ، وحيث يحتمل أن يؤثر أى من هذين العاملين في المستوى الذى يحققه بالفعل ، أو يكون بين هذين العاملين تفاعل معين .

وحتى يمكن أن تتضمن التجربة كل هذا فقد اختبرت عينة عشوائية من ٦٠ طالبا من الذكور تم توزيعهم عشوائيا في الفئات الستة الخاصة بهذا التصميم التجريبي كالآتي :

١ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم ، وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم فوق المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٢ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم . وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم حول المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٣ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من زملائهم ، وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم أقل من المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٤ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضيين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم فوق المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٥ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضيين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم حول المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

٦ - مجموعة عشوائية من ١٠ أفراد ذكر لهم أن أداؤهم سيقارن بمجموعة معيارية من الرياضيين المحترفين وذكر لهم بعد ذلك أن أداؤهم أقل من المتوسط بالنسبة لهذه المجموعة المعيارية .

ويوضح الجدول الآتي توزيع أفراد العينة وفقا لهذا التصميم التجريبي .

#### جدول رقم (١٦:٥)

توزيع أفراد العينة في مجموعات التجربة الستة (عاملين : ٢×٣ مستوى)

تقدير الأداء				
أقل من المتوسط		متوسط	فوق المتوسط	
١٠	١٠	١٠	١٠	رياضيين
١٠	١٠	١٠	١٠	زملاء جامعيين
				المجموعة المعيارية

وعلىنا أن نلاحظ كيف تتضمن التجربة مجموعتين من المواقف التجريبية المختلفة والمتداخلة ، وحيث توجد ست مجموعات متميزة ومستقلة ، تعرضت كل مجموعة لنوعين من المعالجة أو لمستويين من العوامل . ولدينا هنا ثلاثة أسئلة مطلوب الإجابة عنها في هذا التصميم .

الاول : هل هناك تأثيرات منتظمة ترجع إلى الموقف التجريبي وحده ؟ ( بغض النظر عن المجموعة المعيارية ) .

الثاني : هل هناك تأثيرات منتظمة ترجع إلى نوع المجموعة المرجعية وحدها ، وليس للموقف التجريبي ودون اعتبار له ؟

الثالث : هل هناك تأثيرات منتظمة لا ترجع للمعلومات المعيارية وحدها ولا للموقف التجريبي وحده ، ولكن يمكن أن تعزى إلى هذا التفاعل بين المعلومات عن

مجموعة معيارية معينة وبين موقف تجريبي معين ( المعلومة عن المستوى ) .

وعلينا أن نلاحظ أيضا كيف أن هذه الدراسة كان من الممكن أن تكون تجربتين منفصلتين تصما بنفس المجموعات من الأفراد ، حيث تتكون كل تجربة من ثلاث مجموعات تتضمن كل مجموعة منها ٢٠ مفحوصا يختلفون فقط في الموقف التجريبي ( المعلومة عن المستوى ) على أن تقدم لهم جميعا بيانات مجموعة مرجعية واحدة في كل مستوى تجريبي .

ويظهر فحص صفوف الجدول السابق ( لا أعمده ) أن هناك عينتين بكل منهما ثلاثين مفحوصا ، تختلفان بشكل منتظم في متغير المجموعة المعيارية ، وكل مجموعة معيارية تقدم لها نفس الظروف الأخرى .

وعلينا أن نلاحظ أخيرا ، أن السؤال الثالث في مجموعة أسئلتنا لا يمكن الإجابة عليه إذا اقتصرنا على إجراء المقارنة على المجموعات المعيارية وحدها ، أو اقتصرنا على المقارنة على أساس المواقف التجريبية وحدها . فهذا السؤال يتعلق بالتفاعل ، يتعلق بالتأثير الفريد في هذا المزيج من المعالجة التجريبية ، وهذه هي السمة الأساسية التي يوفرها تحليل التباين المزدوج .

ومن خلال الأسلوب نفسه نستطيع اختبار التأثيرات الرئيسية للعوامل التجريبية المنفصلة والتي عرفناها في تحليل التباين البسيط بالإضافة إلى دراسة التفاعل المتضمن في هذا التصميم التجريبي فقط . (Hays, 1965, PP. 385-386)

### الخطوات الحسابية:

نقوم الآن بتنظيم البيانات الأولية ( درجات الافراد في المحاولات التالية ) في جدول من صفوف وأعمدة ، بحيث تمثل الصفوف الفروق في المعالجة التجريبية لعامل واحد ، وتمثل الأعمدة المعالجة التجريبية للعامل الآخر أى أن الصفوف تمثل مستويات العامل الأول ، والأعمدة تمثل مستويات العامل الثاني ( وتحتوى كل خلية في الجدول ( والخلية تتضمن درجات مجموعة أى ١٠ أفراد ) على نفس العدد من الحالات ( ١٠ أفراد أو ١٠ تقديرات ) . والأفراد في كل خلية مستقلين عن الأفراد في أية خلية أخرى ، ويمثل الجدول التالي رقم ( ٦ : ١٦ ) هذا التنظيم .

جدول رقم (٦: ١٦)  
تنظيم بيانات تجربة تحليل التباين المزدوج

المستويات المحققة لأفراد التجربة				
أقل من المتوسط	متوسط	أعلى من المتوسط		
١٥	٢٨	٥٢	زملاء جامعيين	المجموعات المعيارية للمقارنة
١٤	٣٥	٤٨		
٢٣	٣٤	٤٣		
٢١	٣٢	٥٠		
١٤	٣٤	٤٣		
٢٠	٢٧	٤٤		
٢١	٣١	٤٦		
١٦	٢٧	٤٦		
٢٠	٢٩	٤٣		
١٤	٢٥	٤٩		
١٧٨	٣٠٢	٤٦٤	3	
٢٣	٤٣	٣٨		
٢٥	٣٤	٤٢		
١٨	٣٣	٤٢		
٢٦	٤٢	٣٥		
١٨	٤١	٣٣		
٢٦	٣٧	٣٨		
٢٠	٣٧	٣٩		
١٩	٤٠	٣٤		
٢٢	٣٦	٣٣		
١٧	٣٥	٣٤	رياضيين محترفين	
٢١٤	٣٧٨	٣٦٨		3

تبدأ الآن خطواتنا الحسابية على الوجه الآتى :

١ - نبدأ فى حساب المجموع العام للمربعات ( م ع ) بتربيع كل درجة من الدرجات الخام فى كل خلية من خلايا الجدول ثم نجمع مربعات درجات كل الأفراد ، ونطلق على هذا المجموع للمربعات الرمز م ع والذي يساوى :

$$= ٢( ١٧ ) + ٢( ٢٢ ) + \dots + \dots + ٢( ٤٨ ) + ٢( ٥٢ ) = م ع = ٦٦٨٧٢ .$$

٢ - نجمع الدرجات الخام فى كل خلية من خلايا الجدول الست ، ونحتفظ بهذه القيم مؤقتا لاستخدامها فى مرحلة لاحقة : وهى كالاتى :

الصف الأول : ٤٦٤ ، ٣٠٢ ، ١٧٨

الصف الثانى : ٣٦٨ ، ٣٧٨ ، ٢١٤

٣ - نجمع مجاميع الخلايا التى حصلنا عليها فى الخطوة ( ٢ ) ونطلق على المجموع العام الرمز ب والذي يساوى :

$$ب = ٤٦٤ + ٣٠٢ + ٢١٤ = ١٩٠٤$$

ونحسب الآن المجموع الكلى للمربعات بالمعادلة الاتية :

$\text{المجموع الكلى للمربعات ( ك ٢ )} = م ع - \frac{ب^2}{ن} \quad ( ٧ : ١٦ )$
--

وحيث ن تساوى مجموع أفراد العينة أى ٦٠ وبالتعويض فى المعادلة :

$$\text{المجموع الكلى للمربعات} = ٦٦٨٧٢ - \frac{٢( ١٩٠٤ )}{٦٠}$$

$$= ٦٦٨٧٢ - ٦٠٤٢٠,٣$$

$$= ٦٤٥١,٧$$

٤ - نستخدم نتيجة حساباتنا فى الخطوة رقم (١) لحساب مجاميع الصفوف،  
ولدينا صفين بكل صف ثلاث مجاميع ونشير لمجموع كل صف بالرمز (د)

$$٩٤٤ = ١٧٨ + ٣٠٢ + ٤٦٤ = ١د$$

$$٩٦٠ = ٢١٤ + ٣٧٨ + ٣٦٨ = ٢د$$

٥ - للحصول على مجموع مربعات الصفوف ، نقوم بتربيع قيم د (١د ، ٢د)  
ثم نجمع المربعات ثم نعوض فى المعادلة الآتية :

$$\text{مجموع مربعات الصفوف ( م م ص )} = \frac{٢د}{ن} - \frac{٢ب}{ن} \quad (٨ : ١٦)$$

وحيث ن ص = مجموع قيم الصف الواحد ( ٣٠ )

ن = المجموع الكلى للعينة

$$\text{مجموع مربعات الصفوف} = \frac{٢(٩٦٠)}{٦٠} - \frac{٢(٩٤٤)}{٣٠}$$

$$= ٦٠٤٢٤,٥ - ٦٠٤٢٠,٣ = ٤,٢$$

٦ - نستخدم مرة أخرى نتيجة حساباتنا فى الخطوة رقم (٣) لحساب مجاميع  
الأعمدة ولدينا أعمدة وبكل عمود قيمتين ، ونشير لمجموع كل عمود بالرمز ح .

$$٨٣٢ = ٣٦٨ + ٤٦٤ = ١ح$$

$$٦٨٠ = ٣٧٨ + ٣٠٢ = ٢ح$$

$$٣٩٢ = ٢١٤ + ١٧٨ = ٣ح$$

٧ - للحصول على مجموع مربعات الأعمدة نقوم بتربيع قيم ح ( ١ح ، ٢ح ، ٣ح )  
نح ( نعوض فى المعادلة الآتية :



$$\text{مجموع مربعات الأعمدة (مم)} = \frac{\sum C^2}{n} - \frac{\sum B^2}{n} \quad (١٦: ٩)$$

وحيث  $n$  ح = مجموع قيم العمود الواحد (٢٠)

$n$  = المجموع الكلى للعينة .

$$\text{مجموع مربعات الأعمدة} = \frac{\sum C^2}{n} - \frac{\sum B^2}{n} = \frac{٢(٨٣٢) + ٢(٦٨٠) + ٢(٣٩٢)}{٢٠} - \frac{٢(١٩٠٤)}{٢٠}$$

$$= \frac{١٣٠٨٢٨٨}{٢٠} - ٦٠٤٢٠,٣$$

$$= ٤٩٩٤,١$$

٨ - لحساب مجموع مربعات الخطأ . نعود مرة أخرى لمجموع كل خلية على حدة والذي حسبناه فى الخطوة الثانية ، ونطلق على كل قيمة منها الرمز ك نقوم بترتيب كل ك ثم نجمع مربعات ك ثم نعوض فى المعادلة الآتية :

$$\text{مجموع مربعات الخطأ (مم خ)} = \sum K^2 - \frac{\sum C^2}{n} \quad (١٦: ١٠)$$

وحيث  $n$  ح = عدد الحالات فى الخلية الواحدة

$$\sum K^2 = \frac{٢(٤٦٤) + ٢(٣٠٢) + \dots + ٢(٢١٤)}{١٠}$$

$$= \frac{٦٦٢٢٨٨}{١٠}$$

$$\text{مجموع مربعات الخطأ (مم خ)} = \frac{٦٦٢٢٨٨}{١٠} - ٦٦٨٧٢$$

$$66228,8 - 66872 =$$

$$643,2 =$$

٩ - نحسب في هذه الخطوة مجموع مربعات التفاعل والذي يساوي المجموع الكلي للمربعات - ( مجموع مربعات الصفوف + مجموع مربعات الأعمدة + مجموع مربعات الخطأ ) وهو ما نثله المعادلة الآتية :

$$م م ت = 3 ك 2 - ( م م ص + م م أ + م م خ ) \quad ( 11 : 16 )$$

وبالتعويض في هذه المعادلة بالقيم المناظرة لرموزها التي قمنا بحسابها في الخطوات السابقة نحصل على الآتي :

$$\text{مجموع مربعات التفاعل ( م م ت )} = 6451,7 - ( 6,2 + 4994,1 + 643,2 )$$

$$5641,5 - 6451,7 =$$

$$810,2 =$$

١٠ - نضع الآن هذه المجاميع للمربعات في جدول تلخيصي يتضمن العمود الأول فيه مصدر التباين ، والعمود الثاني مجموع المربعات ، والعمود الثالث درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين والعمود الرابع متوسط المربعات والذي نحصل عليه بقسمة مجموع مربعات كل مصدر على درجات حريته ، ونخصص العمود الأخير لرصد نسبة ف بعد أن نعرف كيفية حسابها لكل مصدر . ونحدد أولاً درجات حرية كل مصدر من مصادر التباين وهي كالآتي :

**درجات الحرية لمصادر التباين المختلفة :**

(١) درجات الحرية لتباين الصفوف عبارة عن عدد الصفوف - ١ وهو في

$$\text{مثالنا كالآتي : د ح} = 2 - 1 = 1$$

(ب) درجات الحرية لتباين الأعمدة عبارة عن عدد الأعمدة - ١ كالآتي :

$$د ح = ٢ - ١ = ١$$

(ج) درجات الحرية لتباين التفاعل عبارة عن عدد الصفوف - ١ مضروباً في عدد الأعمدة - ١ أى  $(١ - ٢) (١ - ٢) = ٢$  .

(د) درجات الحرية للخطأ تتحدد باعتبارها حاصل ضرب عدد الصفوف في عدد الأعمدة في عدد أفراد المجموعة الواحدة - ١ ، أى ص ع ( ن - ١ ) وهي في مثالنا كالآتي :

$$٥٤ = ٩ \times ٦ = ( ١ - ١٠ ) ٣ \times ٢$$

ونضع الآن الجدول التلخيص كالآتي :

جدول رقم (١٦:٧)

الجدول التلخيصي لتحليل التباين المزدوج

مصدر التباين	مجموع المربعات	د ح	متوسط المربعات	ف
الصفوف (المجموعة المعيارية)	٤,٢	١	٤,٢	٣٥
الأعمدة (المواقف التجريبية)	٤٩٩٤,١	٢	٢٤٩٧,١	٢٠٩,٨
التفاعل	٨١٠,٢	٢	٤٠٥,١	٣٤,٠
الخطأ (داخل الخلايا)	٦٤٣,٢	٥٤	١١,٩	
	٦٤٥١,٧	٥٩		

تحتسب قيمة ف للنتائج المختلفة والموضحة في العمود الأخير من جدول (١٦:٧) على الوجه الآتي :

(أ) يختبر الفرض الصفري الخاص بعدم وجود تأثير للصفوف ( عدم وجود

تأثير لنوع المجموعة المعيارية التي يذكر للمفحوص أن درجته تقارن بها في  
مثالنا) بالمعادلة الآتية :

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الصفوف}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \text{ أو } \frac{\chi^2_{22}}{\chi^2_{22}} \quad (16: 12)$$

$$F = \frac{4,2}{11,9}$$

$$= 0,35$$

(ب) يختبر الفرض الصفري الخاص بعدم وجود تأثير للأعمدة ( عدم وجود  
تأثير لنوع الموقف التجريبي الذي نذكر فيه للمفحوص أن درجته فوق المتوسط أو  
متوسطة أو أقل من المتوسط في مثالنا ) بالمعادلة الآتية :

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الأعمدة}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \text{ أو } \frac{\chi^2_{12}}{\chi^2_{22}} \quad (16: 13)$$

$$F = \frac{2497,0}{11,9}$$

$$= 209,8$$

(ج) يختبر الفرض الصفري الخاص بعدم وجود تفاعل بين الصفوف والأعمدة  
بالمعادلة الآتية :

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات التفاعل}}{\text{متوسط مربعات الخطأ}} \text{ أو } \frac{\chi^2_{22}}{\chi^2_{22}} \quad (16: 14)$$

$$\frac{40.1}{11.9} = \text{أى ف}$$

$$34.4 =$$

نعود الآن إلى جدول النسب المرحجة لتوزيع ف للتعرف على دلالة النتائج التى خرجنا بها من هذا التحليل ، وفى ضوء درجات الحرية المختلفة .

### تفسير النتائج :

نستطيع الآن أن نستخلص من هذا التحليل للتباين عددا من النتائج المقبولة والمعتمدة على مستوى احتمالية أمكن تحديده من خلال توزيع ف .

أولا : هناك قدر محدود للغاية من التأثير ، أو عدم ظهور تأثير فى الواقع للمجموعات المعيارية على مستوى طموح الأفراد .

ثانيا : يبدو أن المستويات التجريبية المستخدمة ذات تأثير على مستوى الطموح بالنسبة للأفراد فى المجموعات المعيارية المختلفة .

ثالثا : هناك قدر من التفاعل بين المجموعات المعيارية المستخدمة فى التجربة وبين المستويات المذكورة للأفراد ، بما يعنى أن قوة واتجاه التأثيرات الخاصة بالمستويات تختلف فى المجموعات المعيارية المختلفة .

معنى هذا ، أن المستوى الذى يذكر للمفحوص أنه يحققه يؤدي فى حقيقة الأمر إلى تغيير أو تأثير فى مستوى طموحه ، غير أن نوع ومدى هذا التغيير أو التأثير يعتمد أساسا على المجموعة المعيارية التى يقارن بها . وهذا هو ما يمكن الخروج به من النتائج .

## تقارير على الفصل السادس عشر

- ١ - أختبرت مجموعتين من الطلاب عدد أفراد كل مجموعة ١٠ أفراد باختبارين مختلفين للذكاء كل مجموعة بأختبار وكانت درجاتهم كالآتي :

ب	أ	م	ب	أ	م
٦	٢٢	٦	٢٠	٤٠	١
١٢	٢٠	٧	١٠	٤٦	٢
١٢	٣١	٨	٢٠	٣٥	٣
٦	١٨	٩	١٥	١٧	٤
١١	٢٢	١٠	١٨	١١	٥

المطلوب : (أ) استخدام اختبار « ف » لأختبار الفروق بين متوسطات المجموعتين أ ، ب .

(ب) اختبر دلالة الفرق بين هذين المتوسطين باستخدام اختبار ت .

- ٢ - توضح البيانات الآتية درجات ثلاث مجموعات من الطلاب على اختبار للترميز .

ج	ب	أ
٨	٩	٤
٣	٣	٣
٥	٥	٥
٦	١١	٢
٩	١٤	٦
٤	١٦	٧
٧	١٢	٨
٩	٩	٧
٨	١٢	٩
٥	٧	٢

- (أ) هل تختلف متوسطات هذه المجموعات الثلاثة أختلافا جوهريا .  
 (ب) احسب تحليل التباين بين هذه المجموعات الثلاث .  
 (ج) فى حالة ما إذا كان هناك أختلاف ، استخدم اختبار شيفى لتحديد أين يوجد الفرق .

٣ - يمثل الجدول الآتى درجات ٥ طلاب وخمس طالبات من طلاب كل فرقة فى قسم علم النفس على اختبار للأدراك البصرى .

ذكور			
السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	السنة الرابعة
١٢	٢٢	٢٦	٣٠
٨	١٨	٢٠	٢٦
١٠	١٢	١٨	٢٦
٦	٢٠	١٦	٢٢
٨	٨	١٠	١٨
إناث			
١٨	٢٠	٢٢	٢٤
١٦	١٨	٢١	٢٢
٨	١٢	١٩	١٦
١٢	١٨	١٧	١٨
١٤	١٦	١٨	٢٤

حلل نتائج هذه التجربة وبين إذا ما كان هناك تفاعل بين الجنس والمستوى الدراسى فى الادراك البصرى أم لا .

٤ - وضع الفرق بين التأثير الرئيسى والتفاعل فى تحليل التباين المزدوج وقدم مثالين لفروض تتضمن تفاعلا يحتاج لاختباره وكيفية صياغة الفرض الصفرى فى كل حالة .

٥ - إذا كان التفاعل فى تحليل التباين جوهريا . لماذا نتجاهل التأثير الرئيسى فى هذه الحالة ، وضع منطقيا مع العرض من خلال مثال .





## مراجع الكتاب

### ١- المراجع العربية

- السيد ، فؤاد البهى . علم النفس الاحصائى . القاهرة : دار الفكر العربى ، ١٩٧٩ ، ط ٣ .
- الغريب ، رمزية . التقويم والقياس النفسى والتربوى . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٧٠ .
- خيرى ، السيد محمد . الاحصاء فى البحوث النفسية والتربية والاجتماعية . القاهرة : دار الفكر العربى ، ١٩٦٣ ، ط ٣ .
- سث ، ميلتون . الدليل إلى الاحصاء فى التربية وعلم النفس . القاهرة : دار المعارف ، ١٩٧٨ ( ترجمة د إبراهيم عميره ) .
- فرج ، صفوت . التحليل العاملى فى العلوم السلوكية . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٨٥ ط ٢ .
- فرج ، صفوت . القياس النفسى . القاهرة : مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٨٩ ط ٢ (ب) .

## ب - المراجع الأجنبية

- BORING, E (1969). A History of Experimental Psychology.  
Bombay : The Times of INDIA Press, 2nd. Ed .
- BROOKS, B. C & DICK, W . F(1969). Statistical Method.  
London: Heinemann, 2nd. Ed .
- COCHRAN. W.G & COX, G.M(1960). Experimental Designs ,  
New York: Wiley Co., 3rd. Ed .
- DAVIDOFF, M.D. & GOHEEN , H. W. (1953). A Table for the  
Rapid Determination of The Tetrachoric Correlation  
Coefficient, Psychometrika , 18, 115 - 121 .
- DOWNIE, N.M. & HEATH, R.W.(1974). Basic Statistical  
Methods, New York : Harper & Row Pub., 4th Ed .
- EDWARDS, A.L.(1967). Statistical Methods, New York: Holt  
rinehart & Winsion , 2nd. Ed .
- EHRENFELD , S & SEBASTIN , B.L. ( 1964 ) Introduction To  
Statistical Method , New York: McGraw Hill Book Co.
- EYSENCK, H (1968). The Scientific Study of Personality ,  
London: Routledge & Kegan Paul, 4th. Ed .
- GUILFORD, J.P. (1973) Fundamental Statistics in Psychology &  
Education , New York: McGraw - Hill, 6th. Ed .
- GUILFORD , J. P. (1956). Psychometric Methods, New York:  
McGraw - Hill.
- HAGOOD, M. J. & PRINCE, D.O. (1952). Statistics for  
Sociologists, New York: Holt & Co.

- HANSEN, M. H. HURWITZ, W.N. & MADOW , W. G.  
(1953). Sample Survey Methods & Theory, New York:  
John Wiley & Sons , Inc; Vol . (1) .
- HANSEN, M, H; HURWITZ , W. N. & MADOW, W. G.  
(1953). Sample Survey Methods & Theory, New York:  
John Wiley & Sons , Inc; Vol . (2) .
- HAYS, W (1963). Statistics for Psychologists, New York: Holt  
Rinehart and Winston.
- HYMAN, R (1970). The Nature of Psychological Inquiry, New  
Delhi: Prentice - Hall of India.
- IVERSEN, G. R. (1972). Statistics and Sociology, New York :  
The Bobbs - Merrill Co., Inc.
- KELLEY. T.L (1947). Fundamentals of Statistics . Cambridge,  
Mass: Harvard University Press.
- KERLINGER, F.N. (1960). Foundations of Behavioral Research,  
New York: Halt Rinehart & Winston , Inc .
- LEWIS. D (1960). Quantitative Methods in Psychology , New  
York: McGraw - Hill Book Co.
- LINDQUIST, E. F. (1956). Design & Analysis of Experiments in  
Psychology & Education , Boston : Houghton Mifflin  
Co.
- McCALL, R. B. (1970). Fundamental Statistics for Psychology,  
New York: Harcourt, Brace & World, Inc.
- McNEMAR , Q (1957). Psychological Statistics, New York: John  
Wiley & Sons Inc., 2nd. Ed.

- **MULHOLLAND, H & JONES, C.R. (1969). Fundamentals of Statistics, London: Butterworths.**
- **NOETHER, G. E. (1976). Introduction to Statistics. Boston: Houghton Mifflin Co. 2nd. Ed .**
- **ORKIN, M & DROGIN, R(1975).Vital Statistics. New Delhi: Tata McGraw - Hill Pub. Co.**
- **PEATMAN, J. G. (1963). Introduction to Applied Statistics , New York: Harper and Row, Pub.**
- **REICHMAN, W. J. (1976). Use and Abuse of Statistics, London: Penguin Books.**
- **SCHEFFE, H (1957). The Analysis of Variance, New york: John Wiley.**
- **SELLTIZ, C. etal., (1959). Research Methods in Social Relations, New York, Holt Rinehart and Winston.**
- THURSTONE, L. L. (1953). The Fundamentals of Statistics. New York, The MacMillan Co., 12th. Ed.**
- WILLAMS. B (1978). A Sampler on Sampling, New York: John Wiley and Sons.**
- YEOMANS, K. A (1976). Introducing Statistics, London: Penguin Books.**
- YEOMANS, K.A. (1976). Applied Statistics, London: Penguin .**
- YOUNG, R. K. and VELDMAN, D. J. (1977). Introductory Statistics for The Behavioral Science, New York : Halt, Rinehart and Sons.**
- YULE, G. U. and KENDALL, M. G. (1964). An Introduction to The Theory of Statistics, London: Grfffin .**

## أبجد المصطلحات

### (A)

Accidental or Incidental Sample	عينة صدفة
Alpha Level	مستوى الفا (مستوى دلالة)
Analysis of Variance	تحليل تباين
Applied Statistics	احصاء تطبيقي
Arithmetic Mean	متوسط حسابي
Asymptotic	مقارب ( منحنى مقارب )
Attribute	خاصية أو صفة
Average	متوسط

### (B)

Base Rate	معدل قاعدي
Bell-Shaped Curve	منحنى ذو شكل جرسى ( المنحنى الاعتدالي )
Between Groups Variance	تباين بين المجموعات
Bimodal	ثنائي ( منحنى )
Biserial ( $r_{bi}$ )	معامل الارتباط الثنائي

### (C)

Centile	مئين
Centile Rank	رتبه مئينيه
Central Tendency	نزعه مركزيه
Characteristic	خاصيه
Chi Square ( $X^2$ )	كا <sup>2</sup>
Cluster	تجمع
Coefficient of Alination	معامل الاغتراب
Coefficient of Concordance	معامل الاتساق
Coefficient of Determination	معامل التحدد

Concomitance	تلازم
Constant	ثابت
Contingency Coefficient (C)	معامل ارتباط التوافق
Continuous Distribution	توزيع متصل
Continuous Value	قيمة متصلة
Control Group	مجموعة ضابطة
Correlation	ارتباط
Correlation Ratio	نسبة الارتباط
Countable	قابل للعد
Covariation	تغاير مشترك
Criterion Analysis	تحليل المحك
Cross Table	جدول مزدوج
Cumulative Frequency	تكرار متجمع
Curve	منحنى
Curvilinear Correlation	ارتباط منحنى
Curve of Error	منحنى الخطأ ( المنحنى الاعتدالى )
Curve of Laplace	منحنى لابلاس ( المنحنى الاعتدالى )

#### (B)

Decimal	عشرى
De Moivre's Curve	منحنى دى مويفر ( المنحنى الاعتدالى )
Dependant Variable	متغير تابع
Descriptive Statistics	احصاء وصفى
Deviated Standard Score	درجة معيارية انحرافية
Deviation from Average	انحراف عن المتوسط
Dichotomy	ثنائى
Discrete Value	قيمة متقطعة
Dispersion	تشتت

**(E)**

Error of Estimation	خطأ التقدير
Error of Prediction	خطأ التنبؤ
Eta Coefficient	معامل ارتباط إيتا
Expected Frequency	تكرار متوقع
Experimental group	مجموعة تجريبية
Exponent	أس

**(F)**

Factor Analysis	تحليل عاملي
Finite portion	نسبة محدودة
First Quartile	الربيع الأول ( الأدنى )
Fourfold Coefficient (phi)	معامل ارتباط فاي
Frame	إطار
Frequency	تكرار
Frequency Distribution	توزيع تكرارى
Function	دالة

**(G)**

G. Score	الدرجة الجيمية
	(نوع من الدرجات المعيارية المعدلة)
Gaussian Curve	المنحنى الجوزى (المنحنى الاعتدالى)
Graph	تمثيل بياني

**(H)**

Hetrogeneous	غير متجانس
Histogram	مدرج تكرارى
Homogeneous	متجانس
Hypothesis	فرض

## (I)

Independant Variable	متغير مستقل
Index	مؤشر
Inductive	استقرائي
Inferential Statistics	احصاء استدلالی
Intelligence Quotient	نسبة ذكاء
Interaction	تفاعل
Interval	مسافة ( أو طول الفته )

## (K)

Kurtosis	مفرطح
----------	-------

## (L)

Laplace - Gausse Curve	منحنى لابلاس - جوز ( المنحنى الاعدالى )
Leptokurtic	مذهب
Level	مستوى
Linear	مستقيم أو خطی
Lines of Regression	خطوط الانحدار

## (M)

Magnitude	درجة أو مقدار
Main effect	تأثير رئيسى (فى تحليل التباين المزدوج)
Mathematical Model	نموذج رياضی
Mean	متوسط
Mean Deviation	انحراف متوسط
Mean Square (Ms)	متوسط المربعات ( فى تحليل التباين )
Measurable	قابل للقياس
Measures	قياسات
Median	وسيط



Midvalue	مرکز الفته
Mode	متوال
Multimodal	متعدد ( منحنى متعدد القمم )
Multiple Correlation	ارتباط متعدد
Multiple Factors	عوامل متعددة

#### (N)

Negative Number	رقم سلبى
Negative skewness	التواء سالب
Non-probability	غير احتمالى
Normalizing	تحويل توزيع تجريبى الى توزيع اعتدالى
Normal law	القانون الاعتنالى
Normal Probability Curve	منحنى الاحتمالات الاعتنالى ( المنحنى الاعتنالى )

#### (O)

Observed Frequency	تكرار ملاحظ
Ogive	منحنى متجمع صاعد

#### (P)

Parameter	معلم
Parent population	مجتمع أصلى
Partial Correlation	ارتباط جزئى
Percentage	نسبة مئوية
Personal Equation	معادلة شخصية
Phi Correlation	معامل ارتباط فاى
Platykurtic	منحنى مستوى أو منبعج
Point Biserial Correlation	معامل الارتباط الثنائى الاصيل
Polygon	مضلع
Population	مجتمع

Proportion	نسبة
Positive Skewness	التواء موجب
Primary	أولى
Principal Componants	مكونات أساسية
Probability	احتمال
Probability Sample	عينته احتمالية
Product Moment Correlation	معامل ارتباط العزوم ( بيرسون )
purpositive Sample	عينته غرضية

### (Q)

Qualiity	كيف
Quata Sample	عينته حصصية

### (R)

Randomization	عشوائيه ( انتخاب عشوائى )
Random Numbers	ارقام عشوائيه
Range	مدى
Rank	رتبه
Rankable	قابل للترتيب
Rank order Correlation	معامل ارتباط الرتب
Receprocal	مقلوب العدد
Rectangular Distribution	توزيع مستطيل
Regression	انحدار
Regression Analysis	تحليل الانحدار
Regression Towards Mediocrity	انحدار نحو المتوسط

### (S)

Sample	عينته
Sampling Statistic	احصاء العينات
Sampling Distribution	توزيع العينات

Scattergram	تخطيط انتشار
Scatterplot	جدول انتشار
Secondary	ثانوى
Semi-Interquartile Range	نصف المدى الربيعى
Significant	دال ( جوهري )
Simple Analysis of Variance	تحليل تباين بسيط ( فى اتجاه واحد )
Simple Random Sample	عينه عشوائية بسيطه
Skew	التواء
Skewness	التواء
Slop	ميل ( أو انحدار )
Specific Factor	عامل نوعى
Stanine	درجة تساعيه
	( نوع من الدرجات المعيارية المعدلة )
Standard Error of Measurment	الخطأ المعيارى للقياس
Standard Error of The Mean	الخطأ المعيارى للمتوسط
Standard Score	درجة معيارية
Standard Deviation	انحراف معيارى.
Statistics	احصاء
Strata	طبقات
Stratified Sample	عينه طبقية
Stratified Random Sample	عينه طبقية عشوائيه
Survey	مسح
Survey Research	بحث مسحى
Symmetrical	متماثل

### (T)

T. Score	درجة تائييه
	(نوع من الدرجات المعيارية المعدلة)

Tachuprou Coefficient	معامل ارتباط تشيبيرو ( معامل ارتباط ثلاثي )
Target Population	مجتمع مستهدف
Tatrachoric Correlation	معامل الارتباط الرباعي
Tests of Significance	اختبارات الدلالة
Theory of Errors	نظرية الاخطاء
Third Quartile	الربيع الثالث ( الاعلى )
Trait	سمه
Triserial Correlation	معامل الارتباط الثلاثي
Two Factor Theory	نظرية العاملين
Two way Analysis of Variance	تحليل تباين مزدوج (فى اتجاهين)
(U)	
Universe	مجتمع ( احصائي )
(V)	
Variable	متغير
Variance	تباين
Variability	تغاير
(W)	
Within Groups Variance	التباين داخل المجموعات
(Z)	
Z. Score	درجة معياريه

## فهرس الموضوعات

(II)

- احتمال (احتمالية) : ٢، ٣، ١١، ١٢، ١٨٣، ٢١٦، ٢١٧، ٢٩٤ .  
 ٢٩٥، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠٧، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣٣٦، ٣٤٠، ٣٤٣ .  
 ٣٤٤، ٣٥٦، ٣٥٩، ٣٦١، ٣٧٧، ٣٧٩ .  
 احداثية : ٦٥ .  
 إحصاء : ١، ٩، ١٠، ١١، ١٤، ١٧، ٢١، ٢٢، ٤١، ٣٥٥ .  
 إحصاء استدلالى : ٤، ٧، ٢٦، ٢٧، ٢٩١، ٢٩٤، ٣٠٦، ٣٠٩ .  
 إحصاء العينات : ٦، ٧، ١٥٣، ١٨٣ .  
 إحصاء تطبيقي : ١، ٢، ٢٦، ١٨٢ .  
 إحصاء وصفى : ٧ .  
 اختبار الاستقلال : ٣٥٠ .  
 اختبار التجانس : ٣٤٢ وما بعدها .  
 اختبارات : ٣١٦ وما بعدها، ٣٥٦ وما بعدها .  
 اختبار دلالة : ٧ .  
 اختبار شيفى لاختبار الفروق بين المجموعات : ٣٦٩ وما بعدها .  
 اختبار ف : ٣٢٤ .  
 اختبار فرض : ٣٠٦، ٣٠٩، ٣٤٦، ٣٥٥ .  
 اختبار كا<sup>٢</sup> : ٣٣٣ وما بعدها .  
 اختبار مصدر الفروق الدالة : ٣٦٩ وما بعدها .  
 أخطاء التنبؤ : ٢٨٤ .  
 أخطاء العينة : ٢١٨ وما بعدها، ٣٧٨، ٣٨٠ .  
 أخطاء الملاحظة : ١١ .  
 ارتباط : ٤، ٥، ٦، ٢٧، ١٢٩، ١٨١ وما بعدها، ٣٢٠، ٣٣٠، ٣٥٩ .  
 ارتباط غير مستقيم : ٢٦٢ .

- أرقام سلبية : ٣٢ .
- استدلال : ٧ ، ١١ ، ١٨٣ ، ١٨٤ ، ٢٩٧ .
- استدلال احصائي : ٤ .
- أسس : ٣٦ ، ١٤٧ .
- اطار : ٢٥ .
- التوا : ٦٦ وما بعدها ، ١١٥ ، ١١٦ ، ١٤٥ .
- انتخاب عشوائي : ٢٥ .
- انحدار : ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٢٧٥ ، ٢٧٩ وما بعدها ، ٣٥٩ .
- انحراف : ٣ ، ٤ ، ١٢ ، ١٠٠ ، ١٢٩ ، ١٣٣ ، ١٤٥ ، ١٤٧ ، ١٩٨ ، ٢٢٩ ، ٣٢٤ ، ٣٧٨ .
- انحراف متوسط : ١٢٦ وما بعدها ، ٣٧٨ .
- انحراف مطلق : ١٢٨ .
- انحراف معياري : ١٢٩ وما بعدها ، ١٤٠ ، ١٥٧ مواضع متفرقة ، ١٩٨ ، ١٩٩ ، ٢٧٩ ، ٢٨٧ ، ٢٩٤ وما بعدها ، ٣٢٤ ، ٣٣٣ .
- انحراف معياري العينة : ٣٠٠ وما بعدها .
- انحراف معياري المجتمع : ٣٠٠ .
- انحراف معياري معطى : ٢٠٣ .
- انحراف نحو المتوسط : ١٢٦ ، ١٢٧ ، ١٢٨ ، ١٧٤ .
- (ب) (ت)
- بيانات : ١ ، ٢٣ ، ٧٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ١٨٧ ، ١٩٠ ، ٢١٥ ، ٣٢٤ ، ٣٣٣ ، ٣٨٠ .
- بيانات معايرة : ٧٩٦ .
- ت : ١٦ ، ٣١٧ ، ٣١٩ ، ٣٢٣ ، ٣٢٤ ، ٣٧٨ ، ٣٢٠ ، ٣٥٦ ، ٣٦٩ .
- تأثير رئيسي : ٣٧٦ ، ٣٧٨ ، ٣٨٣ .
- تباين : ٣ ، ٧ ، ٨ ، ١٤ ، ١٢١ ، ١٢٩ ، ١٤٢ ، ٢١١ ، ٢١٢ ، ٢٩٨ .
- ٣٠٩ ، ٣١٠ ، ٣١٤ ، ٣١٦ ، ٣٥٥ ، ٣٥٨ وما بعدها ، ٣٧٢ وما بعدها .

- تباين الخطأ : ٣ ، ٣٥٨ ، ٣٦٠ ، ٣٦٧ .
- تباين المجتمع : ٣٦١ .
- تباين بين المجموعات : ٣٥٨ وما بعدها .
- تباين ثنائي : ١٨٣ ، ١٨٤ ، ١٩٠ ، ٢٠٣ ، ٢١١ ، ٢١٢ .
- تباين داخل المجموعات : ٣٥٨ وما بعدها .
- تباين عشوائي : ١٨٤ ، ٣٥٨ ، ٣٦٠ .
- تباين كلي : ٣٥٥ ، ٣٥٩ ، ٣٦٢ ، ٣٦٣ ، ٣٦٧ .
- تجريبية ( تجارب ) : ١٠ ، ١١ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣١٥ .
- تجانس : ٣٥٨ ، ٣٥٩ .
- تحليل الانحدار : ٢٨٣ .
- تحليل التباين : ٣٢٤ ، ٣٥٥ وما بعدها .
- تحليل التباين البسيط : ٣٥٩ ، ٣٦١ وما بعدها ، ٣٧٢ ، ٣٧٨ ، ٣٧٩ ، ٣٨٣ .
- تحليل التباين المزدوج : ٣٧٢ ، ٣٧٦ ، ٣٧٩ ، ٣٨٠ وما بعدها .
- تحليل عاملي : ١٥ .
- تحليل محك : ١٥ .
- تخطيط انتشار : ١٩١ ، ١٩٣ .
- توزيع الأرقام : ٤٢ .
- ترتيب : ٢٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ١٨٦ .
- تشتت : ٥ ، ١٢١ ، ١٢٩ ، ١٩٣ ، ٣٤٠ .
- تصميم : ٣٨٠ ، ٣٨٣ .
- تصنيف ثنائي : ٢٢٦ ، ٢٣١ .
- تغاير : ١٨٣ ، ١٩٠ ، ١٩١ ، ٣٧٨ .
- تفاعل : ٣٧٥ ، ٣٧٦ ، ٣٧٨ ، ٣٧٩ ، ٣٨٣ ، ٣٩١ .
- تفرطح : ٦٩ ، ١٤٧ .
- تقدير معلمات المجتمع : ٣٠٦ .
- تقريب الأرقام : ٣٩ .

تكرار : ٤ ، ٢٧ ، ١٧٣ ، ١٨٥ ، ١٨٦ ، ١٨٧ ، ١٨٩ ، ٢٢٩ ، ٢٤٢ .

٣٣٧ ، ٣٤٢ ، ٣٤٤ ، ٣٥٠ ، ٣٥١ .

تكرار نسبي : ٦١ وما بعدها .

تكرار متجمع : ٧٨ .

تكرار متجمع متري : ٧٩ ، ٨٠ .

تكرار متجمع نسبي : ٧٩ ، ٨٠ .

تكرارات متوقعة : ٣٣٥ وما بعدها .

تكرارات ملاحظة : ٣٣٥ وما بعدها .

تقريب بياني : ٥٥ ، ٥٦ ، ١٥١ .

توزيع : ٤ ، ١١ ، ١٢ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ١٤٥ ، ١٤٧ ، ١٦٩ ، ١٧٠ ، ١٧٣ .

١٧٧ ، ١٨١ ، ١٨٦ ، ١٨٨ ، ١٨٩ ، ٢٤٢ ، ٢٨٩ وما بعدها ، ٣٣٨ .

٣٥٨ .

توزيع اعتدالي : ١٢٩ ، ١٥١ وما بعدها ، ٢١٦ ، ٢١٨ ، ٢٤٢ ، ٢٤٧ .

٢٥٤ ، ٢٥٧ ، ٢٩١ ، ٢٩٨ ، ٢٩٩ ، ٣٢٤ ، ٣٢٥ ، ٣٣٤ ، ٣٥٨ .

توزيع « ت » : ٢١٨ ، ٢٩٩ .

توزيع تكراري : ٤٦ ، ٤٧ ، ٢٩٤ ، ٣٣٣ ، ٣٣٤ ، ٣٥٠ ، ٣٧٧ .

توزيع « ذ » : ٢١٨ وما بعدها ، ٢٣٧ .

توزيع ذو قمتين : ٧٣ .

توزيع غير منتظم : ١١٢ .

توزيع « ف » : ٣٥٨ ، ٣٦١ ، ٣٦٨ ، ٣٩١ .

توزيع متجمع : ١٢٦ .

توزيع متصل : ١٨٨ .

توزيع متوسط العينات : ٢٩٨ .

توزيع مستطيل : ٧٢ .

توزيع مانري : ١٢٩ .



(٥). (ج). (ج)

- ثابت : ٢٦ - ١٠٢ .  
ثبات : ١٤ ، ١٨٢ .  
جداول احتمالات : ٤ .  
جداول الأرقام العشوائية : ١٣ ، ٢٩٧ .  
جدول التوافق : ٣٤٦ .  
جدول تكرارى : ٤٨ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٧٨ .  
جنر تربيعى : ٤٢ ، ٤٣ ، ١٢٩ ، ١٣٠ ، ٣٠٢ ، ٣٢٤ .  
جمع : ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٢ .  
خصائص : ٢٢ ، ٢٣ ، ٣٨٠ .  
خط الانحدار : ٤ ، ١٩٢ ، ٢٨٢ ، ٢٨٤ .  
خطأ التقدير : ٢١٣ ، ٢١٤ .  
خطأ التنبؤ : ٢٨٤ .  
خطأ المينة : ٣٧٥ ، ٣٧٧ ، ٣٧٩ .  
خطأ معيارى : ٢١٣ ، ٢١٦ وما بعدها .  
خطأ معيارى للفرق بين متوسطين : ٣١٦ ، ٣١٨ ، ٣١٩ ، ٣٢٠ ، ٣٢٣ ، ٣٢٤ .  
خطأ معيارى للمتوسط : ٢٩٨ وما بعدها ، ٣٠٦ .  
خطأ معيارى لمعامل الارتباط : ٢١٦ وما بعدها ، ٢٣٨ ، ٢٥١ .  
خطأ معيارى للنسبة : ٣٠٤ .  
خطأ معيارى للنسبة المئوية : ٣٠٥ ، ٣٢٥ ، ٣٢٦ ، ٣٢٧ ، ٣٢٨ ، ٣٣٠ .  
خطأ معيارى للموسيط : ٣٠٣ .

(٦)

- دالة : ٢٦ ، ٣٥٧ ، ٣٧٨ ، ٣٧٩ .  
درجة : ١٤ ، ١٨٨ ، ٢٠٣ .  
درجة ثانية : ١٦٤ .

درجة ثقة : ٣٠٦ ، ٣٠٧ .

درجة جسمية : ١٦٤ .

درجة حرية : ٣١٣ ، ٣٣٨ ، ٣٤٠ ، ٣٤١ ، ٣٥١ ، ٣٦٧ ، ٣٨٨ .

درجة معيارية : ١٥١ ، ١٥٥ وما بعدها ، ١٩٧ ، ١٩٨ ، ١٩٩ .

درجة معيارية انحرافية : ١٥٧ .

درجة معيارية معدلة : ١٥٧ وما بعدها .

درجة متوالية : ١١٢ .

دلالة : ٢٢٠ ، ٢٤٥ ، ٢٤٦ ، ٢٧٨ ، ٣١٠ ، ٣٢٤ ، ٣٢٥ ، ٣٦٨ ، ٣٦٩ .

دلالة الفرق بين نسبتين غير مترابطتين : ٣٢٥ وما بعدها .

دلالة الفرق بين نسبتين مترابطتين : ٣٢٩ وما بعدها .

(ج) . (ز)

ربيع : ٨٦ ، ١٢٣ وما بعدها .

رتب : ١٨٦ ، ١٨٨ ، ١٨٩ .

رتبة : ٩٣ .

ز : ٣٢٤ .

(س) . (ش) . (ص) . (ض) . (ط) . (ظ) . (ع)

سمة : ٢٣ .

صدفة : ٨ ، ٣٠٩ ، ٣١٢ ، ٣١٥ ، ٣٣٤ ، ٣٥٦ ، ٣٥٧ ، ٣٨٠ .

صدق : ١٤ ، ١٨٢ .

صفات : ٢٣ .

صور ذهنية : ٩ .

ضابطة : ٣١٥ .

ضرب : ٢٩ ، ٣١ ، ٣٤ .

طرح : ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣٤ .

عامل : ٦ ، ٣٧٣ ، ٣٧٦ ، ٣٧٨ ، ٣٧٩ ، ٣٨٠ ، ٣٨١ ، ٣٨٣ .

عد : ٢٤ .

عشوائية : ١١ . ١٢ . ١٣ . ٢٥ . ٢٥٨ . ٢٧٩ .  
 علاقة تفاير مشترك : ١٨٢ .  
 علاقة منحنية : ١٨٩ .

عينة : ٤ . ٧ . ٨ . ١٠ . ١١ . ١٢ . ١٤ . ٢٢ . ٢٥ . ١٤٤ . ١٥٣  
 وما بعدها . ٢١٥ . ٢١٦ وما بعدها . ٢٩١ وما بعدها . ٣١٣ وما بعدها . ٣٢٤  
 وما بعدها . ٣٥٥ وما بعدها . ٣٧٥ . ٣٨٠ .  
 عينة احتمالية : ٢٥ . ٢٩٢ . ٢٩٣ وما بعدها .  
 عينة حصصية : ٢٩٣ . ٢٩٥ .  
 عينة طبقية : ٢٩٥ . ٢٩٦ .  
 عينة طبقية عشوائية : ٢٩٣ . ٣٨١ .  
 عينة عشوائية : ٢٩٤ وما بعدها .  
 عينة غرضية : ٢٩٣ .  
 عينة غير احتمالية : ٢٩٢ وما بعدها .  
 عينات التجميعات : ٢٩٦ .

(ك) . (ق) . (د) . (ل)

د ف : ٣٦١ .

فترة : ٤٩ وما بعدها . ٢٩٣ . ٣٢٤ وما بعدها .  
 فرض صفري : ٩ - ٣ . وما بعدها . ٣٢٨ . ٣٣٧ . ٣٥٥ . ٣٦٠ . ٣٦١ . ٣٦٩ .  
 ٣٧٧ . ٣٨٠ . ٣٨٩ . ٣٩٠ .  
 فرق بين متوسطين غير مترابطين : ٣١٥ .  
 فرق بين متوسطين مترابطين : - ٣٢ .  
 فروض : ١٢ . ٣١٢ . ٣١٣ . ٣١٤ .  
 فروق : ٢٨٢ . ١ - ٧ . ٦ - ٢ . ٢٣٦ . ٣١١ . ٣٧٩ .  
 فروق بين المتوسطات : ٩ - ٣ . ٣١٤ . ٣١٥ . ٣٥٦ . ٣٥٧ .  
 فروق طاق ( جهرية ) : - ٣١٠ . ٣٥٦ . ٣٧٥ .  
 قانون احتمالي : ٤ .

قانون الخطأ : ١٥١ .

قسمة : ٢٩ ، ٣٢ ، ٣٥ .

قياسات : ٢٧ .

قيم ( متصلة - متقطعة ) : ٤٦ ، ٤٧ ، ١٨٩ ، ١٩٧ ، ١٩٨ .

قيم حرجة : ٣٦٩ .

كا : ٢٤٥ ، ٢٤٦ ، ٢٥١ ، ٣٣٣ وما بعدها .

كا<sup>٢</sup> للجدول  $2 \times 2$  : ٢٤٧ وما بعدها .

كسور : ٢٨ ، ٣٠ .

كمية متصلة : ١٨٦ .

لوغاريتم : ٢١٨ .

(م) ، (ن) ، (هـ) ، (و) ، (ي)

متين : ٨٥ وما بعدها ، ١٦٥ ، ٣٦١ ، ٣٧٧ .

مبهمة : ٤٨ .

متغير : ٢٢ ، ١٨١ ، ١٨٢ ، ١٨٣ وما بعدها ، ٢٥٣ ، ٣٨٠ .

متغيرات : ٢٧ ، ٢١٥ .

متغير تابع : ٢٧٩ .

متغير ثنائي : ١٨٧ ، ٢٢٥ ، ٢٢٦ ، ٢٢٩ ، ٢٤٠ ، ٢٤١ .

متغير متصل : ٢٢٥ ، ٢٢٦ ، ٢٢٩ ، ٢٣٠ ، ٢٤٦ .

متغير مستقل : ٢٧٩ .

متوسط : ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٢ ، ٣٩ ، ٤١ ، ٩٧ ، ٩٩ وما بعدها ، ١١٢ .

١١٦ ، ١٢٩ ، ١٣٣ ، ١٤٠ ، ١٤٣ ، ١٤٧ ، ١٥٢ ، ١٥٣ ، ١٥٤ ، ١٥٥ .

وما بعدها ، ١٩٧ ، ١٩٩ ، ٢٧٩ ، ٢٨٧ ، ٢٩٨ ، ٣٠٤ ، ٣٥٥ وما بعدها .

٣٧٢ وما بعدها .

متوسط ارتباطات : ٢٢١ .

متوسط العينات : ٢٩٨

متوسط المتوسطات : ١٠٨ ، ٣٠٣

- متوسط مربعات : ٣٧٧ ، ٣٨٠ .
- متوسط معلّی : ٢٩٨ ، ٣٠٠ ، ٣١٠ .
- متوسط موزون : ٣٢٧ .
- مجتمع : ٢٤ ، ٢٩١ وما بعدها ، ٣٠٦ وما بعدها ، ٣٧٥ ، ٣٧٧ ، ٣٧٨ .
- مجتمع احصائی : ٢٧ .
- مجتمع اصلی : ٢٥ .
- مجتمع اعتدالی : ٣٥٨ .
- مجتمع مستهدف : ٢٥ .
- مجموعة مرجعية : ٣٨٠ وما بعدها .
- مجموعة معيارية : ٣٨٠ وما بعدها ، ٣٩٠ ، ٣٩١ .
- محك : ١٦٠ ، ١٦١ ، ١٨٦ ، ٢٣٦ .
- محور : ٥٦ ، ٦٥ .
- مدی : ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٤ ، ١٦١ ، ١٦٣ ، ٢٢٩ .
- مدی ریعی : ١٢٣ .
- مدی مطلق : ١٢١ ، ١٢٢ .
- مدرج تکراری : ٥٥ ، ٧٤ وما بعدها .
- مركز الفنة : ١٠٤ وما بعدها .
- مستوى : ٣٧٣ ، ٣٩١ ( مواضع متفرقة )
- مستوى الدلالة : ٢١٩ ، ٣١٠ وما بعدها ، ٣٥٦ ، ٣٦٩ وما بعدها .
- مستوى الفا : ٣١١ ، ٣١٢ .
- مستوى ثقة : ٣١٠ ، ٣١١ .
- صبح : ١٣ ، ٢٥ .
- مضلع تکراری : ٥٥ وما بعدها ، ٧٤ .
- معادلة الخط المستقیم : ؟؟؟؟
- معادلة شخصية : ٢ .
- معامل ارتباط الرتب : ١٨٨ ، ١٨٩ ، ٢٥٣ وما بعدها .

- معامل ارتباط العزوم : ١٨٨ ، ١٩٧ ، ٢٤١ .
- معامل ارتباط إيتا : ١٨٩ ، ٢٦٣ وما بعدها .
- معامل ارتباط بيرسون : ١٨٨ ، ١٩٧ وما بعدها ، ٢٢٥ ، ٢٣٧ ، ٢٥١ .
- ٢٥٧ ، ٢٦٣ ، ٢٧٦ ، ٢٧٨ .
- معامل ارتباط فاي : ١٨٧ ، ١٨٩ ، ٢٣٨ وما بعدها ، ٢٥١ .
- معامل الانساق لكيندال : ٢٥٨ وما بعدها .
- معامل الارتباط الثنائي : ١٨٨ ، ٢٣٧ وما بعدها .
- معامل الارتباط الثنائي الأصيل : ١٨٩ ، ٢٢٥ وما بعدها ، ٢٣٧ .
- معامل الارتباط الثلاثي : ١٨٨ ، ٢٥١ وما بعدها .
- معامل الارتباط الجزئي : ٢٧٥ ، ٢٧٧ وما بعدها .
- معامل الارتباط الرباعي : ١٨٩ ، ٢٤٦ وما بعدها .
- معامل الارتباط المتعدد : ٢٧٥ ، ٢٧٧ .
- معامل الاغتراب : ٢١٢ ، ٢١٣ .
- معامل التحدّد : ٢١١ ، ٢١٥ .
- معامل التوافق : ١٨٧ ، ١٨٩ ، ٢٥١ .
- معايير ( معيار ) : ٣٧٩ ، ٣٩٠ .
- معدلات قاعدية : ١٤ .
- معلومات : ٧ ، ١٢ ، ١٣ ، ٢٦ ، ٢٩٨ ، ٣٠٦ ، ٣٠٩ ، ٣١٠ ، ٣٢٦ .
- مفهوم احصائي : ٢٢ .
- مقاييس احصائية : ١٥٣ .
- مقدار : ٢٢ .
- مقلوب العدد : ٨٠ .
- مكونات أساسية : ٦ .
- منحنى : ٦٦ ، ٧٨ .
- منحنى احتمالات اعتدالي : ٢ .
- منحنى اعتدالي : ٣ ، ١٤٣ ، ١٥١ وما بعدها .

- منحني الخطأ الاعتدالي : ٤ ، ١٥٢ .  
 منحني ثنائي القمم : ٧٠ .  
 منحني متجمع : ٩٣ ، ٨٤ ، ٨٧ .  
 منحني متعدد القمم : ٧١ .  
 منوال : ٩٩ ، ١١١ ، وما بعدها ، ١١٦ .  
 مؤشر : ٢٦ ، ١٦١ ، ٢١١ ، ٢٥٧ .  
 فزعة مركزية : ٩٩ ، ١١٤ ، ١٢١ ، ١٤٥ ، ١٥١ .  
 نسبة ( نسب ) : ٣٨ ، وما بعدها ، ٣٢٤ ، وما بعدها ، ٣٥٨ ، وما بعدها ، ٣٧٧ ،  
 ٣٧٩ ، ٣٨٠ .  
 نسبة ارتباط : ٢٦٣ ، وما بعدها .  
 نسبة مئوية : ٣٨ ، وما بعدها .  
 نسبة حرجة : ٣٩١ .  
 نسبة ف : ٣٦١ ، ٣٦٨ ، ٣٦٩ .  
 نسبة معلمية : ٣٢٦ .  
 نسبة محدودة : ٢٥ .  
 نظرية الاحتمالات : ٢ ، ٣ ، ٧ .  
 نظرية الخطأ : ٢ .  
 نظرية العاملين : ٦ .  
 نظرية العوامل المتعددة : ٦ .  
 نظرية المكونات الأساسية : ٦ .  
 وحدات معيارية : ١٥٣ ، ١٥٥ ، ١٦٣ .  
 وسيط : ٨٦ ، ١١٢ ، ١١٤ ، ١١٧ .





**ملاحق**  
**الجدول الاحصائية الاساسية**



جدول (١) المربعات والجذور التربيعي ومكثوب الرقم  
وجنزه للأرقام الصحيحة من ١ إلى ١٠٠٠

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n$
١,.....	١,.....	١,.....	١	١
,٧-٧١	,٥-.....	١,٤١٤٢	٤	٢
,٥٧٧٤	,٣٣٣٣٣٣	١,٧٣٢١	٩	٣
,٥-....	,٢٥-.....	٢,.....	١٦	٤
,٤٤٧٢	,٢-.....	٢,٢٣٦١	٢٥	٥
,٤-٨٢	١,٦٦٦٦٧	٢,٤٤٩٥	٣٦	٦
,٤٧٨-	,١٢٤٨٥٧	٢,٦٤٥٨	٤٩	٧
,٣٥٣٦	,٢٥-....	٢,٨٢٨٤	٦٤	٨
,٣٣٣٣	,١١١١١١	٣,.....	٨١	٩
,٣١٦٢	,١-.....	٣,١٦٢٣	١٠٠	١٠
,٣-١٥	,٩-٩-٩	٣,٣١٦٦	١٢١	١١
,٢٨٨٧	,٨٣٣٣٣	٣,٤٦٤١	١٤٤	١٢
,٢٧٧٤	,٧٦٩٢٣	٣,٦-٥٦	١٦٩	١٣
,٢٦٧٢	,٧١٤٢٩	٣,٧٤١٧	١٩٦	١٤
,٢٥٨٢	,٦٦٦٦٧	٣,٨٧٣-	٢٢٥	١٥
,٢٥-..	,٦٢٥-..	٤,.....	٢٥٦	١٦
,٢٤٢٥	,٥٨٨٢٤	٤,١٢٣١	٢٨٩	١٧
,٢٣٥٧	,٥٥٥٥٦	٤,٢٤٢٦	٣٢٤	١٨
,٢٢٩٤	,٥٢٦٣٢	٤,٣٥٨٩	٣٦١	١٩
,٢٢٣٦	,٥-.....	٤,٤٧٢١	٤٠٠	٢٠
,٢١٨٢	,٤٧٦٢	٤,٥٨٢٦	٤٤١	٢١
,٢١٣٢	,٤٥٤٥٥	٤,٦٩-٥	٤٨٤	٢٢
,٢-٨٥	,٤٣٤٧٨	٤,٧٩٥٨	٥٢٩	٢٣

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$n^2$	$n$
, ۲-۴۱	, .۴۱۶۶۷	۴, ۸۹۹۰	۵۷۶	۲۴
, ۲-...	, .۴-....	۵, -....	۲۶۵	۲۵
, ۱۹۶۱	, .۳۸۴۶۲	۵, -۹۹۰	۶۷۶	۲۶
, ۱۹۲۵	, .۳۷۰۳۷	۵, ۱۹۶۲	۷۲۹	۲۷
, ۱۸۹۰	, .۳۵۷۱۴	۵, ۲۹۱۵	۷۸۴	۲۸
, ۱۸۵۷	, .۳۴۴۸۳	۵, ۳۸۵۲	۸۴۱	۲۹
, ۱۸۲۶	, .۳۳۲۳۳	۵, ۴۷۷۲	۹۰۰	۳۰
, ۱۷۹۶	, .۳۲۰۵۸	۵, ۵۶۷۸	۹۶۱	۳۱
, ۱۷۶۸	, .۳۰۹۲۵	۵, ۶۵۶۹	۱۰۲۴	۳۲
, ۱۷۴۱	, .۳۰۰۰۰	۵, ۷۴۴۶	۱۰۸۹	۳۳
, ۱۷۱۵	, .۲۹۴۱۲	۵, ۸۳۱۰	۱۱۵۶	۳۴
, ۱۶۹۰	, .۲۸۵۷۱	۵, ۹۱۶۱	۱۲۲۵	۳۵
, ۱۶۶۷	, .۲۷۷۷۸	۶, -....	۱۲۹۶	۳۶
, ۱۶۴۴	, .۲۷۰۲۷	۶, -۸۲۸	۱۳۶۹	۳۷
, ۱۶۲۲	, .۲۶۳۱۶	۶, ۱۶۴۴	۱۴۴۴	۳۸
, ۱۶۰۱	, .۲۵۶۴۱	۶, ۲۴۵۰	۱۵۲۱	۳۹
, ۱۵۸۱	, .۲۵۰۰۰	۶, ۳۲۴۶	۱۶۰۰	۴۰
, ۱۵۶۲	, .۲۴۳۹۰	۶, ۴۰۳۱	۱۶۸۱	۴۱
, ۱۵۴۳	, .۲۳۸۱۰	۶, ۴۸۰۷	۱۷۶۴	۴۲
, ۱۵۲۵	, .۲۳۲۵۶	۶, ۵۵۷۴	۱۸۴۹	۴۳
, ۱۵۰۸	, .۲۲۷۲۷	۶, ۶۳۳۲	۱۹۳۶	۴۴
, ۱۴۹۱	, .۲۲۲۲۲	۶, ۷۰۸۲	۲۰۲۵	۴۵
, ۱۴۷۴	, .۲۱۷۳۹	۶, ۷۸۲۳	۲۱۱۶	۴۶
, ۱۴۵۹	, .۲۱۲۷۷	۶, ۸۵۵۷	۲۲۰۹	۴۷
, ۱۴۴۳	, .۲۰۸۳۳	۶, ۹۲۸۲	۲۳۰۴	۴۸
, ۱۴۲۹	, .۲۰۴۰۸	۷, -....	۲۴۰۱	۴۹

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^2$	$n$
.۱۴۱۴	.۰۰۰۰۰۲	۷.۷۱۱	۲۵.۰۰	۵.۰
.۱۴۰۰	.۰۰۰۰۰۸	۷.۱۴۱۴	۲۶.۰۱	۵.۱
.۱۳۸۷	.۰۰۰۰۲۱	۷.۲۱۱۱	۲۷.۰۴	۵.۲
.۱۳۷۴	.۰۰۰۰۶۸	۷.۲۸۰۱	۲۸.۰۹	۵.۳
.۱۳۶۱	.۰۰۰۰۱۹	۷.۳۴۸۵	۲۹.۱۶	۵.۴
.۱۳۴۸	.۰۰۰۰۸۲	۷.۴۱۶۲	۳۰.۲۵	۵.۵
.۱۳۳۶	.۰۰۰۰۸۷	۷.۴۸۳۳	۳۱.۳۶	۵.۶
.۱۳۲۵	.۰۰۰۰۴۴	۷.۵۴۹۸	۳۲.۴۹	۵.۷
.۱۳۱۳	.۰۰۰۰۴۱	۷.۶۱۵۸	۳۳.۶۴	۵.۸
.۱۳۰۲	.۰۰۰۰۴۹	۷.۶۸۱۱	۳۴.۸۱	۵.۹
.۱۲۹۱	.۰۰۰۰۶۷	۷.۷۴۶۰	۳۶.۰۰	۶.۰
.۱۲۸۰	.۰۰۰۰۴۳	۷.۸۱۰۲	۳۷.۲۱	۶.۱
.۱۲۷۰	.۰۰۰۰۴۹	۷.۸۷۴۰	۳۸.۴۴	۶.۲
.۱۲۶۰	.۰۰۰۰۸۷	۷.۹۳۷۳	۳۹.۶۹	۶.۳
.۱۲۵۰	.۰۰۰۰۴۵	۸.۰۰۰۰	۴۰.۹۶	۶.۴
.۱۲۴۰	.۰۰۰۰۸۵	۸.۰۶۲۳	۴۲.۲۵	۶.۵
.۱۲۳۱	.۰۰۰۰۱۵	۸.۱۲۴۰	۴۳.۵۶	۶.۶
.۱۲۲۲	.۰۰۰۰۴۵	۸.۱۸۵۴	۴۴.۸۹	۶.۷
.۱۲۱۳	.۰۰۰۰۷۶	۸.۲۴۶۲	۴۶.۲۴	۶.۸
.۱۲۰۴	.۰۰۰۰۹۳	۸.۳۰۶۶	۴۷.۶۱	۶.۹
.۱۱۹۵	.۰۰۰۰۸۶	۸.۳۶۶۶	۴۹.۰۰	۷.۰
.۱۱۸۷	.۰۰۰۰۸۵	۸.۴۲۶۱	۵۰.۴۱	۷.۱
.۱۱۷۹	.۰۰۰۰۸۸	۸.۴۸۵۳	۵۱.۸۴	۷.۲
.۱۱۷۰	.۰۰۰۰۹۹	۸.۵۴۴۰	۵۳.۲۹	۷.۳
.۱۱۶۲	.۰۰۰۰۱۴	۸.۶۰۲۳	۵۴.۷۶	۷.۴
.۱۱۵۵	.۰۰۰۰۳۳	۸.۶۶۰۳	۵۶.۲۵	۷.۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n$
.۱۱۴۷	.۰۱۳۱۵۸	۸,۷۱۷۸	۵۷۷۶	۷۶
.۱۱۴۰	.۰۱۲۹۸۷	۸,۷۷۵۰	۵۹۲۹	۷۷
.۱۱۳۲	.۰۱۲۸۲۱	۸,۸۳۱۸	۶۰۸۴	۷۸
.۱۱۲۵	.۰۱۲۶۵۸	۸,۸۸۸۲	۶۲۴۱	۷۹
.۱۱۱۸	.۰۱۲۵۰۰	۸,۹۴۴۳	۶۴۰۰	۸۰
.۱۱۱۱	.۰۱۲۳۴۶	۹,۰۰۰۰	۶۵۶۱	۸۱
.۱۱۰۴	.۰۱۲۱۹۵	۹,۰۵۵۴	۶۷۲۴	۸۲
.۱۰۹۸	.۰۱۲۰۴۸	۹,۱۱۰۴	۶۸۸۹	۸۳
.۱۰۹۱	.۰۱۱۹۰۵	۹,۱۶۵۲	۷۰۵۶	۸۴
.۱۰۸۵	.۰۱۱۷۶۵	۹,۲۱۹۵	۷۲۲۵	۸۵
.۱۰۷۸	.۰۱۱۶۲۸	۹,۲۷۳۶	۷۳۹۶	۸۶
.۱۰۷۲	.۰۱۱۴۹۴	۹,۳۲۷۴	۷۵۶۹	۸۷
.۱۰۶۶	.۰۱۱۳۶۴	۹,۳۸۰۸	۷۷۴۴	۸۸
.۱۰۶۰	.۰۱۱۲۳۶	۹,۴۳۴۰	۷۹۲۱	۸۹
.۱۰۵۴	.۰۱۱۱۱۱	۹,۴۸۶۸	۸۱۰۰	۹۰
.۱۰۴۸	.۰۱۰۹۸۹	۹,۵۳۹۴	۸۲۸۱	۹۱
.۱۰۴۳	.۰۱۰۸۷۰	۹,۵۹۱۷	۸۴۶۴	۹۲
.۱۰۳۷	.۰۱۰۷۵۳	۹,۶۴۳۷	۸۶۴۹	۹۳
.۱۰۳۱	.۰۱۰۶۳۸	۹,۶۹۵۴	۸۸۳۶	۹۴
.۱۰۲۶	.۰۱۰۵۲۶	۹,۷۴۶۸	۹۰۲۵	۹۵
.۱۰۲۱	.۰۱۰۴۱۷	۹,۷۹۸۰	۹۲۱۶	۹۶
.۱۰۱۵	.۰۱۰۳۰۹	۹,۸۴۸۹	۹۴۰۹	۹۷
.۱۰۱۰	.۰۱۰۲۰۴	۹,۸۹۹۵	۹۶۰۴	۹۸
.۱۰۰۵	.۰۱۰۱۰۱	۹,۹۴۹۹	۹۸۰۱	۹۹
.۱۰۰۰	.۰۱۰۰۰۰	۱۰,۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$z_n$	$n$
.۰۹۹۵	..۰۹۹۰۱	۱۰۰.۰۰۰۹۹	۱۰۰۰.۰۰۰۱	۱۰۰
.۰۹۹۰	..۰۹۸۰۰	۱۰۰.۰۰۰۹۹	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۸۵	..۰۹۷۰۰	۱۰۰.۰۰۰۹۸	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۸۱	..۰۹۶۱۰	۱۰۰.۰۰۰۹۸	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۷۶	..۰۹۵۲۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۷۱	..۰۹۴۳۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۶۷	..۰۹۳۴۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۶۲	..۰۹۲۵۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۵۸	..۰۹۱۷۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۵۳	..۰۹۰۹۱	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۴۹	..۰۹۰۰۹	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۴۵	..۰۸۹۲۹	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۴۱	..۰۸۸۵۰	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۳۷	..۰۸۷۷۲	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۳۳	..۰۸۶۹۶	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۲۸	..۰۸۶۲۱	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۲۵	..۰۸۵۴۷	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۲۱	..۰۸۴۷۵	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۱۷	..۰۸۴۰۳	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۱۳	..۰۸۳۳۳	۱۰۰.۰۰۰۹۷	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۰۹	..۰۸۲۶۰	۱۱.۰۰۰۰۰	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۰۵	..۰۸۱۹۷	۱۱.۰۰۰۰۰	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۹۰۲	..۰۸۱۳۰	۱۱.۰۰۰۰۰	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۸۹۸	..۰۸۰۶۵	۱۱.۰۰۰۰۰	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰
.۰۸۹۴	..۰۸۰۰۰	۱۱.۰۰۰۰۰	۱۰۰۰.۰۰۰۰	۱۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$	$n$
.۰۸۹۱	...۷۹۳۷	۱۱,۲۲۵۰	۱۵۸۷۶	۱۲۶
.۰۸۸۷	...۷۸۷۴	۱۱,۲۶۹۴	۱۶۱۲۹	۱۲۷
.۰۸۸۴	...۷۸۱۳	۱۱,۳۱۳۷	۱۶۳۸۴	۱۲۸
.۰۸۸۰	...۷۷۵۲	۱۱,۳۵۷۸	۱۶۶۴۱	۱۲۹
.۰۸۷۷	...۷۶۹۲	۱۱,۴۰۱۸	۱۶۹۰۰	۱۳۰
.۰۸۷۴	...۷۶۳۴	۱۱,۴۴۵۵	۱۷۱۶۱	۱۳۱
.۰۸۷۰	...۷۵۷۶	۱۱,۴۸۹۱	۱۷۴۲۴	۱۳۲
.۰۸۶۷	...۷۵۱۹	۱۱,۵۳۲۶	۱۷۶۸۹	۱۳۳
.۰۸۶۴	...۷۴۶۳	۱۱,۵۷۵۸	۱۷۹۵۶	۱۳۴
.۰۸۶۱	...۷۴۰۷	۱۱,۶۱۹۰	۱۸۲۲۵	۱۳۵
.۰۸۵۷	...۷۳۵۳	۱۱,۶۶۱۹	۱۸۴۹۶	۱۳۶
.۰۸۵۴	...۷۲۹۹	۱۱,۷۰۴۷	۱۸۷۶۹	۱۳۷
.۰۸۵۱	...۷۲۴۶	۱۱,۷۴۷۳	۱۹۰۴۴	۱۳۸
.۰۸۴۸	...۷۱۹۴	۱۱,۷۸۹۸	۱۹۳۲۱	۱۳۹
.۰۸۴۵	...۷۱۴۳	۱۱,۸۳۲۲	۱۹۶۰۰	۱۴۰
.۰۸۴۲	...۷۰۹۲	۱۱,۸۷۴۳	۱۹۸۸۱	۱۴۱
.۰۸۳۹	...۷۰۴۲	۱۱,۹۱۶۴	۲۰۱۶۴	۱۴۲
.۰۸۳۶	...۶۹۹۳	۱۱,۹۵۸۳	۲۰۴۴۹	۱۴۳
.۰۸۳۳	...۶۹۴۴	۱۲,۰۰۰۰	۲۰۷۳۶	۱۴۴
.۰۸۳۰	...۶۸۹۷	۱۲,۰۴۱۶	۲۱۰۲۵	۱۴۵
.۰۸۲۸	...۶۸۴۹	۱۲,۰۸۳۰	۲۱۳۱۶	۱۴۶
.۰۸۲۵	...۶۸۰۳	۱۲,۱۲۴۴	۲۱۶۰۹	۱۴۷
.۰۸۲۲	...۶۷۵۷	۱۲,۱۶۵۵	۲۱۹۰۴	۱۴۸
.۰۸۱۹	...۶۷۱۱	۱۲,۲۰۶۶	۲۲۲۰۱	۱۴۹
.۰۸۱۶	...۶۶۶۷	۱۲,۲۴۷۴	۲۲۵۰۰	۱۵۰



تکلیف جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^2$	$n$
.۰۸۱۴	..۰۶۶۲۳	۱۲,۲۸۸۲	۲۲۸.۱	۱۵۱
.۰۸۱۱	..۰۶۵۷۹	۱۲,۳۲۸۸	۲۳۱.۴	۱۵۲
.۰۸۰۸	..۰۶۵۳۶	۱۲,۳۶۹۳	۲۳۴.۹	۱۵۳
.۰۸۰۶	..۰۶۴۹۴	۱۲,۴۰۹۷	۲۳۷۱۶	۱۵۴
.۰۸۰۳	..۰۶۴۵۲	۱۲,۴۴۹۹	۲۴۰۲۵	۱۵۵
.۰۸۰۱	..۰۶۴۱۰	۱۲,۴۹۰۰	۲۴۳۳۶	۱۵۶
.۰۷۹۸	..۰۶۳۶۹	۱۲,۵۳۰۰	۲۴۶۴۹	۱۵۷
.۰۷۹۶	..۰۶۳۲۹	۱۲,۵۶۹۸	۲۴۹۶۴	۱۵۸
.۰۷۹۳	..۰۶۲۸۹	۱۲,۶۰۹۵	۲۵۲۸۱	۱۵۹
.۰۷۹۱	..۰۶۲۵۰	۱۲,۶۴۹۱	۲۵۶۰۰	۱۶۰
.۰۷۸۸	..۰۶۲۱۱	۱۲,۶۸۸۶	۲۵۹۲۱	۱۶۱
.۰۷۸۶	..۰۶۱۷۳	۱۲,۷۲۷۹	۲۶۲۴۴	۱۶۲
.۰۷۸۳	..۰۶۱۳۵	۱۲,۷۶۷۱	۲۶۵۶۹	۱۶۳
.۰۷۸۱	..۰۶۰۹۸	۱۲,۸۰۶۲	۲۶۸۹۶	۱۶۴
.۰۷۷۸	..۰۶۰۶۱	۱۲,۸۴۵۲	۲۷۲۲۵	۱۶۵
.۰۷۷۶	..۰۶۰۲۴	۱۲,۸۸۴۱	۲۷۵۵۶	۱۶۶
.۰۷۷۴	..۰۵۹۸۸	۱۲,۹۲۲۸	۲۷۸۸۹	۱۶۷
.۰۷۷۲	..۰۵۹۵۲	۱۲,۹۶۱۵	۲۸۲۲۴	۱۶۸
.۰۷۶۹	..۰۵۹۱۷	۱۳,۰۰۰۰	۲۸۵۶۱	۱۶۹
.۰۷۶۷	..۰۵۸۸۲	۱۳,۰۳۸۴	۲۸۹۰۰	۱۷۰
.۰۷۶۵	..۰۵۸۴۸	۱۳,۰۷۶۷	۲۹۲۴۱	۱۷۱
.۰۷۶۲	..۰۵۸۱۴	۱۳,۱۱۴۹	۲۹۵۸۴	۱۷۲
.۰۷۶۰	..۰۵۷۸۰	۱۳,۱۵۲۹	۲۹۹۲۹	۱۷۳
.۰۷۵۸	..۰۵۷۴۷	۱۳,۱۹۰۹	۳۰۲۷۶	۱۷۴
.۰۷۵۶	..۰۵۷۱۴	۱۳,۲۲۸۸	۳۰۶۲۵	۱۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$2_n$	$n$
.۰۷۵۴	.۰۰۰۵۶۸۲	۱۳,۲۶۶۵	۳.۹۷۶	۱۷۶
.۰۷۵۲	.۰۰۰۵۶۵۰	۱۳,۳۰۴۱	۳۱۳۲۹	۱۷۷
.۰۷۵۰	.۰۰۰۵۶۱۸	۱۳,۳۴۱۷	۳۱۶۸۴	۱۷۸
.۰۷۴۷	.۰۰۰۵۵۸۷	۱۳,۳۷۹۱	۳۲۰۴۱	۱۷۹
.۰۷۴۵	.۰۰۰۵۵۵۶	۱۳,۴۱۶۴	۳۲۴۰۰	۱۸۰
.۰۷۴۳	.۰۰۰۵۵۲۵	۱۳,۴۵۳۶	۳۲۷۶۱	۱۸۱
.۰۷۴۱	.۰۰۰۵۴۹۵	۱۳,۴۹۰۷	۳۳۱۲۴	۱۸۲
.۰۷۳۹	.۰۰۰۵۴۶۴	۱۳,۵۲۷۷	۳۳۴۸۹	۱۸۳
.۰۷۳۷	.۰۰۰۵۴۳۵	۱۳,۵۶۴۷	۳۳۸۵۶	۱۸۴
.۰۷۳۵	.۰۰۰۵۴۰۵	۱۳,۶۰۱۵	۳۴۲۲۵	۱۸۵
.۰۷۳۳	.۰۰۰۵۳۷۶	۱۳,۶۳۸۲	۳۴۵۹۶	۱۸۶
.۰۷۳۱	.۰۰۰۵۳۴۸	۱۳,۶۷۴۸	۳۴۹۶۹	۱۸۷
.۰۷۲۹	.۰۰۰۵۳۱۹	۱۳,۷۱۱۳	۳۵۳۴۴	۱۸۸
.۰۷۲۷	.۰۰۰۵۲۹۱	۱۳,۷۴۷۷	۳۵۷۲۱	۱۸۹
.۰۷۲۵	.۰۰۰۵۲۶۳	۱۳,۷۸۴۰	۳۶۱۰۰	۱۹۰
.۰۷۲۴	.۰۰۰۵۲۳۶	۱۳,۸۲۰۳	۳۶۴۸۱	۱۹۱
.۰۷۲۲	.۰۰۰۵۲۰۸	۱۳,۸۵۶۴	۳۶۸۶۴	۱۹۲
.۰۷۲۰	.۰۰۰۵۱۸۱	۱۳,۸۹۲۴	۳۷۲۴۹	۱۹۳
.۰۷۱۸	.۰۰۰۵۱۵۵	۱۳,۹۲۸۴	۳۷۶۳۶	۱۹۴
.۰۷۱۶	.۰۰۰۵۱۲۸	۱۳,۹۶۴۲	۳۸۰۲۵	۱۹۵
.۰۷۱۴	.۰۰۰۵۱۰۲	۱۴,۰۰۰۰	۳۸۴۱۶	۱۹۶
.۰۷۱۲	.۰۰۰۵۰۷۶	۱۴,۰۳۵۷	۳۸۸۰۹	۱۹۷
.۰۷۱۱	.۰۰۰۵۰۵۱	۱۴,۰۷۱۲	۳۹۲۰۴	۱۹۸
.۰۷۰۹	.۰۰۰۵۰۲۵	۱۴,۱۰۶۷	۳۹۶۰۱	۱۹۹
.۰۷۰۷	.۰۰۰۵۰۰۰	۱۴,۱۴۲۱	۴۰۰۰۰	۲۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{x}$	$x^n$	$x^n$
.۰۷۰۰	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۱۷۷۴	۴۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰
.۰۷۰۱	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۲, ۲۱۲۷	۴۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۲
.۰۷۰۲	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۲۴۷۸	۴۱۲۰۰۰	۲۰۳
.۰۷۰۳	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۲۸۲۹	۴۱۶۱۶	۲۰۴
.۰۷۰۴	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۳۱۷۸	۴۲۰۲۵	۲۰۵
.۰۷۰۵	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۳۵۲۷	۴۲۴۳۶	۲۰۶
.۰۷۰۶	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۳۸۷۵	۴۲۸۴۹	۲۰۷
.۰۷۰۷	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۴۲۲۲	۴۳۲۶۴	۲۰۸
.۰۷۰۸	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۴۵۶۸	۴۳۶۸۱	۲۰۹
.۰۷۰۹	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۴۹۱۴	۴۴۱۰۰	۲۱۰
.۰۷۱۰	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۵۲۵۸	۴۴۵۲۱	۲۱۱
.۰۷۱۱	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۵۶۰۲	۴۴۹۴۴	۲۱۲
.۰۷۱۲	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۵۹۴۵	۴۵۳۶۹	۲۱۳
.۰۷۱۳	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۶۲۸۷	۴۵۷۹۶	۲۱۴
.۰۷۱۴	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۶۶۲۹	۴۶۲۲۵	۲۱۵
.۰۷۱۵	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۶۹۶۹	۴۶۶۵۶	۲۱۶
.۰۷۱۶	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۷۳۰۹	۴۷۰۸۹	۲۱۷
.۰۷۱۷	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۷۶۴۸	۴۷۵۲۴	۲۱۸
.۰۷۱۸	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۷۹۸۶	۴۷۹۶۱	۲۱۹
.۰۷۱۹	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۸۳۲۴	۴۸۴۰۰	۲۲۰
.۰۷۲۰	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۸۶۶۱	۴۸۸۴۱	۲۲۱
.۰۷۲۱	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۸۹۹۷	۴۹۲۸۴	۲۲۲
.۰۷۲۲	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۹۳۳۲	۴۹۷۲۹	۲۲۳
.۰۷۲۳	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۴, ۹۶۶۶	۵۰۱۷۶	۲۲۴
.۰۷۲۴	..۰۰۰۰۰۷۰	۱۵, ۰۰۰۰	۵۰۶۲۵	۲۲۵

**تابع جدول (۱)**

$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	$\frac{1}{x}$	$\sqrt[3]{x}$	$\sqrt{x}$	$x$
.770	... 4420	10. - 232	01. - 77	227
.772	... 44.0	10. - 770	01029	227
.772	... 4387	10. - 997	01982	228
.771	... 4377	10. 1327	02221	229
.769	... 4328	10. 1708	029..	23.
.768	... 4329	10. 1987	03371	231
.767	... 431.	10. 2310	03822	232
.766	... 4292	10. 2623	04289	233
.762	... 4272	10. 2971	04707	232
.762	... 4200	10. 3297	05220	230
.761	... 4237	10. 3723	05797	237
.76.	... 4219	10. 3928	06179	237
.728	... 42.2	10. 4272	06722	238
.727	... 4182	10. 4097	07121	239
.720	... 4177	10. 4919	077..	22.
.722	... 4129	10. 5222	08.81	221
.723	... 4132	10. 5073	08072	222
.722	... 4110	10. 5880	09.29	223
.72.	... 2.98	10. 72.0	09037	222
.729	... 2.82	10. 7020	7..20	220
.728	... 2.70	10. 7822	7.017	227
.727	... 2.29	10. 7172	71..9	227
.720	... 2.32	10. 728.	710.2	228
.722	... 2.17	10. 7797	72..1	229
.722	... 2...	10. 8112	720..	20.

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{N}}$	$\frac{1}{N}$	$\sqrt{N}$	$N$	$N$
.۰۶۳۱	..۰۳۹۸۴	۱۵,۸۴۳	۶۳.۰۱	۲۵۱
.۰۶۳۰	..۰۳۹۶۸	۱۵,۸۷۴۵	۶۳۵.۴	۲۵۲
.۰۶۲۹	..۰۳۹۵۳	۱۵,۹۰۶۰	۶۴۰.۹	۲۵۳
.۰۶۲۷	..۰۳۹۳۷	۱۵,۹۳۷۴	۶۴۵۱۶	۲۵۴
.۰۶۲۶	..۰۳۹۲۲	۱۵,۹۶۸۷	۶۵۰.۲۵	۲۵۵
.۰۶۲۵	..۰۳۹۰۶	۱۶,۰۰۰۰	۶۵۵۳۶	۲۵۶
.۰۶۲۴	..۰۳۸۹۱	۱۶,۰۳۱۲	۶۶۰.۴۹	۲۵۷
.۰۶۲۳	..۰۳۸۷۶	۱۶,۰۶۲۴	۶۶۵۶۴	۲۵۸
.۰۶۲۱	..۰۳۸۶۱	۱۶,۰۹۳۵	۶۷۰.۸۱	۲۵۹
.۰۶۲۰	..۰۳۸۴۶	۱۶,۱۲۴۵	۶۷۶.۰۰	۲۶۰
.۰۶۱۹	..۰۳۸۳۱	۱۶,۱۵۵۵	۶۸۱۲۱	۲۶۱
.۰۶۱۸	..۰۳۸۱۷	۱۶,۱۸۶۴	۶۸۶۴۴	۲۶۲
.۰۶۱۷	..۰۳۸۰۲	۱۶,۲۱۷۳	۶۹۱۶۹	۲۶۳
.۰۶۱۵	..۰۳۷۸۸	۱۶,۲۴۸۱	۶۹۶۹۶	۲۶۴
.۰۶۱۴	..۰۳۷۷۴	۱۶,۲۷۸۸	۷۰۲۲۵	۲۶۵
.۰۶۱۳	..۰۳۷۵۹	۱۶,۳۰۹۵	۷۰۷۵۶	۲۶۶
.۰۶۱۲	..۰۳۷۴۵	۱۶,۳۴۰۱	۷۱۲۸۹	۲۶۷
.۰۶۱۱	..۰۳۷۳۱	۱۶,۳۷۰۷	۷۱۸۲۴	۲۶۸
.۰۶۱۰	..۰۳۷۱۷	۱۶,۴۰۱۲	۷۲۳۶۱	۲۶۹
.۰۶۰۹	..۰۳۷۰۴	۱۶,۴۳۱۷	۷۲۹.۰۰	۲۷۰
.۰۶۰۷	..۰۳۶۹۰	۱۶,۴۶۲۱	۷۳۴۴۱	۲۷۱
.۰۶۰۶	..۰۳۶۷۶	۱۶,۴۹۲۴	۷۳۹۸۴	۲۷۲
.۰۶۰۵	..۰۳۶۶۳	۱۶,۵۲۲۷	۷۴۵۲۹	۲۷۳
.۰۶۰۴	..۰۳۶۵۰	۱۶,۵۵۲۹	۷۵۰۷۶	۲۷۴
.۰۶۰۳	..۰۳۶۳۶	۱۶,۵۸۳۱	۷۵۶۲۵	۲۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$n^2$	$n$
,.۶۰۲	,..۳۶۲۳	۱۶,۶۱۳۲	۷۶۱۷۶	۲۷۶
,.۶۰۱	,..۳۶۱۰	۱۶,۶۴۳۳	۷۶۷۲۹	۲۷۷
,.۶۰۰	,..۳۵۹۷	۱۶,۶۷۳۳	۷۷۲۸۴	۲۷۸
,.۵۹۹	,..۳۵۸۴	۱۶,۷۰۳۳	۷۷۸۴۱	۲۷۹
,.۵۹۸	,..۳۵۷۱	۱۶,۷۳۳۲	۷۸۴۰۰	۲۸۰
,.۵۹۷	,..۳۵۵۹	۱۶,۷۶۳۱	۷۸۹۶۱	۲۸۱
,.۵۹۶	,..۳۵۴۶	۱۶,۷۹۲۹	۷۹۵۲۴	۲۸۲
,.۵۹۴	,..۳۵۳۴	۱۶,۸۲۲۶	۸۰۰۸۹	۲۸۳
,.۵۹۳	,..۳۵۲۱	۱۶,۸۵۲۳	۸۰۶۵۶	۲۸۴
,.۵۹۲	,..۳۵۰۹	۱۶,۸۸۱۹	۸۱۲۲۵	۲۸۵
,.۵۹۱	,..۳۴۹۷	۱۶,۹۱۱۵	۸۱۷۹۶	۲۸۶
,.۵۹۰	,..۳۴۸۴	۱۶,۹۴۱۱	۸۲۳۶۹	۲۸۷
,.۵۸۹	,..۳۴۷۲	۱۶,۹۷۰۶	۸۲۹۴۴	۲۸۸
,.۵۸۸	,..۳۴۶۰	۱۷,۰۰۰۰	۸۳۵۲۱	۲۸۹
,.۵۸۷	,..۳۴۴۸	۱۷,۰۲۹۴	۸۴۱۰۰	۲۹۰
,.۵۸۶	,..۳۴۳۶	۱۷,۰۵۸۷	۸۴۶۸۱	۲۹۱
,.۵۸۵	,..۳۴۲۵	۱۷,۰۸۸۵	۸۵۲۶۴	۲۹۲
,.۵۸۴	,..۳۴۱۳	۱۷,۱۱۷۲	۸۵۸۴۹	۲۹۳
,.۵۸۳	,..۳۴۰۱	۱۷,۱۴۶۴	۸۶۴۳۶	۲۹۴
,.۵۸۲	,..۳۳۹۰	۱۷,۱۷۵۶	۸۷۰۲۵	۲۹۵
,.۵۸۱	,..۳۳۷۸	۱۷,۲۰۴۷	۸۷۶۱۶	۲۹۶
,.۵۸۰	,..۳۳۶۷	۱۷,۲۳۳۷	۸۸۲۰۹	۲۹۷
,.۵۷۹	,..۳۳۵۶	۱۷,۲۶۲۷	۸۸۸۰۴	۲۹۸
,.۵۷۸	,..۳۳۴۴	۱۷,۲۹۱۶	۸۹۴۰۱	۲۹۹
,.۵۷۷	,..۳۳۳۳	۱۷,۳۲۰۵	۹۰۰۰۰	۳۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$	$n$
.۰۰۵۷۶	..۳۳۲۲	۱۷,۳۴۹۴	۹۰۶۰۱	۳۰۱
.۰۰۵۷۵	..۳۳۱۱	۱۷,۳۷۸۱	۹۱۲۰۴	۳۰۲
.۰۰۵۷۴	..۳۳۰۰	۱۷,۴۰۶۹	۹۱۸۰۹	۳۰۳
.۰۰۵۷۴	..۳۲۸۹	۱۷,۴۳۵۶	۹۲۴۱۶	۳۰۴
.۰۰۵۷۳	..۳۲۷۹	۱۷,۴۶۴۲	۹۳۰۲۵	۳۰۵
.۰۰۵۷۲	..۳۲۶۸	۱۷,۴۹۲۹	۹۳۶۳۶	۳۰۶
.۰۰۵۷۱	..۳۲۵۷	۱۷,۵۲۱۴	۹۴۲۴۹	۳۰۷
.۰۰۵۷۰	..۳۲۴۷	۱۷,۵۴۹۹	۹۴۸۶۴	۳۰۸
.۰۰۵۶۹	..۳۲۳۶	۱۷,۵۷۸۴	۹۵۴۸۱	۳۰۹
.۰۰۵۶۸	..۳۲۲۶	۱۷,۶۰۶۸	۹۶۱۰۰	۳۱۰
.۰۰۵۶۷	..۳۲۱۵	۱۷,۶۳۵۲	۹۶۷۲۱	۳۱۱
.۰۰۵۶۶	..۳۲۰۵	۱۷,۶۶۳۵	۹۷۳۴۴	۳۱۲
.۰۰۵۶۵	..۳۱۹۵	۱۷,۶۹۱۸	۹۷۹۶۹	۳۱۳
.۰۰۵۶۴	..۳۱۸۵	۱۷,۷۲۰۰	۹۸۵۹۶	۳۱۴
.۰۰۵۶۳	..۳۱۷۵	۱۷,۷۴۸۲	۹۹۲۲۵	۳۱۵
.۰۰۵۶۳	..۳۱۶۵	۱۷,۷۷۶۴	۹۹۸۵۶	۳۱۶
.۰۰۵۶۲	..۳۱۵۵	۱۷,۸۰۴۵	۱۰۰۰۴۸۹	۳۱۷
.۰۰۵۶۱	..۳۱۴۵	۱۷,۸۳۲۶	۱۰۰۱۱۲۴	۳۱۸
.۰۰۵۶۰	..۳۱۳۵	۱۷,۸۶۰۶	۱۰۰۱۷۶۱	۳۱۹
.۰۰۵۵۹	..۳۱۲۵	۱۷,۸۸۸۵	۱۰۰۲۴۰۰	۳۲۰
.۰۰۵۵۸	..۳۱۱۵	۱۷,۹۱۶۵	۱۰۰۳۰۴۱	۳۲۱
.۰۰۵۵۷	..۳۱۰۶	۱۷,۹۴۴۴	۱۰۰۳۶۸۴	۳۲۲
.۰۰۵۵۶	..۳۰۹۶	۱۷,۹۷۲۲	۱۰۰۴۳۲۹	۳۲۳
.۰۰۵۵۶	..۳۰۸۶	۱۸,۰۰۰۰	۱۰۰۴۹۷۶	۳۲۴
.۰۰۵۵۵	..۳۰۷۷	۱۸,۰۲۷۸	۱۰۰۵۶۲۵	۳۲۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$2^n$	$n$
.00۴	۰۰۰۳.۶۷	۱۸.۰۰۰	۱.۶۲۷۶	۳۲۶
.00۳	۰۰۰۳.۰۸	۱۸.۰۸۳۱	۱.۶۹۲۹	۳۲۷
.00۲	۰۰۰۳.۴۹	۱۸.۱۱.۸	۱.۷۵۸۴	۳۲۸
.00۱	۰۰۰۳.۴۰	۱۸.۱۳۸۴	۱.۸۲۴۱	۳۲۹
.00۰	۰۰۰۳.۳۰	۱۸.۱۶۵۹	۱.۸۹۰۰	۳۳۰
.00۰	۰۰۰۳.۲۱	۱۸.۱۹۳۴	۱.۹۵۶۱	۳۳۱
.0۴۹	۰۰۰۳.۱۲	۱۸.۲۲.۹	۱۱.۲۲۴	۳۳۲
.0۴۸	۰۰۰۳.۰۳	۱۸.۲۴۸۳	۱۱.۸۸۹	۳۳۳
.0۴۷	۰۰۰۲۹۹۴	۱۸.۲۷۵۷	۱۱۱۵۵۶	۳۳۴
.0۴۶	۰۰۰۲۹۸۵	۱۸.۲۰۳۰	۱۱۲۲۲۵	۳۳۵
.0۴۶	۰۰۰۲۹۷۶	۱۸.۲۳۰۳	۱۱۲۸۹۶	۳۳۶
.0۴۵	۰۰۰۲۹۶۷	۱۸.۲۵۷۶	۱۱۳۵۶۹	۳۳۷
.0۴۴	۰۰۰۲۹۵۹	۱۸.۲۸۴۸	۱۱۴۲۴۴	۳۳۸
.0۴۳	۰۰۰۲۹۵۰	۱۸.۴۱۲۰	۱۱۴۹۲۱	۳۳۹
.0۴۲	۰۰۰۲۹۴۱	۱۸.۴۳۹۱	۱۱۵۶۰۰	۳۴۰
.0۴۲	۰۰۰۲۹۳۳	۱۸.۴۶۶۲	۱۱۶۲۸۱	۳۴۱
.0۴۱	۰۰۰۲۹۲۴	۱۸.۴۹۳۲	۱۱۶۹۶۴	۳۴۲
.0۴۰	۰۰۰۲۹۱۵	۱۸.۵۲۰۳	۱۱۷۶۴۹	۳۴۳
.0۳۹	۰۰۰۲۹۰۷	۱۸.۵۴۷۲	۱۱۸۳۳۶	۳۴۴
.0۳۸	۰۰۰۲۸۹۹	۱۸.۵۷۴۲	۱۱۹۰۲۵	۳۴۵
.0۳۸	۰۰۰۲۸۹۰	۱۸.۶۰۱۱	۱۱۹۷۱۶	۳۴۶
.0۳۷	۰۰۰۲۸۸۲	۱۸.۶۲۷۹	۱۲۰۴۰۹	۳۴۷
.0۳۶	۰۰۰۲۸۷۴	۱۸.۶۵۴۸	۱۲۱۱۰۴	۳۴۸
.0۳۵	۰۰۰۲۸۶۵	۱۸.۶۸۱۵	۱۲۱۸۰۱	۳۴۹
.0۳۵	۰۰۰۲۸۵۷	۱۸.۷۰۸۳	۱۲۲۵۰۰	۳۵۰



تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{y}}$	$\frac{1}{y}$	$\sqrt{y}$	$y^2$	$y$
.۰۰۵۳۴	..۰۲۸۴۹	۱۸.۷۳۰	۱۲۳۲.۱	۳۵۱
.۰۰۵۳۳	..۰۲۸۴۱	۱۸.۷۱۷	۱۲۳۹.۴	۳۵۲
.۰۰۵۳۲	..۰۲۸۳۳	۱۸.۷۰۴	۱۲۴۶.۹	۳۵۳
.۰۰۵۳۱	..۰۲۸۲۵	۱۸.۸۱۴۹	۱۲۵۳۱۶	۳۵۴
.۰۰۵۳۱	..۰۲۸۱۷	۱۸.۸۴۱۴	۱۲۶.۲۵	۳۵۵
.۰۰۵۳۰	..۰۲۸.۹	۱۸.۸۶۸	۱۲۶۷۳۶	۳۵۶
.۰۰۵۲۹	..۰۲۸.۱	۱۸.۸۹۴۴	۱۲۷۴۴۹	۳۵۷
.۰۰۵۲۹	..۰۲۷۹۳	۱۸.۹۲.۹	۱۲۸۱۶۴	۳۵۸
.۰۰۵۲۸	..۰۲۷۸۶	۱۸.۹۴۷۳	۱۲۸۸۸۱	۳۵۹
.۰۰۵۲۷	..۰۲۷۷۸	۱۸.۹۷۳۷	۱۲۹۶.۰	۳۶۰
.۰۰۵۲۶	..۰۲۷۷۰	۱۹.۰۰۰	۱۳۰۳۲۱	۳۶۱
.۰۰۵۲۶	..۰۲۷۶۲	۱۹.۰۲۶۳	۱۳۱.۴۴	۳۶۲
.۰۰۵۲۵	..۰۲۷۵۵	۱۹.۰۵۲۶	۱۳۱۷۶۹	۳۶۳
.۰۰۵۲۴	..۰۲۷۴۷	۱۹.۰۷۸۸	۱۳۲۴۹۶	۳۶۴
.۰۰۵۲۳	..۰۲۷۴۰	۱۹.۱۰۵۰	۱۳۳۲۲۵	۳۶۵
.۰۰۵۲۳	..۰۲۷۳۲	۱۹.۱۳۱۱	۱۳۳۹۵۶	۳۶۶
.۰۰۵۲۲	..۰۲۷۲۵	۱۹.۱۵۷۲	۱۳۴۶۸۹	۳۶۷
.۰۰۵۲۱	..۰۲۷۱۷	۱۹.۱۸۳۳	۱۳۵۴۲۴	۳۶۸
.۰۰۵۲۱	..۰۲۷۱۰	۱۹.۲.۹۴	۱۳۶۱۶۱	۳۶۹
.۰۰۵۲۰	..۰۲۷۰۳	۱۹.۲۳۵۴	۱۳۶۹.۰	۳۷۰
.۰۰۵۱۹	..۰۲۶۹۵	۱۹.۲۶۱۴	۱۳۷۶۴۱	۳۷۱
.۰۰۵۱۸	..۰۲۶۸۸	۱۹.۲۸۷۳	۱۳۸۳۸۴	۳۷۲
.۰۰۵۱۸	..۰۲۶۸۱	۱۹.۳۱۳۲	۱۳۹۱۲۹	۳۷۳
.۰۰۵۱۷	..۰۲۶۷۴	۱۹.۳۳۹۱	۱۳۹۸۷۶	۳۷۴
.۰۰۵۱۶	..۰۲۶۶۷	۱۹.۳۶۴۹	۱۴۰۶۲۵	۳۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^2$	$n$
.-۰۱۶	...۲۶۶.	۱۹,۳۹.۷	۱۴۱۳۷۶	۳۷۶
.-۰۱۵	...۲۶۵۳	۱۹,۴۱۶۵	۱۴۲۱۲۹	۳۷۷
.-۰۱۴	...۲۶۴۶	۱۹,۴۴۲۲	۱۴۲۸۸۴	۳۷۸
.-۰۱۳	...۲۶۳۹	۱۹,۴۶۷۹	۱۴۳۶۴۱	۳۷۹
.-۰۱۲	...۲۶۳۲	۱۹,۴۹۳۶	۱۴۴۴۰۰	۳۸۰
.-۰۱۱	...۲۶۲۵	۱۹,۵۱۹۲	۱۴۵۱۶۱	۳۸۱
.-۰۱۰	...۲۶۱۸	۱۹,۵۴۴۸	۱۴۵۹۲۴	۳۸۲
.-۰۰۹	...۲۶۱۱	۱۹,۵۷۰۴	۱۴۶۶۸۹	۳۸۳
.-۰۰۸	...۲۶۰۴	۱۹,۵۹۵۹	۱۴۷۴۵۶	۳۸۴
.-۰۰۷	...۲۵۹۷	۱۹,۶۲۱۴	۱۴۸۲۲۵	۳۸۵
.-۰۰۶	...۲۵۹۱	۱۹,۶۴۶۹	۱۴۸۹۹۶	۳۸۶
.-۰۰۵	...۲۵۸۴	۱۹,۶۷۲۳	۱۴۹۷۶۹	۳۸۷
.-۰۰۴	...۲۵۷۷	۱۹,۶۹۷۷	۱۵۰۵۴۴	۳۸۸
.-۰۰۳	...۲۵۷۱	۱۹,۷۲۳۱	۱۵۱۳۲۱	۳۸۹
.-۰۰۲	...۲۵۶۴	۱۹,۷۴۸۴	۱۵۲۱۰۰	۳۹۰
.-۰۰۱	...۲۵۵۸	۱۹,۷۷۳۷	۱۵۲۸۸۱	۳۹۱
.-۰۰۰	...۲۵۵۱	۱۹,۷۹۹۰	۱۵۳۶۶۴	۳۹۲
.-۰۰۰	...۲۵۴۵	۱۹,۸۲۴۲	۱۵۴۴۴۹	۳۹۳
.-۰۰۰	...۲۵۳۸	۱۹,۸۴۹۴	۱۵۵۲۳۶	۳۹۴
.-۰۰۰	...۲۵۳۲	۱۹,۸۷۴۶	۱۵۶۰۲۵	۳۹۵
.-۰۰۰	...۲۵۲۵	۱۹,۸۹۹۷	۱۵۶۸۱۶	۳۹۶
.-۰۰۰	...۲۵۱۹	۱۹,۹۲۴۹	۱۵۷۶۰۹	۳۹۷
.-۰۰۰	...۲۵۱۳	۱۹,۹۴۹۹	۱۵۸۴۰۴	۳۹۸
.-۰۰۰	...۲۵۰۶	۱۹,۹۷۵۰	۱۵۹۲۰۱	۳۹۹
.-۰۰۰	...۲۵۰۰	۲۰,۰۰۰۰	۱۶۰۰۰۰	۴۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$	$\frac{1}{x^n}$	$\sqrt[n]{x}$	$x^n$	$x$
.-۴۹۹	...۲۴۹۴	۲.-۲۵۰	۱۶۰۸۰۱	۴۰۱
.-۴۹۹	...۲۴۸۸	۲.-۴۹۹	۱۶۱۶۰۴	۴۰۲
.-۴۹۸	...۲۴۸۱	۲.-۷۴۹	۱۶۲۴۰۹	۴۰۳
.-۴۹۸	...۲۴۷۵	۲.-۹۹۸	۱۶۳۲۱۶	۴۰۴
.-۴۹۷	...۲۴۶۹	۲.-۱۲۴۶	۱۶۴۰۲۵	۴۰۵
.-۴۹۶	...۲۴۶۳	۲.-۱۴۹۴	۱۶۴۸۳۶	۴۰۶
.-۴۹۶	...۲۴۵۷	۲.-۱۷۴۲	۱۶۵۶۴۹	۴۰۷
.-۴۹۵	...۲۴۵۱	۲.-۱۹۹۰	۱۶۶۴۶۴	۴۰۸
.-۴۹۴	...۲۴۴۵	۲.-۲۲۳۷	۱۶۷۲۸۱	۴۰۹
.-۴۹۴	...۲۴۳۹	۲.-۲۴۸۵	۱۶۸۱۰۰	۴۱۰
.-۴۹۳	...۲۴۳۳	۲.-۲۷۳۱	۱۶۸۹۲۱	۴۱۱
.-۴۹۳	...۲۴۲۷	۲.-۲۹۷۸	۱۶۹۷۴۴	۴۱۲
.-۴۹۲	...۲۴۲۱	۲.-۳۲۲۴	۱۷۰۵۶۹	۴۱۳
.-۴۹۱	...۲۴۱۵	۲.-۳۴۷۰	۱۷۱۳۹۶	۴۱۴
.-۴۹۱	...۲۴۱۰	۲.-۳۷۱۵	۱۷۲۲۲۵	۴۱۵
.-۴۹۰	...۲۴۰۴	۲.-۳۹۶۱	۱۷۳۰۵۶	۴۱۶
.-۴۹۰	...۲۳۹۸	۲.-۴۲۰۶	۱۷۳۸۸۹	۴۱۷
.-۴۸۹	...۲۳۹۲	۲.-۴۴۵۰	۱۷۴۷۲۴	۴۱۸
.-۴۸۹	...۲۳۸۷	۲.-۴۶۹۵	۱۷۵۵۶۱	۴۱۹
.-۴۸۸	...۲۳۸۱	۲.-۴۹۳۹	۱۷۶۴۰۰	۴۲۰
.-۴۸۷	...۲۳۷۵	۲.-۵۱۸۳	۱۷۷۲۴۱	۴۲۱
.-۴۸۷	...۲۳۷۰	۲.-۵۴۲۶	۱۷۸۰۸۴	۴۲۲
.-۴۸۶	...۲۳۶۴	۲.-۵۶۷۰	۱۷۸۹۲۹	۴۲۳
.-۴۸۶	...۲۳۵۸	۲.-۵۹۱۳	۱۷۹۷۷۶	۴۲۴
.-۴۸۵	...۲۳۵۲	۲.-۶۱۵۵	۱۸۰۶۲۵	۴۲۵

**تکلیف جدول (۱)**

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	5
. . 280	. . . 2257	2 . . 7248	181577	227
. . 282	. . . 2257	2 . . 726 .	182229	227
. . 283	. . . 2257	2 . . 7282	183182	228
. . 283	. . . 2257	2 . . 7122	182 . 21	229
. . 284	. . . 2257	2 . . 7272	1829 . .	23 .
. . 284	. . . 2257	2 . . 72 . 0	185771	231
. . 281	. . . 2250	2 . . 7227	187722	232
. . 281	. . . 22 . 9	2 . . 72 . 87	187229	233
. . 28 .	. . . 22 . 2	2 . . 7227	188207	232
. . 279	. . . 2299	2 . . 7077	189220	230
. . 279	. . . 2292	2 . . 72 . 7	19 . . 97	237
. . 278	. . . 2288	2 . . 7 . 20	19 . 979	237
. . 278	. . . 2283	2 . . 7222	191222	238
. . 277	. . . 2278	2 . . 7023	192221	239
. . 277	. . . 2273	2 . . 7272	1937 . .	22 .
. . 276	. . . 2278	21 . . . .	192221	221
. . 276	. . . 2272	21 . . 238	195272	222
. . 270	. . . 2207	21 . . 277	197229	223
. . 270	. . . 2202	21 . . 713	197137	222
. . 272	. . . 2227	21 . . 90 .	198 . 20	220
. . 272	. . . 2222	21 . 1187	198917	227
. . 273	. . . 2237	21 . 1222	1998 . 9	227
. . 272	. . . 2232	21 . 127 .	2 . . 7 . 2	228
. . 272	. . . 2227	21 . 1297	2 . 17 . 1	229
. . 271	. . . 2222	21 . 2122	2 . 20 . .	20 .

**تکلیف جدول (۱)**

$\frac{1}{\sqrt{v}}$	$\frac{1}{v}$	$\sqrt{v}$	$v$	$v$
. . . 241	. . . 2214	21, 2378	2. 22. 1	201
. . . 242	. . . 2218	21, 2382	2. 22. 2	202
. . . 243	. . . 2222	21, 2386	2. 22. 3	203
. . . 244	. . . 2226	21, 2390	2. 22. 4	204
. . . 245	. . . 2230	21, 2394	2. 22. 5	205
. . . 246	. . . 2234	21, 2398	2. 22. 6	206
. . . 247	. . . 2238	21, 2402	2. 22. 7	207
. . . 248	. . . 2242	21, 2406	2. 22. 8	208
. . . 249	. . . 2246	21, 2410	2. 22. 9	209
. . . 250	. . . 2250	21, 2414	2. 23. 0	210
. . . 251	. . . 2254	21, 2418	2. 23. 1	211
. . . 252	. . . 2258	21, 2422	2. 23. 2	212
. . . 253	. . . 2262	21, 2426	2. 23. 3	213
. . . 254	. . . 2266	21, 2430	2. 23. 4	214
. . . 255	. . . 2270	21, 2434	2. 23. 5	215
. . . 256	. . . 2274	21, 2438	2. 23. 6	216
. . . 257	. . . 2278	21, 2442	2. 23. 7	217
. . . 258	. . . 2282	21, 2446	2. 23. 8	218
. . . 259	. . . 2286	21, 2450	2. 23. 9	219
. . . 260	. . . 2290	21, 2454	2. 24. 0	220
. . . 261	. . . 2294	21, 2458	2. 24. 1	221
. . . 262	. . . 2298	21, 2462	2. 24. 2	222
. . . 263	. . . 2302	21, 2466	2. 24. 3	223
. . . 264	. . . 2306	21, 2470	2. 24. 4	224
. . . 265	. . . 2310	21, 2474	2. 24. 5	225
. . . 266	. . . 2314	21, 2478	2. 24. 6	226
. . . 267	. . . 2318	21, 2482	2. 24. 7	227
. . . 268	. . . 2322	21, 2486	2. 24. 8	228
. . . 269	. . . 2326	21, 2490	2. 24. 9	229
. . . 270	. . . 2330	21, 2494	2. 25. 0	230
. . . 271	. . . 2334	21, 2498	2. 25. 1	231
. . . 272	. . . 2338	21, 2502	2. 25. 2	232
. . . 273	. . . 2342	21, 2506	2. 25. 3	233
. . . 274	. . . 2346	21, 2510	2. 25. 4	234
. . . 275	. . . 2350	21, 2514	2. 25. 5	235
. . . 276	. . . 2354	21, 2518	2. 25. 6	236
. . . 277	. . . 2358	21, 2522	2. 25. 7	237
. . . 278	. . . 2362	21, 2526	2. 25. 8	238
. . . 279	. . . 2366	21, 2530	2. 25. 9	239
. . . 280	. . . 2370	21, 2534	2. 26. 0	240

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n$
. . ۴۵۸	. . ۲۱.۱	۲۱, ۸۱۷۴	۲۲۶۵۷۶	۴۷۶
. . ۴۵۸	. . ۲.۹۶	۲۱, ۸۴.۳	۲۲۷۵۲۹	۴۷۷
. . ۴۵۷	. . ۲.۹۲	۲۱, ۸۶۳۲	۲۲۸۴۹۴	۴۷۸
. . ۴۵۷	. . ۲.۸۸	۲۱, ۸۸۶۱	۲۲۹۴۴۱	۴۷۹
. . ۴۵۶	. . ۲.۸۳	۲۱, ۹.۸۹	۲۳.۴. .	۴۸. .
. . ۴۵۶	. . ۲.۷۹	۲۱, ۹۳۱۷	۲۳۱۳۶۱	۴۸۱
. . ۴۵۵	. . ۲.۷۵	۲۱, ۹۵۴۵	۲۳۲۳۲۴	۴۸۲
. . ۴۵۵	. . ۲.۷. .	۲۱, ۹۷۷۳	۲۳۳۲۸۹	۴۸۳
. . ۴۵۵	. . ۲.۶۶	۲۲, . . . .	۲۳۴۲۵۶	۴۸۴
. . ۴۵۴	. . ۲.۶۲	۲۲, . ۲۲۷	۲۳۵۲۲۵	۴۸۵
. . ۴۵۴	. . ۲.۵۸	۲۲, . ۴۵۴	۲۳۶۱۹۶	۴۸۶
. . ۴۵۳	. . ۲.۵۳	۲۲, . ۶۸۱	۲۳۷۱۶۹	۴۸۷
. . ۴۵۳	. . ۲.۴۹	۲۲, . ۹.۷	۲۳۸۱۴۴	۴۸۸
. . ۴۵۲	. . ۲.۴۵	۲۲, ۱۱۳۳	۲۳۹۱۲۱	۴۸۹
. . ۴۵۲	. . ۲.۴۱	۲۲, ۱۳۵۹	۲۴.۱. .	۴۹. .
. . ۴۵۱	. . ۲.۳۷	۲۲, ۱۵۸۵	۲۴۱.۸۱	۴۹۱
. . ۴۵۱	. . ۲.۳۳	۲۲, ۱۸۱۱	۲۴۲.۶۴	۴۹۲
. . ۴۵۰	. . ۲.۲۸	۲۲, ۲.۳۶	۲۴۳.۴۹	۴۹۳
. . ۴۵۰	. . ۲.۲۴	۲۲, ۲۲۶۱	۲۴۴.۳۶	۴۹۴
. . ۴۴۹	. . ۲.۲. .	۲۲, ۲۴۸۶	۲۴۵.۲۵	۴۹۵
. . ۴۴۸	. . ۲.۱۶	۲۲, ۲۷۱۱	۲۴۶.۱۶	۴۹۶
. . ۴۴۹	. . ۲.۱۲	۲۲, ۲۹۳۵	۲۴۷. . ۹	۴۹۷
. . ۴۴۹	. . ۲. . ۸	۲۲, ۳۱۵۹	۲۴۸. . ۴	۴۹۸
. . ۴۴۸	. . ۲. . ۴	۲۲, ۳۳۸۳	۲۴۹. . ۱	۴۹۹
. . ۴۴۷	. . ۲. . .	۲۲, ۳۶.۷	۲۵۰. . . .	۵۰. .

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$n^2$	$n$
۰.۴۴۷	۰.۰۰۱۹۹۶	۲۲,۳۸۳.	۲۵۱.۰۰۱	۵.۰۱
۰.۴۴۶	۰.۰۰۱۹۹۲	۲۲,۴۰۵	۲۵۲.۰۰۴	۵.۰۲
۰.۴۴۶	۰.۰۰۱۹۸۸	۲۲,۴۲۷۷	۲۵۳.۰۰۹	۵.۰۳
۰.۴۴۵	۰.۰۰۱۹۸۴	۲۲,۴۴۹۹	۲۵۴.۰۱۶	۵.۰۴
۰.۴۴۵	۰.۰۰۱۹۸۰	۲۲,۴۷۲۲	۲۵۵.۰۲۵	۵.۰۵
۰.۴۴۵	۰.۰۰۱۹۷۶	۲۲,۴۹۴۴	۲۵۶.۰۳۶	۵.۰۶
۰.۴۴۴	۰.۰۰۱۹۷۲	۲۲,۵۱۶۷	۲۵۷.۰۴۹	۵.۰۷
۰.۴۴۴	۰.۰۰۱۹۶۹	۲۲,۵۳۸۹	۲۵۸.۰۶۴	۵.۰۸
۰.۴۴۳	۰.۰۰۱۹۶۵	۲۲,۵۶۱۰	۲۵۹.۰۸۱	۵.۰۹
۰.۴۴۳	۰.۰۰۱۹۶۱	۲۲,۵۸۳۲	۲۶۰.۱۰۰	۵.۱۰
۰.۴۴۲	۰.۰۰۱۹۵۷	۲۲,۶۰۵۳	۲۶۱.۱۲۱	۵.۱۱
۰.۴۴۲	۰.۰۰۱۹۵۳	۲۲,۶۲۷۴	۲۶۲.۱۴۴	۵.۱۲
۰.۴۴۲	۰.۰۰۱۹۴۹	۲۲,۶۴۹۵	۲۶۳.۱۶۹	۵.۱۳
۰.۴۴۱	۰.۰۰۱۹۴۶	۲۲,۶۷۱۶	۲۶۴.۱۹۶	۵.۱۴
۰.۴۴۱	۰.۰۰۱۹۴۲	۲۲,۶۹۳۶	۲۶۵.۲۲۵	۵.۱۵
۰.۴۴۰	۰.۰۰۱۹۳۸	۲۲,۷۱۵۶	۲۶۶.۲۵۶	۵.۱۶
۰.۴۴۰	۰.۰۰۱۹۳۴	۲۲,۷۳۷۶	۲۶۷.۲۸۹	۵.۱۷
۰.۴۳۹	۰.۰۰۱۹۳۱	۲۲,۷۵۹۶	۲۶۸.۳۲۴	۵.۱۸
۰.۴۳۹	۰.۰۰۱۹۲۷	۲۲,۷۸۱۶	۲۶۹.۳۶۱	۵.۱۹
۰.۴۳۹	۰.۰۰۱۹۲۳	۲۲,۸۰۳۵	۲۷۰.۴۰۰	۵.۲۰
۰.۴۳۸	۰.۰۰۱۹۱۹	۲۲,۸۲۵۴	۲۷۱.۴۴۱	۵.۲۱
۰.۴۳۸	۰.۰۰۱۹۱۶	۲۲,۸۴۷۳	۲۷۲.۴۸۴	۵.۲۲
۰.۴۳۷	۰.۰۰۱۹۱۲	۲۲,۸۶۹۲	۲۷۳.۵۲۹	۵.۲۳
۰.۴۳۷	۰.۰۰۱۹۰۸	۲۲,۸۹۱۰	۲۷۴.۵۷۶	۵.۲۴
۰.۴۳۶	۰.۰۰۱۹۰۵	۲۲,۹۱۲۹	۲۷۵.۶۲۵	۵.۲۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$r_n$	$n$
.۰۴۳۶	...۱۹۰۱	۲۲, ۹۳۴۷	۲۷۶۶۷۶	۵۲۶
.۰۴۳۶	...۱۸۹۸	۲۲, ۹۵۶۵	۲۷۷۷۲۹	۵۲۷
.۰۴۳۵	...۱۸۹۴	۲۲, ۹۷۸۳	۲۷۸۷۸۴	۵۲۸
.۰۴۳۵	...۱۸۹۰	۲۳, ....	۲۷۹۸۴۱	۵۲۹
.۰۴۳۴	...۱۸۸۷	۲۳, ۰۲۱۷	۲۸۰۹۰۰	۵۳۰
.۰۴۳۴	...۱۸۸۳	۲۳, ۰۴۳۴	۲۸۱۹۶۱	۵۳۱
.۰۴۳۴	...۱۸۸۰	۲۳, ۰۶۵۱	۲۸۳۰۲۴	۵۳۲
.۰۴۳۳	...۱۸۷۶	۲۳, ۰۸۶۸	۲۸۴۰۸۹	۵۳۳
.۰۴۳۳	...۱۸۷۳	۲۳, ۱۰۸۴	۲۸۵۱۵۶	۵۳۴
.۰۴۳۲	...۱۸۶۹	۲۳, ۱۳۰۱	۲۸۶۲۲۵	۵۳۵
.۰۴۳۲	...۱۸۶۶	۲۳, ۱۵۱۷	۲۸۷۲۹۶	۵۳۶
.۰۴۳۲	...۱۸۶۲	۲۳, ۱۷۳۳	۲۸۸۳۶۹	۵۳۷
.۰۴۳۱	...۱۸۵۹	۲۳, ۱۹۴۸	۲۸۹۴۴۴	۵۳۸
.۰۴۳۱	...۱۸۵۵	۲۳, ۲۱۶۴	۲۹۰۵۲۱	۵۳۹
.۰۴۳۰	...۱۸۵۲	۲۳, ۲۳۷۹	۲۹۱۶۰۰	۵۴۰
.۰۴۳۰	...۱۸۴۸	۲۳, ۲۵۹۴	۲۹۲۶۸۱	۵۴۱
.۰۴۳۰	...۱۸۴۵	۲۳, ۲۸۰۹	۲۹۳۷۶۴	۵۴۲
.۰۴۲۹	...۱۸۴۲	۲۳, ۳۰۲۴	۲۹۴۸۴۹	۵۴۳
.۰۴۲۹	...۱۸۳۸	۲۳, ۳۲۳۸	۲۹۵۹۳۶	۵۴۴
.۰۴۲۸	...۱۸۳۵	۲۳, ۳۴۵۲	۲۹۷۰۵۲	۵۴۵
.۰۴۲۸	...۱۸۳۲	۲۳, ۳۶۶۶	۲۹۸۱۱۶	۵۴۶
.۰۴۲۸	...۱۸۲۸	۲۳, ۳۸۸۰	۲۹۹۲۰۹	۵۴۷
.۰۴۲۷	...۱۸۲۵	۲۳, ۴۰۹۴	۳۰۰۳۰۴	۵۴۸
.۰۴۲۷	...۱۸۲۱	۲۳, ۴۳۰۷	۳۰۱۴۰۱	۵۴۹
.۰۴۲۶	...۱۸۱۸	۲۳, ۴۵۲۱	۳۰۲۵۰۰	۵۵۰





تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^{\frac{1}{n}}$	$n$
. . ۰۰۱۷	. . . ۰۰۱۷۳۶	۲۴, . . . .	۳۳۱۷۷۶	۵۷۶
. . ۰۰۱۶	. . . ۰۰۱۷۳۳	۲۴, - ۲.۸	۳۳۲۹۲۹	۵۷۷
. . ۰۰۱۵	. . . ۰۰۱۷۳۰	۲۴, - ۰.۱۶	۳۳۴۰۸۴	۵۷۸
. . ۰۰۱۴	. . . ۰۰۱۷۲۷	۲۴, - ۰.۶۲۴	۳۳۵۲۴۱	۵۷۹
. . ۰۰۱۳	. . . ۰۰۱۷۲۴	۲۴, - ۰.۸۳۲	۳۳۶۴۰۰	۵۸۰
. . ۰۰۱۲	. . . ۰۰۱۷۲۱	۲۴, ۱.۰۳۹	۳۳۷۵۶۱	۵۸۱
. . ۰۰۱۱	. . . ۰۰۱۷۱۸	۲۴, ۱.۲۴۷	۳۳۸۷۲۴	۵۸۲
. . ۰۰۱۰	. . . ۰۰۱۷۱۵	۲۴, ۱.۴۵۴	۳۳۹۸۸۹	۵۸۳
. . ۰۰۰۹	. . . ۰۰۱۷۱۲	۲۴, ۱.۶۶۱	۳۴۱۰۵۶	۵۸۴
. . ۰۰۰۸	. . . ۰۰۱۷۰۹	۲۴, ۱.۸۶۸	۳۴۲۲۲۵	۵۸۵
. . ۰۰۰۷	. . . ۰۰۱۷۰۶	۲۴, ۲.۰۷۴	۳۴۳۳۹۶	۵۸۶
. . ۰۰۰۶	. . . ۰۰۱۷۰۴	۲۴, ۲.۲۸۱	۳۴۴۵۶۹	۵۸۷
. . ۰۰۰۵	. . . ۰۰۱۷۰۱	۲۴, ۲.۴۸۷	۳۴۵۷۴۴	۵۸۸
. . ۰۰۰۴	. . . ۰۰۱۶۹۸	۲۴, ۲.۶۹۳	۳۴۶۹۲۱	۵۸۹
. . ۰۰۰۳	. . . ۰۰۱۶۹۵	۲۴, ۲.۸۹۹	۳۴۸۱۰۰	۵۹۰
. . ۰۰۰۲	. . . ۰۰۱۶۹۲	۲۴, ۳.۱۰۵	۳۴۹۲۸۱	۵۹۱
. . ۰۰۰۱	. . . ۰۰۱۶۸۹	۲۴, ۳.۳۱۱	۳۵۰۴۶۴	۵۹۲
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۸۶	۲۴, ۳.۵۱۶	۳۵۱۶۴۹	۵۹۳
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۸۴	۲۴, ۳.۷۲۱	۳۵۲۸۳۶	۵۹۴
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۸۱	۲۴, ۳.۹۲۶	۳۵۴۰۲۵	۵۹۵
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۷۸	۲۴, ۴.۱۳۱	۳۵۵۲۱۶	۵۹۶
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۷۵	۲۴, ۴.۳۳۶	۳۵۶۴۰۹	۵۹۷
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۷۲	۲۴, ۴.۵۴۰	۳۵۷۶۰۴	۵۹۸
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۶۹	۲۴, ۴.۷۴۵	۳۵۸۸۰۱	۵۹۹
. . ۰۰۰۰	. . . ۰۰۱۶۶۷	۲۴, ۴.۹۴۹	۳۶۰۰۰۰	۶۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
,.۰۰۸	,.۰۰۱۶۶۴	۲۲,۰۱۵۳	۳۶۱۲.۱	۶.۱
,.۰۰۸	,.۰۰۱۶۶۱	۲۲,۰۳۵۷	۳۶۲۴.۴	۶.۲
,.۰۰۷	,.۰۰۱۶۵۷	۲۲,۰۵۶۱	۳۶۳۶.۹	۶.۳
,.۰۰۷	,.۰۰۱۶۵۶	۲۲,۰۵۷۴	۳۶۴۸۱۶	۶.۴
,.۰۰۷	,.۰۰۱۶۵۳	۲۲,۰۵۹۷	۳۶۶.۲۵	۶.۵
,.۰۰۶	,.۰۰۱۶۵۰	۲۲,۰۶۱۱	۳۶۷۲۳۶	۶.۶
,.۰۰۶	,.۰۰۱۶۴۷	۲۲,۰۶۳۴	۳۶۸۴۴۹	۶.۷
,.۰۰۶	,.۰۰۱۶۴۵	۲۲,۰۶۵۷	۳۶۹۶۶۴	۶.۸
,.۰۰۵	,.۰۰۱۶۴۲	۲۲,۰۶۷۹	۳۷.۸۸۱	۶.۹
,.۰۰۵	,.۰۰۱۶۳۹	۲۲,۰۶۸۲	۳۷۲۱.۰	۷.۰
,.۰۰۵	,.۰۰۱۶۳۷	۲۲,۰۷۸۴	۳۷۳۳۲۱	۷.۱
,.۰۰۴	,.۰۰۱۶۳۴	۲۲,۰۷۸۶	۳۷۴۵۴۴	۷.۲
,.۰۰۴	,.۰۰۱۶۳۱	۲۲,۰۷۸۸	۳۷۵۷۶۹	۷.۳
,.۰۰۴	,.۰۰۱۶۲۹	۲۲,۰۷۹۰	۳۷۶۹۹۶	۷.۴
,.۰۰۳	,.۰۰۱۶۲۶	۲۲,۰۷۹۲	۳۷۸۲۲۵	۷.۵
,.۰۰۳	,.۰۰۱۶۲۳	۲۲,۰۸۱۳	۳۷۹۴۵۶	۷.۶
,.۰۰۳	,.۰۰۱۶۲۱	۲۲,۰۸۳۵	۳۸.۶۸۹	۷.۷
,.۰۰۲	,.۰۰۱۶۱۸	۲۲,۰۸۵۶	۳۸۱۹۲۴	۷.۸
,.۰۰۲	,.۰۰۱۶۱۶	۲۲,۰۸۷۷	۳۸۳۱۶۱	۷.۹
,.۰۰۲	,.۰۰۱۶۱۳	۲۲,۰۸۹۸	۳۸۴۴.۰	۸.۰
,.۰۰۱	,.۰۰۱۶۱۰	۲۲,۰۹۱۹	۳۸۵۶۴۱	۸.۱
,.۰۰۱	,.۰۰۱۶.۸	۲۲,۰۹۳۹	۳۸۶۸۸۴	۸.۲
,.۰۰۱	,.۰۰۱۶.۵	۲۲,۰۹۶.۰	۳۸۸۱۲۹	۸.۳
,.۰۰.۰	,.۰۰۱۶.۳	۲۲,۰۹۸.۰	۳۸۹۳۷۶	۸.۴
,.۰۰.۰	,.۰۰۱۶.۰	۲۵,۰.۰.۰	۳۹.۶۲۵	۸.۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
..۰۰۰	..۱۰۹۷	۲۵.۰۲۰	۳۹۱۸۷۶	۶۲۶
..۳۹۹	..۱۰۹۰	۲۵.۰۰۰	۳۹۳۱۲۹	۶۲۷
..۳۹۹	..۱۰۹۲	۲۵.۰۰۹	۳۹۴۳۸۴	۶۲۸
..۳۹۹	..۱۰۹۰	۲۵.۰۷۹	۳۹۵۶۴۱	۶۲۹
..۳۹۸	..۱۰۸۷	۲۵.۰۹۹	۳۹۶۹۰۰	۶۳۰
..۳۹۸	..۱۰۸۰	۲۵.۱۱۹	۳۹۸۱۶۱	۶۳۱
..۳۹۸	..۱۰۸۲	۲۵.۱۳۹	۳۹۹۴۲۴	۶۳۲
..۳۹۷	..۱۰۸۰	۲۵.۱۵۹	۴۰۰۶۸۹	۶۳۳
..۳۹۷	..۱۰۷۷	۲۵.۱۷۹	۴۰۱۹۵۶	۶۳۴
..۳۹۷	..۱۰۷۰	۲۵.۱۹۹	۴۰۳۲۲۰	۶۳۵
..۳۹۷	..۱۰۷۲	۲۵.۲۱۹	۴۰۴۴۹۶	۶۳۶
..۳۹۶	..۱۰۷۰	۲۵.۲۳۹	۴۰۵۷۶۹	۶۳۷
..۳۹۶	..۱۰۶۷	۲۵.۲۵۹	۴۰۷۰۴۴	۶۳۸
..۳۹۶	..۱۰۶۰	۲۵.۲۷۹	۴۰۸۳۲۱	۶۳۹
..۳۹۵	..۱۰۶۳	۲۵.۲۹۹	۴۰۹۶۰۰	۶۴۰
..۳۹۵	..۱۰۶۰	۲۵.۳۱۹	۴۱۰۸۸۱	۶۴۱
..۳۹۵	..۱۰۵۸	۲۵.۳۳۷	۴۱۲۱۶۴	۶۴۲
..۳۹۴	..۱۰۵۰	۲۵.۳۵۷	۴۱۳۴۴۹	۶۴۳
..۳۹۴	..۱۰۵۲	۲۵.۳۷۷	۴۱۴۷۳۶	۶۴۴
..۳۹۴	..۱۰۵۰	۲۵.۳۹۶	۴۱۶۰۲۰	۶۴۵
..۳۹۳	..۱۰۴۸	۲۵.۴۱۶	۴۱۷۳۱۶	۶۴۶
..۳۹۳	..۱۰۴۶	۲۵.۴۳۶	۴۱۸۶۰۹	۶۴۷
..۳۹۳	..۱۰۴۳	۲۵.۴۵۸	۴۱۹۹۰۴	۶۴۸
..۳۹۳	..۱۰۴۱	۲۵.۴۷۰	۴۲۱۲۰۱	۶۴۹
..۳۹۲	..۱۰۳۸	۲۵.۴۹۰	۴۲۲۵۰۰	۶۵۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n$
.۰۳۹۲	..۰۱۵۳۶	۲۵,۵۱۴۷	۴۲۳۸.۱	۶۵۱
.۰۳۹۲	..۰۱۵۳۴	۲۵,۵۳۴۳	۴۲۵۱.۴	۶۵۲
.۰۳۹۱	..۰۱۵۳۱	۲۵,۵۵۳۹	۴۲۶۴.۹	۶۵۳
.۰۳۹۱	..۰۱۵۲۹	۲۵,۵۷۳۴	۴۲۷۷۱۶	۶۵۴
.۰۳۹۱	..۰۱۵۲۷	۲۵,۵۹۳-	۴۲۹.۲۵	۶۵۵
.۰۳۹-	..۰۱۵۲۴	۲۵,۶۱۲۵	۴۳.۳۳۶	۶۵۶
.۰۳۹-	..۰۱۵۲۲	۲۵,۶۳۲-	۴۳۱۶۴۹	۶۵۷
.۰۳۹-	..۰۱۵۲-	۲۵,۶۵۱۵	۴۳۲۹۶۴	۶۵۸
.۰۳۹-	..۰۱۵۱۷	۲۵,۶۷۱-	۴۳۴۲۸۱	۶۵۹
.۰۳۸۹	..۰۱۵۱۵	۲۵,۶۹-۵	۴۳۵۶.-	۶۶-
.۰۳۸۹	..۰۱۵۱۳	۲۵,۷-۹۹	۴۳۶۹۲۱	۶۶۱
.۰۳۸۹	..۰۱۵۱۱	۲۵,۷۲۹۴	۴۳۸۲۴۴	۶۶۲
.۰۳۸۸	..۰۱۵-۸	۲۵,۷۴۸۸	۴۳۹۵۶۹	۶۶۳
.۰۳۸۸	..۰۱۵-۶	۲۵,۷۶۸۲	۴۴-۸۹۶	۶۶۴
.۰۳۸۸	..۰۱۵-۴	۲۵,۷۸۷۶	۴۴۲۲۲۵	۶۶۵
.۰۳۸۷	..۰۱۵-۲	۲۵,۸-۶-	۴۴۳۵۵۶	۶۶۶
.۰۳۸۷	..۰۱۴۹۹	۲۵,۸۲۶۳	۴۴۴۸۸۹	۶۶۷
.۰۳۸۷	..۰۱۴۹۷	۲۵,۸۴۵۷	۴۴۶۲۲۴	۶۶۸
.۰۳۸۷	..۰۱۴۹۵	۲۵,۸۶۵-	۴۴۷۵۶۱	۶۶۹
.۰۳۸۶	..۰۱۴۹۳	۲۵,۸۸۴۴	۴۴۸۹.-	۶۷-
.۰۳۸۶	..۰۱۴۹-	۲۵,۹-۳۷	۴۵-۲۴۱	۶۷۱
.۰۳۸۶	..۰۱۴۸۸	۲۵,۹۲۳-	۴۵۱۵۸۴	۶۷۲
.۰۳۸۵	..۰۱۴۸۶	۲۵,۹۴۲۲	۴۵۲۹۲۹	۶۷۳
.۰۳۸۵	..۰۱۴۸۴	۲۵,۹۶۱۵	۴۵۴۲۷۶	۶۷۴
.۰۳۸۵	..۰۱۴۸۱	۲۵,۹۸-۸	۴۵۵۶۲۵	۶۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
۰.۳۸۵	۰.۰۱۴۷۹	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۰۶۹۷۶	۶۷۶
۰.۳۸۴	۰.۰۱۴۷۷	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۰۸۳۲۹	۶۷۷
۰.۳۸۴	۰.۰۱۴۷۵	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۰۹۶۸۴	۶۷۸
۰.۳۸۴	۰.۰۱۴۷۳	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۱۰۴۱	۶۷۹
۰.۳۸۳	۰.۰۱۴۷۱	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۲۴۰۰	۶۸۰
۰.۳۸۳	۰.۰۱۴۶۸	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۳۷۶۱	۶۸۱
۰.۳۸۳	۰.۰۱۴۶۶	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۵۱۲۴	۶۸۲
۰.۳۸۳	۰.۰۱۴۶۴	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۶۴۸۹	۶۸۳
۰.۳۸۲	۰.۰۱۴۶۲	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۷۸۵۶	۶۸۴
۰.۳۸۲	۰.۰۱۴۶۰	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۱۹۲۲۵	۶۸۵
۰.۳۸۲	۰.۰۱۴۵۸	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۰۵۹۶	۶۸۶
۰.۳۸۲	۰.۰۱۴۵۶	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۱۹۶۹	۶۸۷
۰.۳۸۱	۰.۰۱۴۵۳	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۳۳۴۴	۶۸۸
۰.۳۸۱	۰.۰۱۴۵۱	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۴۷۲۱	۶۸۹
۰.۳۸۱	۰.۰۱۴۴۹	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۶۱۰۰	۶۹۰
۰.۳۸۰	۰.۰۱۴۴۷	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۷۴۸۱	۶۹۱
۰.۳۸۰	۰.۰۱۴۴۵	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۲۸۸۶۴	۶۹۲
۰.۳۸۰	۰.۰۱۴۴۳	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۰۲۴۹	۶۹۳
۰.۳۸۰	۰.۰۱۴۴۱	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۱۶۳۶	۶۹۴
۰.۳۷۹	۰.۰۱۴۳۹	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۳۰۲۵	۶۹۵
۰.۳۷۹	۰.۰۱۴۳۷	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۴۴۱۶	۶۹۶
۰.۳۷۹	۰.۰۱۴۳۵	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۵۸۰۹	۶۹۷
۰.۳۷۹	۰.۰۱۴۳۳	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۷۲۰۴	۶۹۸
۰.۳۷۸	۰.۰۱۴۳۱	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۳۸۶۰۱	۶۹۹
۰.۳۷۸	۰.۰۱۴۲۹	۲.۲۳۶۰۶۷	۴۴۰۰۰۰	۷۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
.۳۷۸	..۱۴۲۷	۲۶,۴۷۶۴	۴۹۱۴.۱	۷.۱
.۳۷۷	..۱۴۲۵	۲۶,۴۹۵۳	۴۹۲۸.۴	۷.۲
.۳۷۷	..۱۴۲۲	۲۶,۵۱۴۱	۴۹۴۲.۹	۷.۳
.۳۷۷	..۱۴۲۰	۲۶,۵۳۳۰	۴۹۵۶۱۶	۷.۴
.۳۷۷	..۱۴۱۸	۲۶,۵۵۱۸	۴۹۷.۲۵	۷.۵
.۳۷۶	..۱۴۱۶	۲۶,۵۷۰۷	۴۹۸۴۳۶	۷.۶
.۳۷۶	..۱۴۱۴	۲۶,۵۸۹۵	۴۹۹۸۴۹	۷.۷
.۳۷۶	..۱۴۱۲	۲۶,۶۰۸۳	۵۰۱۲۶۴	۷.۸
.۳۷۶	..۱۴۱۰	۲۶,۶۲۷۱	۵۰۲۶۸۱	۷.۹
.۳۷۵	..۱۴۰۸	۲۶,۶۴۵۸	۵۰۴۱۰۰	۷۱۰
.۳۷۵	..۱۴۰۶	۲۶,۶۶۴۶	۵۰۵۵۲۱	۷۱۱
.۳۷۵	..۱۴۰۴	۲۶,۶۸۳۳	۵۰۶۹۴۴	۷۱۲
.۳۷۵	..۱۴۰۳	۲۶,۷۰۲۱	۵۰۸۳۶۹	۷۱۳
.۳۷۴	..۱۴۰۱	۲۶,۷۲۰۸	۵۰۹۷۹۶	۷۱۴
.۳۷۴	..۱۳۹۹	۲۶,۷۳۹۵	۵۱۱۲۲۵	۷۱۵
.۳۷۴	..۱۳۹۷	۲۶,۷۵۸۲	۵۱۲۶۵۶	۷۱۶
.۳۷۳	..۱۳۹۵	۲۶,۷۷۶۹	۵۱۴۰۸۹	۷۱۷
.۳۷۳	..۱۳۹۳	۲۶,۷۹۵۵	۵۱۵۵۲۴	۷۱۸
.۳۷۳	..۱۳۹۱	۲۶,۸۱۴۲	۵۱۶۹۶۱	۷۱۹
.۳۷۳	..۱۳۸۹	۲۶,۸۳۲۸	۵۱۸۴۰۰	۷۲۰
.۳۷۲	..۱۳۸۷	۲۶,۸۵۱۴	۵۱۹۸۴۱	۷۲۱
.۳۷۲	..۱۳۸۵	۲۶,۸۷۰۱	۵۲۱۲۸۴	۷۲۲
.۳۷۲	..۱۳۸۳	۲۶,۸۸۸۷	۵۲۲۷۲۹	۷۲۳
.۳۷۲	..۱۳۸۱	۲۶,۹۰۷۲	۵۲۴۱۷۶	۷۲۴
.۳۷۱	..۱۳۷۹	۲۶,۹۲۵۸	۵۲۵۶۲۵	۷۲۵

تبع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$	$n$
.۰۳۷۱	.۰۰۱۳۷۷	۲۶,۹۴۴۴	۰۲۷۰۰۷۶	۷۲۶
.۰۳۷۱	.۰۰۱۳۷۶	۲۶,۹۶۲۹	۰۲۸۰۵۲۹	۷۲۷
.۰۳۷۱	.۰۰۱۳۷۴	۲۶,۹۸۱۵	۰۲۹۹۸۴	۷۲۸
.۰۳۷۰	.۰۰۱۳۷۲	۲۷,۰۰۰۰	۰۳۱۴۴۱	۷۲۹
.۰۳۷۰	.۰۰۱۳۷۰	۲۷,۰۱۸۵	۰۳۲۹۰۰	۷۳۰
.۰۳۷۰	.۰۰۱۳۶۸	۲۷,۰۳۷۰	۰۳۴۳۶۱	۷۳۱
.۰۳۷۰	.۰۰۱۳۶۶	۲۷,۰۵۵۵	۰۳۵۸۲۴	۷۳۲
.۰۳۶۹	.۰۰۱۳۶۴	۲۷,۰۷۴۰	۰۳۷۲۸۹	۷۳۳
.۰۳۶۹	.۰۰۱۳۶۲	۲۷,۰۹۲۴	۰۳۸۷۵۶	۷۳۴
.۰۳۶۹	.۰۰۱۳۶۱	۲۷,۱۱۰۹	۰۴۰۲۲۵	۷۳۵
.۰۳۶۹	.۰۰۱۳۵۹	۲۷,۱۲۹۳	۰۴۱۶۹۶	۷۳۶
.۰۳۶۸	.۰۰۱۳۵۷	۲۷,۱۴۷۷	۰۴۳۱۶۹	۷۳۷
.۰۳۶۸	.۰۰۱۳۵۵	۲۷,۱۶۶۲	۰۴۴۶۴۴	۷۳۸
.۰۳۶۸	.۰۰۱۳۵۳	۲۷,۱۸۴۶	۰۴۶۱۲۱	۷۳۹
.۰۳۶۸	.۰۰۱۳۵۱	۲۷,۲۰۲۹	۰۴۷۶۰۰	۷۴۰
.۰۳۶۷	.۰۰۱۳۵۰	۲۷,۲۲۱۳	۰۴۹۰۸۱	۷۴۱
.۰۳۶۷	.۰۰۱۳۴۸	۲۷,۲۳۹۷	۰۵۰۵۶۴	۷۴۲
.۰۳۶۷	.۰۰۱۳۴۶	۲۷,۲۵۸۰	۰۵۲۰۴۹	۷۴۳
.۰۳۶۷	.۰۰۱۳۴۴	۲۷,۲۷۶۴	۰۵۳۵۳۶	۷۴۴
.۰۳۶۶	.۰۰۱۳۴۲	۲۷,۲۹۴۷	۰۵۵۰۲۵	۷۴۵
.۰۳۶۶	.۰۰۱۳۴۰	۲۷,۳۱۳۰	۰۵۶۵۱۶	۷۴۶
.۰۳۶۶	.۰۰۱۳۳۹	۲۷,۳۳۱۳	۰۵۸۰۰۹	۷۴۷
.۰۳۶۶	.۰۰۱۳۳۷	۲۷,۳۴۹۶	۰۵۹۵۰۴	۷۴۸
.۰۳۶۵	.۰۰۱۳۳۵	۲۷,۳۶۷۹	۰۶۱۰۰۱	۷۴۹
.۰۳۶۵	.۰۰۱۳۳۳	۲۷,۳۸۶۱	۰۶۲۵۰۰	۷۵۰



تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
.۳۶۵	..۱۳۳۲	۲۷.۴-۴۴	۵۶۴-۰۱	۷۵۱
.۳۶۵	..۱۳۳۰	۲۷.۴۲۲۶	۵۶۵۵-۴	۷۵۲
.۳۶۴	..۱۳۲۸	۲۷.۴۴-۸	۵۶۷-۰۹	۷۵۳
.۳۶۴	..۱۳۲۶	۲۷.۴۵۹۱	۵۶۸۵۱۶	۷۵۴
.۳۶۴	..۱۳۲۵	۲۷.۴۷۷۳	۵۷-۰۲۵	۷۵۵
.۳۶۴	..۱۳۲۳	۲۷.۴۹۵۵	۵۷۱۵۳۶	۷۵۶
.۳۶۳	..۱۳۲۱	۲۷.۵۱۳۶	۵۷۳-۴۹	۷۵۷
.۳۶۳	..۱۳۱۹	۲۷.۵۳۱۸	۵۷۴۵۶۴	۷۵۸
.۳۶۳	..۱۳۱۸	۲۷.۵۵-۰	۵۷۶-۸۱	۷۵۹
.۳۶۳	..۱۳۱۶	۲۷.۵۶۸۱	۵۷۷۶-۰	۷۶۰
.۳۶۳	..۱۳۱۴	۲۷.۵۸۶۲	۵۷۹۱۲۱	۷۶۱
.۳۶۲	..۱۳۱۲	۲۷.۶-۴۳	۵۸-۶۴۴	۷۶۲
.۳۶۲	..۱۳۱۱	۲۷.۶۲۲۵	۵۸۲۱۶۹	۷۶۳
.۳۶۲	..۱۳-۹	۲۷.۶۴-۵	۵۸۳۶۹۶	۷۶۴
.۳۶۲	..۱۳-۷	۲۷.۶۵۸۶	۵۸۵۲۲۵	۷۶۵
.۳۶۱	..۱۳-۵	۲۷.۶۷۶۷	۵۸۶۷۵۶	۷۶۶
.۳۶۱	..۱۳-۴	۲۷.۶۹۴۸	۵۸۸۲۸۹	۷۶۷
.۳۶۱	..۱۳-۱	۲۷.۷۱۲۸	۵۸۹۸۲۴	۷۶۸
.۳۶۱	..۱۳-۰	۲۷.۷۳-۸	۵۹۱۳۶۱	۷۶۹
.۳۶۰	..۱۲۹۹	۲۷.۷۴۸۹	۵۹۲۹-۰	۷۷۰
.۳۶۰	..۱۲۹۷	۲۷.۷۶۶۹	۵۹۴۴۴۱	۷۷۱
.۳۶۰	..۱۲۹۵	۲۷.۷۸۴۹	۵۹۵۹۸۴	۷۷۲
.۳۶۰	..۱۲۹۴	۲۷.۸-۲۹	۵۹۷۵۲۹	۷۷۳
.۳۵۹	..۱۲۹۲	۲۷.۸۲-۹	۵۹۹-۷۶	۷۷۴
.۳۵۹	..۱۲۹۰	۲۷.۸۳۸۸	۶-۰۶۲۵	۷۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$	$n$
.۰۳۵۹	..۰۱۲۸۹	۲۷,۸۵۶۸	۶.۲۱۷۶	۷۷۶
.۰۳۵۹	..۰۱۲۸۷	۲۷,۸۷۴۷	۶.۳۷۲۹	۷۷۷
.۰۳۵۹	..۰۱۲۸۵	۲۷,۸۹۲۷	۶.۵۲۸۴	۷۷۸
.۰۳۵۸	..۰۱۲۸۴	۲۷,۹۱۰۶	۶.۶۸۴۱	۷۷۹
.۰۳۵۸	..۰۱۲۸۲	۲۷,۹۲۸۵	۶.۸۴۰۰	۷۸۰
.۰۳۵۸	..۰۱۲۸۰	۲۷,۹۴۶۴	۶.۹۹۶۱	۷۸۱
.۰۳۵۸	..۰۱۲۷۹	۲۷,۹۶۴۳	۷.۱۵۲۴	۷۸۲
.۰۳۵۷	..۰۱۲۷۷	۲۷,۹۸۲۱	۷.۳۰۸۹	۷۸۳
.۰۳۵۷	..۰۱۲۷۶	۲۸,۰۰۰۰	۷.۴۶۵۶	۷۸۴
.۰۳۵۷	..۰۱۲۷۴	۲۸,۰۱۷۹	۷.۶۲۲۵	۷۸۵
.۰۳۵۷	..۰۱۲۷۲	۲۸,۰۳۵۷	۷.۷۷۹۶	۷۸۶
.۰۳۵۶	..۰۱۲۷۱	۲۸,۰۵۳۵	۷.۹۳۶۹	۷۸۷
.۰۳۵۶	..۰۱۲۶۹	۲۸,۰۷۱۳	۸.۰۹۴۴	۷۸۸
.۰۳۵۶	..۰۱۲۶۷	۲۸,۰۸۹۱	۸.۲۵۲۱	۷۸۹
.۰۳۵۶	..۰۱۲۶۶	۲۸,۱۰۶۹	۸.۴۱۰۰	۷۹۰
.۰۳۵۶	..۰۱۲۶۴	۲۸,۱۲۴۷	۸.۵۶۸۱	۷۹۱
.۰۳۵۵	..۰۱۲۶۳	۲۸,۱۴۲۵	۸.۷۲۶۴	۷۹۲
.۰۳۵۵	..۰۱۲۶۱	۲۸,۱۶۰۳	۸.۸۸۴۹	۷۹۳
.۰۳۵۵	..۰۱۲۵۹	۲۸,۱۷۸۰	۹.۰۴۳۶	۷۹۴
.۰۳۵۵	..۰۱۲۵۸	۲۸,۱۹۵۷	۹.۲۰۲۵	۷۹۵
.۰۳۵۴	..۰۱۲۵۶	۲۸,۲۱۳۵	۹.۳۶۱۶	۷۹۶
.۰۳۵۴	..۰۱۲۵۵	۲۸,۲۳۱۲	۹.۵۲۰۹	۷۹۷
.۰۳۵۴	..۰۱۲۵۳	۲۸,۲۴۸۹	۹.۶۸۰۴	۷۹۸
.۰۳۵۴	..۰۱۲۵۲	۲۸,۲۶۶۶	۹.۸۴۰۱	۷۹۹
.۰۳۵۴	..۰۱۲۵۰	۲۸,۲۸۴۳	۱۰.۰۰۰۰	۸۰۰

تکلیف جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$5$	$5$
.۳۵۳	..۱۲۴۸	۲۸.۳-۱۹	۶۴۱۶-۱	۸-۱
.۳۵۳	..۱۲۴۷	۲۸.۳۱۹۶	۶۴۳۲-۴	۸-۲
.۳۵۳	..۱۲۴۵	۲۸.۳۳۷۳	۶۴۴۸-۹	۸-۳
.۳۵۳	..۱۲۴۴	۲۸.۳۵۴۹	۶۴۶۴۱۶	۸-۴
.۳۵۳	..۱۲۴۲	۲۸.۳۷۲۵	۶۴۸-۲۵	۸-۵
.۳۵۳	..۱۲۴۱	۲۸.۳۹-۱	۶۴۹۶۳۹	۸-۶
.۳۵۳	..۱۲۳۹	۲۸.۴-۷۷	۶۵۱۲۴۹	۸-۷
.۳۵۳	..۱۲۳۸	۲۸.۴۲۵۳	۶۵۲۸۶۴	۸-۸
.۳۵۳	..۱۲۳۶	۲۸.۴۴۲۹	۶۵۴۴۸۱	۸-۹
.۳۵۱	..۱۲۳۵	۲۸.۴۶-۵	۶۵۶۱-۰	۸۱-۰
.۳۵۱	..۱۲۳۳	۲۸.۴۷۸۱	۶۵۷۷۲۱	۸۱۱
.۳۵۱	..۱۲۳۲	۲۸.۴۹۵۶	۶۵۹۳۴۴	۸۱۲
.۳۵۱	..۱۲۳۰	۲۸.۵۱۳۲	۶۶-۹۶۹	۸۱۳
.۳۵۱	..۱۲۲۹	۲۸.۵۳-۷	۶۶۲۵۹۶	۸۱۴
.۳۵۰	..۱۲۲۷	۲۸.۵۴۸۲	۶۶۴۲۲۵	۸۱۵
.۳۵۰	..۱۲۲۵	۲۸.۵۶۵۷	۶۶۵۸۵۶	۸۱۶
.۳۵۰	..۱۲۲۴	۲۸.۵۸۳۲	۶۶۷۴۸۹	۸۱۷
.۳۵۰	..۱۲۲۲	۲۸.۶-۷	۶۶۹۱۲۴	۸۱۸
.۳۴۹	..۱۲۲۱	۲۸.۶۱۸۲	۶۷-۷۶۱	۸۱۹
.۳۴۹	..۱۲۲۰	۲۸.۶۳۵۶	۶۷۲۴-۰	۸۲-۰
.۳۴۹	..۱۲۱۸	۲۸.۶۵۳۱	۶۷۴-۴۱	۸۲۱
.۳۴۹	..۱۲۱۷	۲۸.۶۷-۵	۶۷۵۶۸۴	۸۲۲
.۳۴۹	..۱۲۱۵	۲۸.۶۸۸۰	۶۷۷۳۲۹	۸۲۳
.۳۴۸	..۱۲۱۴	۲۸.۷-۵۴	۶۷۸۹۷۶	۸۲۴
.۳۴۸	..۱۲۱۲	۲۸.۷۲۲۸	۶۸-۶۲۵	۸۲۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$\frac{1}{n}$	$n$
.۰۳۴۸	..۰۱۲۱۱	۲۸,۷۴.۲	۶۸۲۲۷۶	۸۲۶
.۰۳۴۸	..۰۱۲.۹	۲۸,۷۵۷۶	۶۸۳۹۲۹	۸۲۷
.۰۳۴۸	..۰۱۲.۸	۲۸,۷۷۵۰	۶۸۵۵۸۴	۸۲۸
.۰۳۴۷	..۰۱۲.۶	۲۸,۷۹۲۴	۶۸۷۲۴۱	۸۲۹
.۰۳۴۷	..۰۱۲.۵	۲۸,۸۰۹۷	۶۸۸۹۰۰	۸۳۰
.۰۳۴۷	..۰۱۲.۴	۲۸,۸۲۷۱	۶۹۰۵۶۱	۸۳۱
.۰۳۴۶	..۰۱۲.۲	۲۸,۸۴۴۴	۶۹۲۲۲۴	۸۳۲
.۰۳۴۶	..۰۱۲.۰	۲۸,۸۶۱۷	۶۹۳۸۸۹	۸۳۳
.۰۳۴۶	..۰۱۱۹۹	۲۸,۸۷۹۱	۶۹۵۵۵۶	۸۳۴
.۰۳۴۶	..۰۱۱۹۸	۲۸,۸۹۶۴	۶۹۷۲۲۵	۸۳۵
.۰۳۴۶	..۰۱۱۹۶	۲۸,۹۱۳۷	۶۹۸۸۹۶	۸۳۶
.۰۳۴۶	..۰۱۱۹۵	۲۸,۹۳۱۰	۷۰۰۵۶۹	۸۳۷
.۰۳۴۵	..۰۱۱۹۳	۲۸,۹۴۸۲	۷۰۲۲۴۴	۸۳۸
.۰۳۴۵	..۰۱۱۹۲	۲۸,۹۶۵۵	۷۰۳۹۲۱	۸۳۹
.۰۳۴۵	..۰۱۱۹۰	۲۸,۹۸۲۸	۷۰۵۶۰۰	۸۴۰
.۰۳۴۵	..۰۱۱۸۹	۲۹,۰۰۰۰	۷۰۷۲۸۱	۸۴۱
.۰۳۴۵	..۰۱۱۸۸	۲۹,۰۱۷۲	۷۰۸۹۶۴	۸۴۲
.۰۳۴۴	..۰۱۱۸۶	۲۹,۰۳۴۵	۷۱۰۶۴۹	۸۴۳
.۰۳۴۴	..۰۱۱۸۵	۲۹,۰۵۱۷	۷۱۲۳۳۶	۸۴۴
.۰۳۴۴	..۰۱۱۸۳	۲۹,۰۶۸۹	۷۱۴۰۲۵	۸۴۵
.۰۳۴۴	..۰۱۱۸۲	۲۹,۰۸۶۱	۷۱۵۷۱۶	۸۴۶
.۰۳۴۴	..۰۱۱۸۱	۲۹,۱۰۳۳	۷۱۷۴۰۹	۸۴۷
.۰۳۴۳	..۰۱۱۷۹	۲۹,۱۲۰۴	۷۱۹۱۰۴	۸۴۸
.۰۳۴۳	..۰۱۱۷۸	۲۹,۱۳۷۶	۷۲۰۸۰۱	۸۴۹
.۰۳۴۳	..۰۱۱۷۶	۲۹,۱۵۴۸	۷۲۲۵۰۰	۸۵۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	5
.۰۳۴۳	..۱۱۷۵	۲۹,۱۷۱۹	۷۲۴۲-۱	۸۵۱
.۰۳۴۳	..۱۱۷۴	۲۹,۱۸۹۰	۷۲۵۹-۴	۸۵۲
.۰۳۴۲	..۱۱۷۲	۲۹,۲۰۶۲	۷۲۷۶-۹	۸۵۳
.۰۳۴۲	..۱۱۷۱	۲۹,۲۲۳۳	۷۲۹۳۱۶	۸۵۴
.۰۳۴۲	..۱۱۷۰	۲۹,۲۴۰۴	۷۳۱۰۲۵	۸۵۵
.۰۳۴۲	..۱۱۶۸	۲۹,۲۵۷۵	۷۳۲۷۳۶	۸۵۶
.۰۳۴۲	..۱۱۶۷	۲۹,۲۷۴۶	۷۳۴۴۴۹	۸۵۷
.۰۳۴۱	..۱۱۶۶	۲۹,۲۹۱۶	۷۳۶۱۶۴	۸۵۸
.۰۳۴۱	..۱۱۶۴	۲۹,۳۰۸۷	۷۳۷۸۸۱	۸۵۹
.۰۳۴۱	..۱۱۶۳	۲۹,۳۲۵۸	۷۳۹۶۰۰	۸۶۰
.۰۳۴۱	..۱۱۶۱	۲۹,۳۴۲۸	۷۴۱۳۲۱	۸۶۱
.۰۳۴۱	..۱۱۶۰	۲۹,۳۵۹۸	۷۴۳۰۴۴	۸۶۲
.۰۳۴۰	..۱۱۵۹	۲۹,۳۷۶۹	۷۴۴۷۶۹	۸۶۳
.۰۳۴۰	..۱۱۵۷	۲۹,۳۹۳۹	۷۴۶۴۹۶	۸۶۴
.۰۳۴۰	..۱۱۵۶	۲۹,۴۱۰۹	۷۴۸۲۲۵	۸۶۵
.۰۳۴۰	..۱۱۵۵	۲۹,۴۲۷۹	۷۴۹۹۵۶	۸۶۶
.۰۳۴۰	..۱۱۵۳	۲۹,۴۴۴۹	۷۵۱۶۸۹	۸۶۷
.۰۳۳۹	..۱۱۵۲	۲۹,۴۶۱۸	۷۵۳۴۲۴	۸۶۸
.۰۳۳۹	..۱۱۵۱	۲۹,۴۷۸۸	۷۵۵۱۶۱	۸۶۹
.۰۳۳۹	..۱۱۴۹	۲۹,۴۹۵۸	۷۵۶۹۰۰	۸۷۰
.۰۳۳۹	..۱۱۴۸	۲۹,۵۱۲۷	۷۵۸۶۴۱	۸۷۱
.۰۳۳۹	..۱۱۴۷	۲۹,۵۲۹۶	۷۶۰۳۸۴	۸۷۲
.۰۳۳۸	..۱۱۴۵	۲۹,۵۴۶۶	۷۶۲۱۲۹	۸۷۳
.۰۳۳۸	..۱۱۴۴	۲۹,۵۶۳۵	۷۶۳۸۷۶	۸۷۴
.۰۳۳۸	..۱۱۴۳	۲۹,۵۸۰۴	۷۶۵۶۲۵	۸۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	$5$
.۰۲۳۸	.۰۰۱۱۴۲	۲۹,۵۹۷۳	۷۶۷۳۷۶	۸۷۶
.۰۲۳۸	.۰۰۱۱۴۰	۲۹,۶۱۴۲	۷۶۹۱۲۹	۸۷۷
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۹	۲۹,۶۳۱۱	۷۷۰۸۸۴	۸۷۸
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۸	۲۹,۶۴۷۹	۷۷۲۶۴۱	۸۷۹
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۶	۲۹,۶۶۴۸	۷۷۴۴۰۰	۸۸۰
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۵	۲۹,۶۸۱۶	۷۷۶۱۶۱	۸۸۱
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۴	۲۹,۶۹۸۵	۷۷۷۹۲۴	۸۸۲
.۰۲۳۷	.۰۰۱۱۳۳	۲۹,۷۱۵۳	۷۷۹۶۸۹	۸۸۳
.۰۲۳۶	.۰۰۱۱۳۱	۲۹,۷۳۲۱	۷۸۱۴۵۶	۸۸۴
.۰۲۳۶	.۰۰۱۱۳۰	۲۹,۷۴۸۹	۷۸۳۲۲۵	۸۸۵
.۰۲۳۶	.۰۰۱۱۲۹	۲۹,۷۶۵۸	۷۸۴۹۹۶	۸۸۶
.۰۲۳۶	.۰۰۱۱۲۷	۲۹,۷۸۲۵	۷۸۶۷۶۹	۸۸۷
.۰۲۳۶	.۰۰۱۱۲۶	۲۹,۷۹۹۳	۷۸۸۵۴۴	۸۸۸
.۰۲۳۵	.۰۰۱۱۲۵	۲۹,۸۱۶۱	۷۹۰۳۲۱	۸۸۹
.۰۲۳۵	.۰۰۱۱۲۴	۲۹,۸۳۲۹	۷۹۲۱۰۰	۸۹۰
.۰۲۳۵	.۰۰۱۱۲۲	۲۹,۸۴۹۶	۷۹۳۸۸۱	۸۹۱
.۰۲۳۵	.۰۰۱۱۲۱	۲۹,۸۶۶۴	۷۹۵۶۶۴	۸۹۲
.۰۲۳۵	.۰۰۱۱۲۰	۲۹,۸۸۳۱	۷۹۷۴۴۹	۸۹۳
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۹	۲۹,۸۹۹۸	۷۹۹۲۳۶	۸۹۴
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۷	۲۹,۹۱۶۶	۸۰۱۰۲۵	۸۹۵
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۶	۲۹,۹۳۳۳	۸۰۲۸۱۶	۸۹۶
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۵	۲۹,۹۵۰۰	۸۰۴۶۰۹	۸۹۷
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۴	۲۹,۹۶۶۶	۸۰۶۴۰۴	۸۹۸
.۰۲۳۴	.۰۰۱۱۱۲	۲۹,۹۸۳۳	۸۰۸۲۰۱	۸۹۹
.۰۲۳۳	.۰۰۱۱۱۱	۳۰,۰۰۰۰	۸۱۰۰۰۰	۹۰۰

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$	$\frac{1}{x^n}$	$\sqrt[n]{x}$	$x^n$	$x$
.۳۳۳	...۱۱۱.	۳۰.۰۱۶۷	۸۱۱۸.۰۱	۹.۰۱
.۳۳۳	...۱۱.۹	۳۰.۰۳۳۳	۸۱۳۶.۰۴	۹.۰۲
.۳۳۳	...۱۱.۷	۳۰.۰۵۰۰	۸۱۵۴.۰۹	۹.۰۳
.۳۳۳	...۱۱.۶	۳۰.۰۶۶۶	۸۱۷۲۱۶	۹.۰۴
.۳۳۲	...۱۱.۵	۳۰.۰۸۳۲	۸۱۹.۲۵	۹.۰۵
.۳۳۲	...۱۱.۴	۳۰.۰۹۹۸	۸۲.۸۳۶	۹.۰۶
.۳۳۲	...۱۱.۳	۳۰.۱۱۶۴	۸۲۲۶۴۹	۹.۰۷
.۳۳۲	...۱۱.۱	۳۰.۱۳۳۰	۸۲۴۴۶۴	۹.۰۸
.۳۳۲	...۱۱.۰	۳۰.۱۴۹۶	۸۲۶۲۸۱	۹.۰۹
.۳۳۱	...۱.۹۹	۳۰.۱۶۶۲	۸۲۸۱.۰۰	۹۱.۰
.۳۳۱	...۱.۹۸	۳۰.۱۸۲۸	۸۲۹۹۲۱	۹۱۱
.۳۳۱	...۱.۹۶	۳۰.۱۹۹۳	۸۳۱۷۴۴	۹۱۲
.۳۳۱	...۱.۹۵	۳۰.۲۱۵۹	۸۳۳۵۶۹	۹۱۳
.۳۳۱	...۱.۹۴	۳۰.۲۳۲۴	۸۳۵۳۹۶	۹۱۴
.۳۳۱	...۱.۹۳	۳۰.۲۴۹۰	۸۳۷۲۲۵	۹۱۵
.۳۳۰	...۱.۹۲	۳۰.۲۶۵۵	۸۳۹.۵۶	۹۱۶
.۳۳۰	...۱.۹۱	۳۰.۲۸۲۰	۸۴.۸۸۹	۹۱۷
.۳۳۰	...۱.۸۹	۳۰.۲۹۸۵	۸۴۲۷۲۴	۹۱۸
.۳۳۰	...۱.۸۸	۳۰.۳۱۵۰	۸۴۴۵۶۱	۹۱۹
.۳۳۰	...۱.۸۷	۳۰.۳۳۱۵	۸۴۶۴.۰۰	۹۲۰
.۳۳۰	...۱.۸۶	۳۰.۳۴۸۰	۸۴۸۲۴۱	۹۲۱
.۳۲۹	...۱.۸۵	۳۰.۳۶۴۵	۸۵۰۰.۸۴	۹۲۲
.۳۲۹	...۱.۸۳	۳۰.۳۸.۹	۸۵۱۹۲۹	۹۲۳
.۳۲۹	...۱.۸۲	۳۰.۳۹۷۴	۸۵۳۷۷۶	۹۲۴
.۳۲۹	...۱.۸۱	۳۰.۴۱۳۸	۸۵۵۶۲۵	۹۲۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{z}}$	$\frac{1}{z}$	$\sqrt{z}$	$z^2$	$z$
.۰۳۲۹	...۱.۸۰	۳.۰۴۳۰۲	۸۵۷۴۷۶	۹۲۶
.۰۳۲۸	...۱.۷۹	۳.۰۴۴۶۷	۸۵۹۳۲۹	۹۲۷
.۰۳۲۸	...۱.۷۸	۳.۰۴۶۳۱	۸۶۱۱۸۴	۹۲۸
.۰۳۲۸	...۱.۷۶	۳.۰۴۷۹۵	۸۶۳۰۴۱	۹۲۹
.۰۳۲۸	...۱.۷۵	۳.۰۴۹۵۹	۸۶۴۹۰۰	۹۳۰
.۰۳۲۸	...۱.۷۴	۳.۰۵۱۲۳	۸۶۶۷۶۱	۹۳۱
.۰۳۲۸	...۱.۷۳	۳.۰۵۲۸۷	۸۶۸۶۲۴	۹۳۲
.۰۳۲۷	...۱.۷۲	۳.۰۵۴۵۰	۸۷۰۴۸۹	۹۳۳
.۰۳۲۷	...۱.۷۱	۳.۰۵۶۱۴	۸۷۲۳۵۶	۹۳۴
.۰۳۲۷	...۱.۷۰	۳.۰۵۷۷۸	۸۷۴۲۲۵	۹۳۵
.۰۳۲۷	...۱.۶۸	۳.۰۵۹۴۱	۸۷۶۰۹۶	۹۳۶
.۰۳۲۷	...۱.۶۷	۳.۰۶۱۰۵	۸۷۷۹۶۹	۹۳۷
.۰۳۲۷	...۱.۶۶	۳.۰۶۲۶۸	۸۷۹۸۴۴	۹۳۸
.۰۳۲۶	...۱.۶۵	۳.۰۶۴۳۲	۸۸۱۷۲۱	۹۳۹
.۰۳۲۶	...۱.۶۴	۳.۰۶۵۹۴	۸۸۳۶۰۰	۹۴۰
.۰۳۲۶	...۱.۶۳	۳.۰۶۷۵۷	۸۸۵۴۸۱	۹۴۱
.۰۳۲۶	...۱.۶۲	۳.۰۶۹۲۰	۸۸۷۳۶۴	۹۴۲
.۰۳۲۶	...۱.۶۰	۳.۰۷۰۸۳	۸۸۹۲۴۹	۹۴۳
.۰۳۲۵	...۱.۵۹	۳.۰۷۲۴۶	۸۹۱۱۳۶	۹۴۴
.۰۳۲۵	...۱.۵۸	۳.۰۷۴۰۹	۸۹۳۰۲۵	۹۴۵
.۰۳۲۵	...۱.۵۷	۳.۰۷۵۷۱	۸۹۴۹۱۶	۹۴۶
.۰۳۲۵	...۱.۵۶	۳.۰۷۷۳۴	۸۹۶۸۰۹	۹۴۷
.۰۳۲۵	...۱.۵۵	۳.۰۷۸۹۶	۸۹۸۷۰۴	۹۴۸
.۰۳۲۵	...۱.۵۴	۳.۰۸۰۵۸	۹۰۰۶۰۱	۹۴۹
.۰۳۲۴	...۱.۵۳	۳.۰۸۲۲۱	۹۰۲۵۰۰	۹۵۰



تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^{\frac{1}{2}}$	$n$
.۳۲۴	..۱-۰۷	۳-،۸۳۸۳	۹-۴۴-۱	۹۵۱
.۳۲۴	..۱-۰۰	۳-،۸۵۴۵	۹-۶۳-۴	۹۵۲
.۳۲۴	..۱-۴۹	۳-،۸۷۰۷	۹-۸۲-۹	۹۵۳
.۳۲۴	..۱-۴۸	۳-،۸۸۶۹	۹۱-۱۱۶	۹۵۴
.۳۲۴	..۱-۴۷	۳-،۹۰۳۱	۹۱۲-۲۵	۹۵۵
.۳۲۳	..۱-۴۶	۳-،۹۱۹۲	۹۱۳۹۳۶	۹۵۶
.۳۲۳	..۱-۴۵	۳-،۹۳۵۴	۹۱۵۸۴۹	۹۵۷
.۳۲۳	..۱-۴۴	۳-،۹۵۱۶	۹۱۷۷۶۴	۹۵۸
.۳۲۳	..۱-۴۳	۳-،۹۶۷۷	۹۱۹۶۸۱	۹۵۹
.۳۲۳	..۱-۴۲	۳-،۹۸۳۹	۹۲۱۶-.	۹۶۰
.۳۲۲	..۱-۴۱	۳۱-،....	۹۲۳۵۲۱	۹۶۱
.۳۲۲	..۱-۴۰	۳۱-،۱۶۱	۹۲۵۴۴۴	۹۶۲
.۳۲۲	..۱-۳۸	۳۱-،۳۲۲	۹۲۷۳۶۹	۹۶۳
.۳۲۲	..۱-۳۷	۳۱-،۴۸۳	۹۲۹۲۹۶	۹۶۴
.۳۲۲	..۱-۳۶	۳۱-،۶۴۴	۹۳۱۲۲۵	۹۶۵
.۳۲۲	..۱-۳۵	۳۱-،۸۰۵	۹۳۳۱۵۶	۹۶۶
.۳۲۱	..۱-۳۴	۳۱-،۹۶۶	۹۳۵۰۸۹	۹۶۷
.۳۲۱	..۱-۳۳	۳۱-،۱۱۲۷	۹۳۷۰۲۴	۹۶۸
.۳۲۱	..۱-۳۲	۳۱-،۱۲۸۸	۹۳۸۹۶۱	۹۶۹
.۳۲۱	..۱-۳۱	۳۱-،۱۴۴۸	۹۴۰۹۰.	۹۷۰
.۳۲۱	..۱-۳۰	۳۱-،۱۶۰۹	۹۴۲۸۴۱	۹۷۱
.۳۲۱	..۱-۲۹	۳۱-،۱۷۶۹	۹۴۴۷۸۴	۹۷۲
.۳۲۱	..۱-۲۸	۳۱-،۱۹۲۹	۹۴۶۷۲۹	۹۷۳
.۳۲۰	..۱-۲۷	۳۱-،۲۰۹۰	۹۴۸۶۷۶	۹۷۴
.۳۲۰	..۱-۲۶	۳۱-،۲۲۵۰	۹۵۰۶۲۵	۹۷۵

تابع جدول (۱)

$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{n}$	$\sqrt[n]{n}$	$n^2$	$n$
.۳۲.	...۱.۲۵	۳۱,۲۴۱.	۹۵۲۵۷۶	۹۷۶
.۳۲.	...۱.۲۴	۳۱,۲۵۷.	۹۵۴۵۲۹	۹۷۷
.۳۲.	...۱.۲۲	۳۱,۲۷۳.	۹۵۶۴۸۴	۹۷۸
.۳۲.	...۱.۲۱	۳۱,۲۸۹.	۹۵۸۴۴۱	۹۷۹
.۳۱۹	...۱.۲۰	۳۱,۳۰۵.	۹۶۰۴۰۰	۹۸۰
.۳۱۹	...۱.۱۹	۳۱,۳۲۰	۹۶۲۳۶۱	۹۸۱
.۳۱۹	...۱.۱۸	۳۱,۳۳۶	۹۶۴۳۲۴	۹۸۲
.۳۱۹	...۱.۱۷	۳۱,۳۵۲	۹۶۶۲۸۹	۹۸۳
.۳۱۹	...۱.۱۶	۳۱,۳۶۸	۹۶۸۲۵۶	۹۸۴
.۳۱۹	...۱.۱۵	۳۱,۳۸۴	۹۷۰۲۲۵	۹۸۵
.۳۱۸	...۱.۱۴	۳۱,۴۰۰	۹۷۲۱۹۶	۹۸۶
.۳۱۸	...۱.۱۳	۳۱,۴۱۶	۹۷۴۱۶۹	۹۸۷
.۳۱۸	...۱.۱۲	۳۱,۴۳۲	۹۷۶۱۴۴	۹۸۸
.۳۱۸	...۱.۱۱	۳۱,۴۴۸	۹۷۸۱۲۱	۹۸۹
.۳۱۸	...۱.۱۰	۳۱,۴۶۴	۹۸۰۱۰۰	۹۹۰
.۳۱۸	...۱.۰۹	۳۱,۴۸۰	۹۸۲۰۸۱	۹۹۱
.۳۱۸	...۱.۰۸	۳۱,۴۹۶	۹۸۴۰۶۴	۹۹۲
.۳۱۷	...۱.۰۷	۳۱,۵۱۲	۹۸۶۰۴۹	۹۹۳
.۳۱۷	...۱.۰۶	۳۱,۵۲۸	۹۸۸۰۳۶	۹۹۴
.۳۱۷	...۱.۰۵	۳۱,۵۴۴	۹۹۰۰۲۵	۹۹۵
.۳۱۷	...۱.۰۴	۳۱,۵۶۰	۹۹۲۰۱۶	۹۹۶
.۳۱۷	...۱.۰۳	۳۱,۵۷۶	۹۹۴۰۰۹	۹۹۷
.۳۱۷	...۱.۰۲	۳۱,۵۹۲	۹۹۶۰۰۴	۹۹۸
.۳۱۶	...۱.۰۱	۳۱,۶۰۸	۹۹۸۰۰۱	۹۹۹
.۳۱۶	...۱.۰۰	۳۱,۶۲۴	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰

جدول (ب)  
التوزيع الاعتدالي مصاغاً في شكل  $\frac{C}{E}$  ( انحرافات معيارية )

(٥) الاحداثى من $\frac{C}{E}$ عند ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{E}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{E}$
.٣٩٨٩	.٥٠٠٠	.٥٠٠٠	.٠٠٠٠	.٠٠
.٣٩٨٩	.٤٩٦٠	.٥٠٤٠	.٠٠٤٠	.٠١
.٣٩٨٩	.٤٩٢٠	.٥٠٨٠	.٠٠٨٠	.٠٢
.٣٩٨٨	.٤٨٨٠	.٥١٢٠	.٠١٢٠	.٠٣
.٣٩٨٦	.٤٨٤٠	.٥١٦٠	.٠١٦٠	.٠٤
.٣٩٨٤	.٤٨٠١	.٥١٩٩	.٠١٩٩	.٠٥
.٣٩٨٢	.٤٧٦١	.٥٢٣٩	.٠٢٣٩	.٠٦
.٣٩٨٠	.٤٧٢١	.٥٢٧٩	.٠٢٧٩	.٠٧
.٣٩٧٧	.٤٦٨١	.٥٣١٩	.٠٣١٩	.٠٨
.٣٩٧٣	.٤٦٤١	.٥٣٥٩	.٠٣٥٩	.٠٩
.٣٩٧٠	.٤٦٠٢	.٥٣٩٨	.٠٣٩٨	.١٠
.٣٩٦٥	.٤٥٦٢	.٥٤٣٨	.٠٤٣٨	.١١
.٣٩٦١	.٤٥٢٢	.٥٤٧٨	.٠٤٧٨	.١٢
.٣٩٥٦	.٤٤٨٣	.٥٥١٧	.٠٥١٧	.١٣
.٣٩٥١	.٤٤٤٣	.٥٥٥٧	.٠٥٥٧	.١٤
.٣٩٤٥	.٤٤٠٤	.٥٥٩٦	.٠٥٩٦	.١٥
.٣٩٣٩	.٤٣٦٤	.٥٦٣٦	.٠٦٣٦	.١٦
.٣٩٣٢	.٤٣٢٥	.٥٦٧٥	.٠٦٧٥	.١٧
.٣٩٢٥	.٤٢٨٦	.٥٧١٤	.٠٧١٤	.١٨
.٣٩١٨	.٤٢٤٧	.٥٧٥٣	.٠٧٥٣	.١٩
.٣٩١٠	.٤٢٠٧	.٥٧٩٣	.٠٧٩٣	.٢٠
.٣٩٠٢	.٤١٦٨	.٥٨٣٢	.٠٨٣٢	.٢١

تابع جدول (ب)

(٥) الاحاثى ص عند ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى ع	(١) الدرجة المعيارية ع
,٣٨٩٤	,٤١٢٩	,٥٨٧١	,٠٨٧١	,٢٢
,٣٨٨٥	,٤٠٩٠	,٥٩١٠	,٠٩١٠	,٢٣
,٣٨٧٦	,٤٠٥٢	,٥٩٤٨	,٠٩٤٨	,٢٤
,٣٨٦٧	,٤٠١٣	,٥٩٨٧	,٠٩٨٧	,٢٥
,٣٨٥٧	,٣٩٧٤	,٦٠٢٦	,١٠٢٦	,٢٦
,٣٨٤٧	,٣٩٣٦	,٦٠٦٤	,١٠٦٤	,٢٧
,٣٨٣٦	,٣٨٩٧	,٦١٠٣	,١١٠٣	,٢٨
,٣٨٢٥	,٣٨٥٩	,٦١٤١	,١١٤١	,٢٩
,٣٨١٤	,٣٨٢١	,٦١٧٩	,١١٧٩	,٣٠
,٣٨٠٢	,٣٧٨٣	,٦٢١٧	,١٢١٧	,٣١
,٣٧٩٠	,٣٧٤٥	,٦٢٥٥	,١٢٥٥	,٣٢
,٣٧٧٨	,٣٧٠٧	,٦٢٩٣	,١٢٩٣	,٣٣
,٣٧٦٥	,٣٦٦٩	,٦٣٣١	,١٣٣١	,٣٤
,٣٧٥٢	,٣٦٣٢	,٦٣٦٨	,١٣٦٨	,٣٥
,٣٧٣٩	,٣٥٩٤	,٦٤٠٦	,١٤٠٦	,٣٦
,٣٧٢٥	,٣٥٥٧	,٦٤٤٣	,١٤٤٣	,٣٧
,٣٧١٢	,٣٥٢٠	,٦٤٨٠	,١٤٨٠	,٣٨
,٣٦٩٧	,٣٤٨٣	,٦٥١٧	,١٥١٧	,٣٩
,٣٦٨٣	,٣٤٤٦	,٦٥٥٤	,١٥٥٤	,٤٠
,٣٦٦٨	,٣٤٠٩	,٦٥٩١	,١٥٩١	,٤١
,٣٦٥٣	,٣٣٧٢	,٦٦٢٨	,١٦٢٨	,٤٢
,٣٦٣٧	,٣٣٣٦	,٦٦٦٤	,١٦٦٤	,٤٣

تکلیف جدول (ب)

(۵) الاحداثى ص عند $\frac{C}{E}$	(۴) المساحة فى النسبة الصغرى	(۳) المساحة فى النسبة الكبرى	(۲) المساحة من م حتى $\frac{C}{E}$	(۱) الدرجة المعيارية $\frac{C}{E}$
, ۳۶۲۱	, ۳۳۰۰	, ۶۷۰۰	, ۱۷۰۰	, ۴۴
, ۳۶۰۵	, ۳۲۶۴	, ۶۷۳۶	, ۱۷۳۶	, ۴۵
, ۳۵۸۹	, ۳۲۲۸	, ۶۷۷۲	, ۱۷۷۲	, ۴۶
, ۳۵۷۲	, ۳۱۹۲	, ۶۸۰۸	, ۱۸۰۸	, ۴۷
, ۳۵۵۵	, ۳۱۵۶	, ۶۸۴۴	, ۱۸۴۴	, ۴۸
, ۳۵۳۸	, ۳۱۲۱	, ۶۸۷۹	, ۱۸۷۹	, ۴۹
, ۳۵۲۱	, ۳۰۸۵	, ۶۹۱۵	, ۱۹۱۵	, ۵۰
, ۳۵۰۳	, ۳۰۵۰	, ۶۹۵۰	, ۱۹۵۰	, ۵۱
, ۳۴۸۵	, ۳۰۱۵	, ۶۹۸۵	, ۱۹۸۵	, ۵۲
, ۳۴۶۷	, ۲۹۸۱	, ۷۰۱۹	, ۲۰۱۹	, ۵۳
, ۳۴۴۸	, ۲۹۴۶	, ۷۰۵۴	, ۲۰۵۴	, ۵۴
, ۳۴۲۹	, ۲۹۱۲	, ۷۰۸۸	, ۲۰۸۸	, ۵۵
, ۳۴۱۰	, ۲۸۷۷	, ۷۱۲۳	, ۲۱۲۳	, ۵۶
, ۳۳۹۱	, ۲۸۴۳	, ۷۱۵۷	, ۲۱۵۷	, ۵۷
, ۳۳۷۲	, ۲۸۱۰	, ۷۱۹۰	, ۲۱۹۰	, ۵۸
, ۳۳۵۲	, ۲۷۷۶	, ۷۲۲۴	, ۲۲۲۴	, ۵۹
, ۳۳۳۲	, ۲۷۴۳	, ۷۲۵۷	, ۲۲۵۷	, ۶۰
, ۳۳۱۲	, ۲۷۰۹	, ۷۲۹۱	, ۲۲۹۱	, ۶۱
, ۳۲۹۲	, ۲۶۷۶	, ۷۳۲۴	, ۲۳۲۴	, ۶۲
, ۳۲۷۱	, ۲۶۴۳	, ۷۳۵۷	, ۲۳۵۷	, ۶۳
, ۳۲۵۱	, ۲۶۱۱	, ۷۳۸۹	, ۲۳۸۹	, ۶۴
, ۳۲۳۰	, ۲۵۷۸	, ۷۴۲۲	, ۲۴۲۲	, ۶۵

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{E}$	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{E}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{E}$
,٣٢.٩	,٢٥٤٦	,٧٤٥٤	,٢٤٥٤	,٦٦
,٣١٨٧	,٢٥١٤	,٧٤٨٦	,٢٤٨٦	,٦٧
,٣١٦٦	,٣٤٨٣	,٧٥١٧	,٢٥١٧	,٦٨
,٣١٤٤	,٢٤٥١	,٧٥٤٩	,٢٥٤٩	,٦٩
,٣١٢٣	,٢٤٢٠	,٧٥٨٠	,٢٥٨٠	,٧٠
,٣١٠.١	,٢٣٨٩	,٧٦١١	,٢٦١١	,٧١
,٣٠.٧٩	,٢٣٥٨	,٧٦٤٢	,٢٦٤٢	,٧٢
,٣٠.٥٦	,٢٣٢٧	,٧٦٧٣	,٢٦٧٣	,٧٣
,٣٠.٣٤	,٢٢٩٦	,٧٧٠٤	,٢٧٠٤	,٧٤
,٣٠.١١	,٢٢٦٦	,٧٧٣٤	,٢٧٣٤	,٧٥
,٢٩٨٩	,٢٢٣٦	,٧٧٦٤	,٢٧٦٤	,٧٦
,٢٩٦٦	,٢٢٠٦	,٧٧٩٤	,٢٧٩٤	,٧٧
,٢٩٤٣	,٢١٧٧	,٧٨٢٣	,٢٨٢٣	,٧٨
,٢٩٢٠	,٢١٤٨	,٧٨٥٢	,٢٨٥٢	,٧٩
,٢٨٩٧	,٢١١٩	,٧٨٨١	,٢٨٨١	,٨٠
,٢٨٧٤	,٢٠.٩٠	,٧٩١٠	,٢٩١٠	,٨١
,٢٨٥٠	,٢٠.٦١	,٧٩٣٩	,٢٩٣٩	,٨٢
,٢٨٢٧	,٢٠.٣٣	,٧٩٦٧	,٢٩٦٧	,٨٣
,٢٨٠.٣	,٢٠.٠٥	,٧٩٩٥	,٢٩٩٥	,٨٤
,٢٧٨٠	,١٩٧٧	,٨٠.٢٣	,٣٠.٢٣	,٨٥
,٢٧٥٦	,١٩٤٩	,٨٠.٥١	,٣٠.٥١	,٨٦
,٢٧٣٢	,١٩٢٢	,٨٠.٧٨	,٣٠.٧٨	,٨٧

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{C}$	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$
, ٢٧.٩	, ١٨٩٤	, ٨١.٦	, ٣١.٦	, ٨٨
, ٢٦٨٥	, ١٨٦٧	, ٨١٣٣	, ٣١٣٣	, ٨٩
, ٢٦٦١	, ١٨٤١	, ٨١٥٩	, ٣١٥٩	, ٩٠
, ٢٦٣٧	, ١٨١٤	, ٨١٨٦	, ٣١٨٦	, ٩١
, ٢٦١٣	, ١٧٨٨	, ٨٢١٢	, ٣٢١٢	, ٩٢
, ٢٥٨٩	, ١٧٦٢	, ٨٢٣٨	, ٣٢٣٨	, ٩٣
, ٢٥٦٥	, ١٧٣٦	, ٨٢٦٤	, ٣٢٦٤	, ٩٤
, ٢٥٤١	, ١٧١١	, ٨٢٨٩	, ٣٢٨٩	, ٩٥
, ٢٥١٦	, ١٦٨٥	, ٨٣١٥	, ٣٣١٥	, ٩٦
, ٢٤٩٢	, ١٦٦٠	, ٨٣٤٠	, ٣٣٤٠	, ٩٧
, ٢٤٦٨	, ١٦٣٥	, ٨٣٦٥	, ٣٣٦٥	, ٩٨
, ٢٤٤٤	, ١٦١١	, ٨٣٨٩	, ٣٣٨٩	, ٩٩
, ٢٤٢٠	, ١٥٨٧	, ٨٤١٣	, ٣٤١٣	١, .٠
, ٢٣٩٦	, ١٥٦٢	, ٨٤٣٨	, ٣٤٣٨	١, .١
, ٢٣٧١	, ١٥٣٩	, ٨٤٦١	, ٣٤٦١	١, .٢
, ٢٣٤٧	, ١٥١٥	, ٨٤٨٥	, ٣٤٨٥	١, .٣
, ٢٣٢٣	, ١٤٩٢	, ٨٥٠٨	, ٣٥٠٨	١, .٤
, ٢٢٩٩	, ١٤٦٩	, ٨٥٣١	, ٣٥٣١	١, .٥
, ٢٢٧٥	, ١٤٤٦	, ٨٥٥٤	, ٣٥٥٤	١, .٦
, ٢٢٥١	, ١٤٢٣	, ٨٥٧٧	, ٣٥٧٧	١, .٧
, ٢٢٢٧	, ١٤٠١	, ٨٥٩٩	, ٣٥٩٩	١, .٨
, ٢٢٠٣	, ١٣٧٩	, ٨٦٢١	, ٣٦٢١	١, .٩

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{E}$	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{E}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{E}$
.٢١٧٩	.١٣٥٧	.٨٦٤٣	.٣٦٤٣	١, ١٠
.٢١٥٥	.١٣٣٥	.٨٦٦٥	.٣٦٦٥	١, ١١
.٢١٣١	.١٣١٤	.٨٦٨٦	.٣٦٨٦	١, ١٢
.٢١٠٧	.١٢٩٢	.٨٧٠٨	.٣٧٠٨	١, ١٣
.٢٠٨٣	.١٢٧١	.٨٧٢٩	.٣٧٢٩	١, ١٤
.٢٠٥٩	.١٢٥١	.٨٧٤٩	.٣٧٤٩	١, ١٥
.٢٠٣٦	.١٢٣٠	.٨٧٧٠	.٣٧٧٠	١, ١٦
.٢٠١٢	.١٢١٠	.٨٧٩٠	.٣٧٩٠	١, ١٧
.١٩٨٩	.١١٩٠	.٨٨١٠	.٣٨١٠	١, ١٨
.١٩٦٥	.١١٧٠	.٨٨٣٠	.٣٨٣٠	١, ١٩
.١٩٤٢	.١١٥١	.٨٨٤٩	.٣٨٤٩	١, ٢٠
.١٩١٩	.١١٣١	.٨٨٦٩	.٣٨٦٩	١, ٢١
.١٨٩٥	.١١١٢	.٨٨٨٨	.٣٨٨٨	١, ٢٢
.١٨٧٢	.١٠٩٣	.٨٩٠٧	.٣٩٠٧	١, ٢٣
.١٨٤٩	.١٠٧٥	.٨٩٢٥	.٣٩٢٥	١, ٢٤
.١٨٢٦	.١٠٥٦	.٨٩٤٤	.٣٩٤٤	١, ٢٥
.١٨٠٤	.١٠٣٨	.٨٩٦٢	.٣٩٦٢	١, ٢٦
.١٧٨١	.١٠٢٠	.٨٩٨٠	.٣٩٨٠	١, ٢٧
.١٧٥٨	.١٠٠٣	.٨٩٩٧	.٣٩٩٧	١, ٢٨
.١٧٣٦	.٩٨٥	.٩٠١٥	.٤٠١٥	١, ٢٩
.١٧١٤	.٩٦٨	.٩٠٣٢	.٤٠٣٢	١, ٣٠
.١٦٩١	.٩٥١	.٩٠٤٩	.٤٠٤٩	١, ٣١



تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{E}$	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{E}$	(١) الدرجة العيارية $\frac{C}{E}$
.١٦٦٩	.٠٩٣٤	.٩٠٦٦	.٤٠٦٦	١,٣٢
.١٦٤٧	.٠٩١٨	.٩٠٨٢	.٤٠٨٢	١,٣٣
.١٦٢٦	.٠٩٠١	.٩٠٩٩	.٤٠٩٩	١,٣٤
.١٦٠٤	.٠٨٨٥	.٩١١٥	.٤١١٥	١,٣٥
.١٥٨٢	.٠٨٦٩	.٩١٣١	.٤١٣١	١,٣٦
.١٥٦١	.٠٨٥٣	.٩١٤٧	.٣١٤٧	١,٣٧
.١٥٣٩	.٠٨٣٨	.٩١٦٢	.٤١٦٢	١,٣٨
.١٥١٨	.٠٨٢٣	.٩١٧٧	.٤١٧٧	١,٣٩
.١٤٩٧	.٠٨٠٨	.٩١٩٢	.٤١٩٢	١,٤٠
.١٤٧٦	.٠٧٩٣	.٩٢٠٧	.٤٢٠٧	١,٤١
.١٤٥٦	.٠٧٧٨	.٩٢٢٢	.٤٢٢٢	١,٤٢
.١٤٣٥	.٠٧٦٤	.٩٢٣٦	.٤٢٣٦	١,٤٣
.١٤١٥	.٠٧٤٩	.٩٢٥١	.٤٢٥١	١,٤٤
.١٣٩٤	.٠٧٣٥	.٩٢٦٥	.٤٢٦٥	١,٤٥
.١٣٧٤	.٠٧٢١	.٩٢٧٩	.٤٢٧٩	١,٤٦
.١٣٥٤	.٠٧٠٨	.٩٢٩٢	.٤٢٩٢	١,٤٧
.١٣٣٤	.٠٦٩٤	.٩٣٠٦	.٤٣٠٦	١,٤٨
.١٣١٥	.٠٦٨١	.٩٣١٩	.٤٣١٩	١,٤٩
.١٢٩٥	.٠٦٦٨	.٩٣٣٢	.٤٣٣٢	١,٥٠
.١٢٧٦	.٠٦٥٥	.٩٣٤٥	.٤٣٤٥	١,٥١
.١٢٥٧	.٠٦٤٣	.٩٣٥٧	.٤٣٥٧	١,٥٢
.١٢٣٨	.٠٦٣٠	.٩٣٧٠	.٤٣٧٠	١,٥٣

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{C}$ ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$ ع	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$ ع
.١٢١٩	.٠٦١٨	.٩٣٨٢	.٤٣٨٢	١.٥٤
.١٢٠٠	.٠٦٠٦	.٩٣٩٤	.٤٣٩٤	١.٥٥
.١١٨٢	.٠٥٩٤	.٩٤٠٦	.٤٤٠٦	١.٥٦
.١١٦٣	.٠٥٨٢	.٩٤١٨	.٤٤١٨	١.٥٧
.١١٤٥	.٠٥٧١	.٩٤٢٩	.٤٤٢٩	١.٥٨
.١١٢٧	.٠٥٥٩	.٩٤٤١	.٤٤٤١	١.٥٩
.١١٠٩	.٠٥٤٨	.٩٤٥٢	.٤٤٥٢	١.٦٠
.١٠٩٢	.٠٥٣٧	.٩٤٦٣	.٤٤٦٣	١.٦١
.١٠٧٤	.٠٥٢٦	.٩٤٧٤	.٤٤٧٤	١.٦٢
.١٠٥٧	.٠٥١٦	.٩٤٨٤	.٤٤٨٤	١.٦٣
.١٠٤٠	.٠٥٠٥	.٩٤٩٥	.٤٤٩٥	١.٦٤
.١٠٢٣	.٠٤٩٥	.٩٥٠٥	.٤٥٠٥	١.٦٥
.١٠٠٦	.٠٤٨٥	.٩٥١٥	.٤٥١٥	١.٦٦
.٩٨٩	.٠٤٧٥	.٩٥٢٥	.٤٥٢٥	١.٦٧
.٩٧٣	.٠٤٦٥	.٩٥٣٥	.٤٥٣٥	١.٦٨
.٩٥٧	.٠٤٥٥	.٩٥٤٥	.٤٥٤٥	١.٦٩
.٩٤٠	.٠٤٤٦	.٩٥٥٤	.٤٥٥٤	١.٧٠
.٩٢٥	.٠٤٣٦	.٩٥٦٤	.٤٥٦٤	١.٧١
.٩٠٩	.٠٤٢٧	.٩٥٧٣	.٤٥٧٣	١.٧٢
.٨٩٣	.٠٤١٨	.٩٥٨٢	.٤٥٨٢	١.٧٣
.٨٧٨	.٠٤٠٩	.٩٥٩١	.٤٥٩١	١.٧٤
.٨٦٣	.٠٤٠١	.٩٥٩٩	.٤٥٩٩	١.٧٥

تکلیف جدول (ب)

(۵) الاحداثى ص عند $\frac{C}{C}$	(۴) المساحة فى النسبة الصغرى	(۳) المساحة فى النسبة الكبرى	(۲) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$	(۱) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$
,.۸۴۸	,.۳۹۲	,.۹۶۰۸	,.۴۶۰۸	۱,۷۶
,.۸۳۳	,.۳۸۴	,.۹۶۱۶	,.۴۶۱۶	۱,۷۷
,.۸۱۸	,.۳۷۵	,.۹۶۲۵	,.۴۶۲۵	۱,۷۸
,.۸۰۴	,.۳۶۷	,.۹۶۳۳	,.۴۶۳۳	۱,۷۹
,.۷۹۰	,.۳۵۹	,.۹۶۴۱	,.۴۶۴۱	۱,۸۰
,.۷۷۵	,.۳۵۱	,.۹۶۴۹	,.۴۶۴۹	۱,۸۱
,.۷۶۱	,.۳۴۴	,.۹۶۵۶	,.۴۶۵۶	۱,۸۲
,.۷۴۸	,.۳۳۶	,.۹۶۶۴	,.۴۶۶۴	۱,۸۳
,.۷۳۴	,.۳۲۹	,.۹۶۷۱	,.۴۶۷۱	۱,۸۴
,.۷۲۱	,.۳۲۲	,.۹۶۷۸	,.۴۶۷۸	۱,۸۵
,.۷۰۷	,.۳۱۴	,.۹۶۸۶	,.۴۶۸۶	۱,۸۶
,.۶۹۴	,.۳۰۷	,.۹۶۹۳	,.۴۶۹۳	۱,۸۷
,.۶۸۱	,.۳۰۱	,.۹۶۹۹	,.۴۶۹۹	۱,۸۸
,.۶۶۹	,.۲۹۴	,.۹۷۰۶	,.۴۷۰۶	۱,۸۹
,.۶۵۶	,.۲۸۷	,.۹۷۱۳	,.۴۷۱۳	۱,۹۰
,.۶۴۴	,.۲۸۱	,.۹۷۱۹	,.۴۷۱۹	۱,۹۱
,.۶۳۲	,.۲۷۴	,.۹۷۲۶	,.۴۷۲۶	۱,۹۲
,.۶۲۰	,.۲۶۸	,.۹۷۳۲	,.۴۷۳۲	۱,۹۳
,.۶۰۸	,.۲۶۲	,.۹۷۳۸	,.۴۷۳۸	۱,۹۴
,.۵۹۶	,.۲۵۶	,.۹۷۴۴	,.۴۷۴۴	۱,۹۵
,.۵۸۴	,.۲۵۰	,.۹۷۵۰	,.۴۷۵۰	۱,۹۶
,.۵۷۳	,.۲۴۴	,.۹۷۵۶	,.۴۷۵۶	۱,۹۷

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند $\frac{C}{C}$	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$
.٠٥٦٢	.٠٢٣٩	.٩٧٦١	.٤٧٦١	١,٩٨
.٠٥٥١	.٠٢٣٣	.٩٧٦٧	.٤٧٦٧	١,٩٩
.٠٥٤٠	.٠٢٢٨	.٩٧٧٢	.٤٧٧٢	٢,٠٠
.٠٥٢٩	.٠٢٢٢	.٩٧٧٨	.٤٧٧٨	٢,٠١
.٠٥١٩	.٠٢١٧	.٩٧٨٣	.٤٧٨٣	٢,٠٢
.٠٥٠٨	.٠٢١٢	.٩٧٨٨	.٤٧٨٨	٢,٠٣
.٠٤٩٨	.٠٢٠٧	.٩٧٩٣	.٤٧٩٣	٢,٠٤
.٠٤٨٨	.٠٢٠٢	.٩٧٩٨	.٤٧٩٨	٢,٠٥
.٠٤٧٨	.٠١٩٧	.٩٨٠٣	.٤٨٠٣	٢,٠٦
.٠٤٦٨	.٠١٩٢	.٩٨٠٨	.٤٨٠٨	٢,٠٧
.٠٤٥٩	.٠١٨٨	.٩٨١٢	.٤٨١٢	٢,٠٨
.٠٤٤٩	.٠١٨٣	.٩٨١٧	.٤٨١٧	٢,٠٩
.٠٤٤٠	.٠١٧٩	.٩٨٢١	.٤٨٢١	٢,١٠
.٠٤٣١	.٠١٧٤	.٩٨٢٦	.٤٨٢٦	٢,١١
.٠١٢٢	.٠١٧٠	.٩٨٣٠	.٤٨٣٠	٢,١٢
.٠٤١٣	.٠١٦٦	.٩٨٣٤	.٤٨٣٤	١,١٣
.٠٤٠٤	.٠١٦٢	.٩٨٣٨	.٤٨٣٨	٢,١٤
.٠٣٩٦	.٠١٥٨	.٩٨٤٢	.٤٨٤٢	٢,١٥
.٠٣٨٧	.٠١٥٤	.٩٨٤٦	.٤٨٤٦	٢,١٦
.٠٣٧٩	.٠١٥٠	.٩٨٥٠	.٤٨٥٠	٢,١٧
.٠٣٧١	.٠١٤٦	.٩٨٥٤	.٤٨٥٤	٢,١٨
.٠٣٦٣	.٠١٤٣	.٩٨٥٧	.٤٨٥٧	٢,١٩

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى ع	(١) الدرجة للمبارية ع
.٠٣٥٥	.٠١٣٩	.٩٨٦١	.٤٨٦١	٢,٢٠
.٠٣٤٧	.٠١٣٦	.٩٨٦٤	.٤٨٦٤	٢,٢١
.٠٣٣٩	.٠١٣٢	.٩٨٦٨	.٤٨٦٨	٢,٢٢
.٠٣٣٢	.٠١٢٩	.٩٨٧١	.٤٨٧١	٢,٢٣
.٠٣٢٥	.٠١٢٥	.٩٨٧٥	.٤٨٧٥	٢,٢٤
.٠٣١٧	.٠١٢٢	.٩٨٧٨	.٤٨٧٨	٢,٢٥
.٠٣١٠	.٠١١٩	.٩٨٨١	.٤٨٨١	٢,٢٦
.٠٣٠٣	.٠١١٦	.٩٨٨٤	.٤٨٨٤	٢,٢٧
.٠٢٩٧	.٠١١٣	.٩٨٨٧	.٤٨٨٧	٢,٢٨
.٠٢٩٠	.٠١١٠	.٩٨٩٠	.٤٨٩٠	٢,٢٩
.٠٢٨٣	.٠١٠٧	.٩٨٩٣	.٤٨٩٣	٢,٣٠
.٠٢٧٧	.٠١٠٤	.٩٨٩٦	.٤٨٩٦	٢,٣١
.٠٢٧٠	.٠١٠٢	.٩٨٩٨	.٤٨٩٨	٢,٣٢
.٠٢٦٤	.٠٠٩٩	.٩٩٠١	.٤٩٠١	٢,٣٣
.٠٢٥٨	.٠٠٩٦	.٩٩٠٤	.٤٩٠٤	٢,٣٤
.٠٢٥٢	.٠٠٩٤	.٩٩٠٦	.٤٩٠٦	٢,٣٥
.٠٢٤٦	.٠٠٩١	.٩٩٠٩	.٤٩٠٩	٢,٣٦
.٠٢٤١	.٠٠٨٩	.٩٩١١	.٤٩١١	٢,٣٧
.٠٢٣٥	.٠٠٨٧	.٩٩١٣	.٤٩١٣	٢,٣٨
.٠٢٢٩	.٠٠٨٤	.٩٩١٦	.٤٩١٦	٢,٣٩
.٠٢٢٤	.٠٠٨٢	.٩٩١٨	.٤٩١٨	٢,٤٠
.٠٢١٩	.٠٠٨٠	.٩٩٢٠	.٤٩٢٠	٢,٤١

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى ع	(١) الدرجة المعيارية ع
,.٢١٣	,.٠٧٨	,.٩٩٢٢	,.٤٩٢٢	٢,٤٢
,.٢٠٨	,.٠٧٥	,.٩٩٢٥	,.٤٩٢٥	٢,٤٣
,.٢٠٣	,.٠٧٣	,.٩٩٢٧	,.٤٩٢٧	٢,٤٤
,.١٩٨	,.٠٧١	,.٩٩٢٩	,.٤٩٢٩	٢,٤٥
,.١٩٤	,.٠٦٩	,.٩٩٣١	,.٤٩٣١	٢,٤٦
,.١٨٩	,.٠٦٨	,.٩٩٣٢	,.٤٩٣٢	٢,٤٧
,.١٨٤	,.٠٦٦	,.٩٩٣٤	,.٤٩٣٤	٢,٤٨
,.١٨٠	,.٠٦٤	,.٩٩٣٦	,.٤٩٣٦	٢,٤٩
,.١٧٥	,.٠٦٢	,.٩٩٣٨	,.٤٩٣٨	٢,٥٠
,.١٧١	,.٠٦٠	,.٩٩٤٠	,.٤٩٤٠	٢,٥١
,.١٦٧	,.٠٥٩	,.٩٩٤١	,.٤٩٤١	٢,٥٢
,.١٦٣	,.٠٥٧	,.٩٩٤٣	,.٤٩٤٣	٢,٥٣
,.١٥٨	,.٠٥٥	,.٩٩٤٥	,.٤٩٤٥	٢,٥٤
,.١٥٤	,.٠٥٤	,.٩٩٤٦	,.٤٩٤٦	٢,٥٥
,.١٥١	,.٠٥٢	,.٩٩٤٨	,.٤٩٤٨	٢,٥٦
,.١٤٧	,.٠٥١	,.٩٩٤٩	,.٤٩٤٩	٢,٥٧
,.١٤٣	,.٠٤٩	,.٩٩٥١	,.٤٩٥١	٢,٥٨
,.١٣٩	,.٠٤٨	,.٩٩٥٢	,.٤٩٥٢	٢,٥٩
,.١٣٦	,.٠٤٧	,.٩٩٥٣	,.٤٩٥٣	٢,٦٠
,.١٣٢	,.٠٤٥	,.٩٩٥٥	,.٤٩٥٥	٢,٦١
,.١٢٩	,.٠٤٤	,.٩٩٥٦	,.٤٩٥٦	٢,٦٢
,.١٢٦	,.٠٤٣	,.٩٩٥٧	,.٤٩٥٧	٢,٦٣

تابع جدول (ب)

(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$	(٣) المساحة في النسبة الكبرى	(٤) المساحة في النسبة الصغرى	(٥) الاحداثى من عند $\frac{C}{C}$
٢,٦٤	,٤٩٥٩	,٩٩٥٩	,...٤١	,.١٢٢
٢,٦٥	,٤٩٦٠	,٩٩٦٠	,...٤٠	,.١١٩
٢,٦٦	,٤٩٦١	,٩٩٦١	,...٣٩	,.١١٦
٢,٦٧	,٤٩٦٢	,٩٩٦٢	,...٣٨	,.١١٣
٢,٦٨	,٤٩٦٣	,٩٩٦٣	,...٣٧	,.١١٠
٢,٦٩	,٤٩٦٤	,٩٩٦٤	,...٣٦	,.١٠٧
٢,٧٠	,٤٩٦٥	,٩٩٦٥	,...٣٥	,.١٠٤
٢,٧١	,٤٩٦٦	,٩٩٦٦	,...٣٤	,.١٠١
٢,٧٢	,٤٩٦٧	,٩٩٦٧	,...٣٣	,...٩٩
٢,٧٣	,٤٩٦٨	,٩٩٦٨	,...٣٢	,...٩٦
٢,٧٤	,٤٩٦٩	,٩٩٦٩	,...٣١	,...٩٣
٢,٧٥	,٤٩٧٠	,٩٩٧٠	,...٣٠	,...٩١
٢,٧٦	,٤٩٧١	,٩٩٧١	,...٢٩	,...٨٨
٢,٧٧	,٤٩٧٢	,٩٩٧٢	,...٢٨	,...٨٦
٢,٧٨	,٤٩٧٣	,٩٩٧٣	,...٢٧	,...٨٤
٢,٧٩	,٤٩٧٤	,٩٩٧٤	,...٢٦	,...٨١
٢,٨٠	,٤٩٧٤	,٩٩٧٤	,...٢٦	,...٧٩
٢,٨١	,٤٩٧٥	,٩٩٧٥	,...٢٥	,...٧٧
٢,٨٢	,٤٩٧٥	,٩٩٧٦	,...٢٤	,...٧٥
٢,٨٣	,٤٩٧٧	,٩٩٧٧	,...٢٣	,...٧٣
٢,٨٤	,٤٩٧٧	,٩٩٧٧	,...٢٣	,...٧١
٢,٨٥	,٤٩٧٨	,٩٩٧٨	,...٢٢	,...٦٩

تابع جدول (ب)

(٥) الاحداثى ص عند ع	(٤) المساحة فى النسبة الصغرى	(٣) المساحة فى النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى ع	(١) الدرجة للعبارة ع
,...٦٧	,...٢١	,٩٩٧٩	,٤٩٧٩	٢,٨٦
,...٦٥	,...٢١	,٩٩٧٩	,٤٩٧٩	٢,٨٧
,...٦٣	,...٢٠	,٩٩٨٠	,٤٩٨٠	٢,٨٨
,...٦١	,...١٩	,٩٩٨١	,٤٩٨١	٢,٨٩
,...٦٠	,...١٩	,٩٩٨١	,٤٩٨١	٢,٩٠
,...٥٨	,...١٨	,٩٩٨٢	,٤٩٨٢	٢,٩١
,...٥٦	,...١٨	,٩٩٨٢	,٤٩٨٢	٢,٩٢
,...٥٥	,...١٧	,٩٩٨٣	,٤٩٨٣	٢,٩٣
,...٥٣	,...١٦	,٩٩٨٤	,٤٩٨٤	٢,٩٤
,...٥١	,...١٦	,٩٩٨٤	,٤٩٨٤	٢,٩٥
,...٥٠	,...١٥	,٩٩٨٥	,٤٩٨٥	٢,٩٦
,...٤٨	,...١٥	,٩٩٨٥	,٤٩٨٥	٢,٩٧
,...٤٧	,...١٤	,٩٩٨٦	,٤٩٨٦	٢,٩٨
,...٤٦	,...١٤	,٩٩٨٦	,٤٩٨٦	٢,٩٩
,...٤٤	,...١٣	,٩٩٨٧	,٤٩٨٧	٣,٠٠
,...٤٣	,...١٣	,٩٩٨٧	,٤٩٨٧	٣,٠١
,...٤٢	,...١٣	,٩٩٨٧	,٤٩٨٧	٣,٠٢
,...٤٠	,...١٢	,٩٩٨٨	,٤٩٨٨	٣,٠٣
,...٣٩	,...١٢	,٩٩٨٨	,٤٩٨٨	٣,٠٤
,...٣٨	,...١١	,٩٩٨٩	,٤٩٨٩	٣,٠٥
,...٣٧	,...١١	,٩٩٨٩	,٤٩٨٩	٣,٠٦
,...٣٦	,...١١	,٩٩٨٩	,٤٩٨٩	٣,٠٧



تابع جدول (ب)

(٥) الاحتاثي من عند $\frac{C}{C}$	(٤) المساحة في النسبة الصغرى	(٣) المساحة في النسبة الكبرى	(٢) المساحة من م حتى $\frac{C}{C}$	(١) الدرجة المعيارية $\frac{C}{C}$
,...٣٥	,...١٠	,٩٩٩٠	,٤٩٩٠	٣,٠٨
,...٣٤	,...١٠	,٩٩٩٠	,٤٩٩٠	٣,٠٩
,...٣٣	,...١٠	,٩٩٩٠	,٤٩٩٠	٣,١٠
,...٣٢	,...٩	,٩٩٩١	,٤٩٩١	٣,١١
,...٣١	,...٩	,٩٩٩١	,٤٩٩١	٣,١٢
,...٣٠	,...٩	,٩٩٩١	,٤٩٩١	٣,١٣
,...٢٩	,...٨	,٩٩٩٢	,٤٩٩٢	٣,١٤
,...٢٨	,...٨	,٩٩٩٢	,٤٩٩٢	٣,١٥
,...٢٧	,...٨	,٩٩٩٢	,٤٩٩٢	٣,١٦
,...٢٦	,...٨	,٩٩٩٢	,٤٩٩٢	٣,١٧
,...٢٥	,...٧	,٩٩٩٣	,٤٩٩٣	٣,١٨
,...٢٥	,...٧	,٩٩٩٣	,٤٩٩٣	٣,١٩
,...٢٤	,...٧	,٩٩٩٣	,٤٩٩٣	٣,٢٠
,...٢٣	,...٧	,٩٩٩٣	,٤٩٩٣	٣,٢١
,...٢٢	,...٦	,٩٩٩٤	,٤٩٩٤	٣,٢٢
,...٢٢	,...٦	,٩٩٩٤	,٤٩٩٤	٣,٢٣
,...٢١	,...٦	,٩٩٩٤	,٤٩٩٤	٣,٢٤
,...١٧	,...٥	,٩٩٩٥	,٤٩٩٥	٣,٢٠
,...١٢	,...٣	,٩٩٩٧	,٤٩٩٧	٣,٤٠
,...٩	,...٢	,٩٩٩٨	,٤٩٩٨	٣,٥٠
,...٦	,...٢	,٩٩٩٨	,٤٩٩٨	٣,٦٠
,...٤	,...١	,٩٩٩٩	,٤٩٩٩	٣,٧٠

جدول (ج)  
مستويات الدلالة المختلفة لمعامل ارتباط بيرسون

٢-٥	١٠	٥	٢	١	١-٥
١	٩٨٨	٩٩٧	٩٩٩	٩٩٩	١,٠٠٠
٢	٩٠٠	٩٥٠	٩٨٠	٩٩٠	٩٩٩
٣	٨٠٥	٨٧٨	٩٣٤	٩٥٩	٩٩١
٤	٧٢٩	٨١١	٨٨٢	٩١٧	٩٧٤
٥	٦٦٩	٧٥٤	٨٣٣	٨٧٤	٩٥١
٦	٦٢٢	٧٠٧	٧٨٩	٨٣٤	٩٢٥
٧	٥٨٢	٦٦٦	٧٥٠	٧٩٨	٨٩٨
٨	٥٥٠	٦٣٢	٧١٦	٧٦٥	٨٧٢
٩	٥٢١	٦٠٢	٦٨٥	٧٣٥	٨٤٧
١٠	٤٩٧	٥٧٦	٦٥٨	٧٠٨	٨٢٣
١١	٤٧٦	٥٥٣	٦٣٤	٦٨٤	٨٠١
١٢	٤٥٨	٥٣٢	٦١٢	٦٦١	٧٨٠
١٣	٤٤١	٥١٤	٥٩٢	٦٤١	٧٦٠
١٤	٤٢٦	٤٩٧	٥٧٤	٦٢٣	٧٤٢
١٥	٤١٢	٤٨٢	٥٥٨	٦٠٦	٧٢٥
١٦	٤٠٠	٤٦٨	٥٤٢	٥٩٠	٧٠٨
١٧	٣٨٩	٤٥٦	٥٢٨	٥٧٥	٦٩٣
١٨	٣٧٨	٤٤٤	٥١٦	٥٦١	٦٧٩
١٩	٣٦٩	٤٣٣	٥٠٣	٥٤٩	٦٦٥
٢٠	٣٦٠	٤٢٣	٤٩٢	٥٣٧	٦٥٢
٢٢	٣٤٤	٤٠٤	٤٧٢	٥١٥	٦٢٩
٢٤	٣٣٠	٣٨٨	٤٥٣	٤٩٦	٦٠٧
٢٥	٣٢٣	٣٨١	٤٤٥	٤٨٧	٥٩٧

(تابع) جدول (ج)

۱-۲	۱-۱	۲-۲	۰-۰	۱-۱	۲-۲
,۰۰۴	,۴۴۹	,۴-۹	,۳۴۹	,۲۹۶	۳-
,۰۱۹	,۴۱۸	,۳۸۱	,۳۲۰	,۲۷۰	۳۰
,۴۹-	,۳۹۳	,۳۰۸	,۳-۴	,۲۰۷	۴-
,۴۶۰	,۳۷۲	,۳۳۸	,۲۸۸	,۲۴۳	۴۰
,۴۴۳	,۳۰۴	,۳۲۲	,۲۷۳	,۲۳۱	۵-
,۴۲۴	,۳۳۸	,۳-۷	,۲۶۱	,۲۲-	۵۰
,۴-۸	,۳۲۰	,۲۹۰	,۲۰-	,۲۱۱	۶-
,۳۹۳	,۳۱۲	,۲۸۴	,۲۴-	,۲-۳	۶۰
,۳۸-	,۳-۲	,۲۷۴	,۲۳۲	,۱۹۰	۷-
,۳۶۸	,۲۹۲	,۲۶۴	,۲۲۴	,۱۸۹	۷۰
,۳۰۷	,۲۸۳	,۲۰۶	,۲۱۷	,۱۸۳	۸-
,۳۴۷	,۲۷۰	,۲۴۹	,۲۱۱	,۱۷۸	۸۰
,۳۳۸	,۲۶۷	,۲۴۲	,۲-۰	,۱۷۳	۹-
,۳۲۹	,۲۶-	,۲۳۶	,۲-۰	,۱۶۸	۹۰
,۳۲۱	,۲۰۴	,۲۳-	,۱۹۰	,۱۶۴	۱۰-
,۲۸۸	,۲۲۸	,۲-۶	,۱۷۴	,۱۴۷	۱۲۰
,۲۶۴	,۲-۸	,۱۸۹	,۱۰۹	,۱۳۴	۱۵-
,۲۴۸	,۱۶۴	,۱۷۴	,۱۴۸	,۱۲۴	۱۷۰
,۲۳۰	,۱۸۱	,۱۶۴	,۱۳۸	,۱۱۶	۲۰-
,۱۸۸	,۱۴۸	,۱۳۴	,۱۱۳	,۰-۹۰	۳۰-
,۱۴۸	,۱۱۰	,۱-۴	,۰-۸۸	,۰-۷۴	۵۰-
,۱-۴	,۰-۸۱	,۰-۷۳	,۰-۶۲	,۰-۵۲	۱۰۰-
,۰-۷۴	,۰-۵۸	,۰-۵۲	,۰-۴۴	,۰-۳۷	۲۰۰-

جدول (۵)  
سال ز لیستور لتفیل مسائل از کتابه میر سوری

ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر
۱,۰۹۰	۰,۰۰۰	۶۹۳	۶,۰۰۰	۳۴۳	۳,۰۰۰	۲۰۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۱۳	۰,۰۰۰	۷۰۱	۶,۰۰۰	۳۴۰	۳,۰۰۰	۲۰۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۳۷	۰,۰۰۰	۷۰۶	۶,۰۰۰	۳۳۳	۳,۰۰۰	۲۱۳	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۱	۰,۰۰۰	۷۱۷	۶,۰۰۰	۳۲۲	۳,۰۰۰	۲۱۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۸۵	۰,۰۰۰	۷۲۰	۶,۰۰۰	۳۱۳	۳,۰۰۰	۲۲۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۰۹	۰,۰۰۰	۷۳۳	۶,۰۰۰	۳۰۳	۳,۰۰۰	۲۲۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۳۳	۰,۰۰۰	۷۴۳	۶,۰۰۰	۲۹۳	۳,۰۰۰	۲۲۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۵۷	۰,۰۰۰	۷۵۸	۶,۰۰۰	۲۸۳	۳,۰۰۰	۲۳۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۸۱	۰,۰۰۰	۷۶۸	۶,۰۰۰	۲۷۳	۳,۰۰۰	۲۳۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۳۰۵	۰,۰۰۰	۷۷۷	۶,۰۰۰	۲۶۳	۳,۰۰۰	۲۳۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۳۲۹	۰,۰۰۰	۷۸۷	۶,۰۰۰	۲۵۳	۳,۰۰۰	۲۴۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۳۵۳	۰,۰۰۰	۷۹۳	۶,۰۰۰	۲۴۳	۳,۰۰۰	۲۴۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۳۷۷	۰,۰۰۰	۸۰۸	۶,۰۰۰	۲۳۳	۳,۰۰۰	۲۴۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۴۰۱	۰,۰۰۰	۸۱۱	۶,۰۰۰	۲۲۳	۳,۰۰۰	۲۵۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۴۲۵	۰,۰۰۰	۸۲۰	۶,۰۰۰	۲۱۳	۳,۰۰۰	۲۵۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۴۴۹	۰,۰۰۰	۸۳۴	۶,۰۰۰	۲۰۳	۳,۰۰۰	۲۵۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۴۷۳	۰,۰۰۰	۸۴۸	۶,۰۰۰	۱۹۳	۳,۰۰۰	۲۶۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۴۹۷	۰,۰۰۰	۸۶۳	۶,۰۰۰	۱۸۳	۳,۰۰۰	۲۶۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۵۲۱	۰,۰۰۰	۸۷۷	۶,۰۰۰	۱۷۳	۳,۰۰۰	۲۶۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۵۴۵	۰,۰۰۰	۸۸۷	۶,۰۰۰	۱۶۳	۳,۰۰۰	۲۷۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۵۶۹	۰,۰۰۰	۸۹۳	۶,۰۰۰	۱۵۳	۳,۰۰۰	۲۷۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۵۹۳	۰,۰۰۰	۹۰۸	۶,۰۰۰	۱۴۳	۳,۰۰۰	۲۷۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۶۱۷	۰,۰۰۰	۹۱۱	۶,۰۰۰	۱۳۳	۳,۰۰۰	۲۸۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۶۴۱	۰,۰۰۰	۹۲۰	۶,۰۰۰	۱۲۳	۳,۰۰۰	۲۸۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۶۶۵	۰,۰۰۰	۹۳۴	۶,۰۰۰	۱۱۳	۳,۰۰۰	۲۸۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۶۸۹	۰,۰۰۰	۹۴۸	۶,۰۰۰	۱۰۳	۳,۰۰۰	۲۹۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۷۱۳	۰,۰۰۰	۹۵۸	۶,۰۰۰	۰۹۳	۳,۰۰۰	۲۹۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۷۳۷	۰,۰۰۰	۹۶۸	۶,۰۰۰	۰۸۳	۳,۰۰۰	۲۹۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۷۶۱	۰,۰۰۰	۹۷۷	۶,۰۰۰	۰۷۳	۳,۰۰۰	۳۰۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۷۸۵	۰,۰۰۰	۹۸۷	۶,۰۰۰	۰۶۳	۳,۰۰۰	۳۰۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۸۰۹	۰,۰۰۰	۹۹۳	۶,۰۰۰	۰۵۳	۳,۰۰۰	۳۰۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۸۳۳	۰,۰۰۰	۱۰۰۸	۶,۰۰۰	۰۴۳	۳,۰۰۰	۳۱۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۸۵۷	۰,۰۰۰	۱۰۱۱	۶,۰۰۰	۰۳۳	۳,۰۰۰	۳۱۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۸۸۱	۰,۰۰۰	۱۰۲۰	۶,۰۰۰	۰۲۳	۳,۰۰۰	۳۱۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۹۰۵	۰,۰۰۰	۱۰۳۴	۶,۰۰۰	۰۱۳	۳,۰۰۰	۳۲۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۹۲۹	۰,۰۰۰	۱۰۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۲۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۹۵۳	۰,۰۰۰	۱۰۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۲۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۹۷۷	۰,۰۰۰	۱۰۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۳۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۰۰۱	۰,۰۰۰	۱۰۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۳۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۰۲۵	۰,۰۰۰	۱۰۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۳۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۰۴۹	۰,۰۰۰	۱۰۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۴۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۰۷۳	۰,۰۰۰	۱۱۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۴۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۰۹۷	۰,۰۰۰	۱۱۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۴۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۱۲۱	۰,۰۰۰	۱۱۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۵۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۱۴۵	۰,۰۰۰	۱۱۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۵۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۱۶۹	۰,۰۰۰	۱۱۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۵۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۱۹۳	۰,۰۰۰	۱۱۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۶۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۲۱۷	۰,۰۰۰	۱۱۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۶۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۲۴۱	۰,۰۰۰	۱۱۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۶۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۲۶۵	۰,۰۰۰	۱۱۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۷۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۲۸۹	۰,۰۰۰	۱۱۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۷۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۳۱۳	۰,۰۰۰	۱۲۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۷۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۳۳۷	۰,۰۰۰	۱۲۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۸۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۳۶۱	۰,۰۰۰	۱۲۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۸۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۳۸۵	۰,۰۰۰	۱۲۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۸۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۴۰۹	۰,۰۰۰	۱۲۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۹۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۴۳۳	۰,۰۰۰	۱۲۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۹۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۴۵۷	۰,۰۰۰	۱۲۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۳۹۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۴۸۱	۰,۰۰۰	۱۲۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۰۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۵۰۵	۰,۰۰۰	۱۲۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۰۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۵۲۹	۰,۰۰۰	۱۲۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۰۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۵۵۳	۰,۰۰۰	۱۳۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۱۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۵۷۷	۰,۰۰۰	۱۳۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۱۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۰۱	۰,۰۰۰	۱۳۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۱۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۲۵	۰,۰۰۰	۱۳۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۲۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۴۹	۰,۰۰۰	۱۳۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۲۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۷۳	۰,۰۰۰	۱۳۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۲۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۶۹۷	۰,۰۰۰	۱۳۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۳۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۷۲۱	۰,۰۰۰	۱۳۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۳۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۷۴۵	۰,۰۰۰	۱۳۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۳۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۷۶۹	۰,۰۰۰	۱۳۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۴۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۷۹۳	۰,۰۰۰	۱۴۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۴۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۸۱۷	۰,۰۰۰	۱۴۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۴۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۸۴۱	۰,۰۰۰	۱۴۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۵۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۸۶۵	۰,۰۰۰	۱۴۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۵۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۸۸۹	۰,۰۰۰	۱۴۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۵۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۹۱۳	۰,۰۰۰	۱۴۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۶۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۹۳۷	۰,۰۰۰	۱۴۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۶۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۹۶۱	۰,۰۰۰	۱۴۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۶۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۱۹۸۵	۰,۰۰۰	۱۴۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۷۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۰۰۹	۰,۰۰۰	۱۴۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۷۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۰۳۳	۰,۰۰۰	۱۵۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۷۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۰۵۷	۰,۰۰۰	۱۵۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۸۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۰۸۱	۰,۰۰۰	۱۵۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۸۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۱۰۵	۰,۰۰۰	۱۵۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۸۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۱۲۹	۰,۰۰۰	۱۵۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۹۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۱۵۳	۰,۰۰۰	۱۵۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۹۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۱۷۷	۰,۰۰۰	۱۵۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۴۹۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۲۰۱	۰,۰۰۰	۱۵۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۰۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۲۲۵	۰,۰۰۰	۱۵۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۰۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۲۴۹	۰,۰۰۰	۱۵۹۳	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۰۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۲۷۳	۰,۰۰۰	۱۶۰۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۱۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۲۹۷	۰,۰۰۰	۱۶۱۱	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۱۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۳۲۱	۰,۰۰۰	۱۶۲۰	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۱۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۳۴۵	۰,۰۰۰	۱۶۳۴	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۲۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۳۶۹	۰,۰۰۰	۱۶۴۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۲۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۳۹۳	۰,۰۰۰	۱۶۵۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۲۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۴۱۷	۰,۰۰۰	۱۶۶۸	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۳۱	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۴۴۱	۰,۰۰۰	۱۶۷۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۳۴	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۴۶۵	۰,۰۰۰	۱۶۸۷	۶,۰۰۰	۰۰۳	۳,۰۰۰	۵۳۸	۲,۰۰۰	...	...
۱,۲۴۸۹	۰,۰۰۰	۱۶۹۳	۶,۰۰۰	۰					

(بیع) جدول (۱)

[illegible]



$r$	$\sqrt{r}$	$r_1$	$\sqrt{r-r_1}$	$\sqrt{1-r}$	$\frac{r_1}{1-r_1}$	$\frac{r}{\sqrt{1-r}}$	$\frac{r}{\sqrt{1-r}}$	$\frac{r}{\sqrt{1-r}}$	$r$
12'	0414'	6733'	1' 43'	0340'	1100'	3771'	3771'	3771'	12'
13'	3744'	3113'	0613'	8050'	1440'	8444'	8444'	8444'	13'
14'	1144'	1413'	0813'	7600'	1640'	7444'	7444'	7444'	14'
15'	1244'	0013'	1003'	8830'	0010'	1311'	1311'	1311'	15'
16'	1244'	1700'	1403'	0740'	6053'	1311'	1311'	1311'	16'
17'	0474'	3710'	0633'	1610'	1173'	3761'	3761'	3761'	17'
18'	3704'	6140'	0733'	1610'	1413'	3471'	3471'	3471'	18'
19'	1144'	1470'	1013'	6600'	3203'	1444'	1444'	1444'	19'
20'	1244'	0110'	1413'	0000'	0843'	3111'	3111'	3111'	20'
21'	0444'	1440'	1613'	6673'	3223'	6671'	6671'	6671'	21'
22'	0844'	6160'	1713'	1643'	1813'	7441'	7441'	7441'	22'
23'	1244'	3700'	1813'	0613'	1164'	7044'	7044'	7044'	23'
24'	0444'	1311'	1913'	1403'	6044'	1411'	1411'	1411'	24'
25'	3744'	0031'	0013'	1433'	0011'	0011'	0011'	0011'	25'
26'	0014'	1101'	1164'	6043'	6434'	3240'	3240'	3240'	26'
27'	0014'	3244'	1374'	1373'	1444'	3240'	3240'	3240'	27'
28'	1114'	6771'	1044'	3213'	1114'	6771'	6771'	6771'	28'

(28) काँ (७)

$\epsilon$	$\sqrt{\epsilon}$	$\epsilon^2$	$\sqrt{\epsilon-\epsilon^2}$	$\sqrt{1-\epsilon^2}$	$\sqrt{1-\epsilon}$	$\frac{\epsilon^2}{1-\epsilon^2}$	$\frac{\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$	$\frac{\epsilon}{1-(1-\epsilon)}$	$\epsilon$
.0	.1818	.0327	.1818	.9848	.1818	.0327	.1818	.1818	.0
.1	.3162	.1000	.3162	.9511	.3162	.1000	.3162	.3162	.1
.2	.4472	.1778	.4472	.9165	.4472	.1778	.4472	.4472	.2
.3	.5477	.2500	.5477	.8807	.5477	.2500	.5477	.5477	.3
.4	.6325	.3162	.6325	.8426	.6325	.3162	.6325	.6325	.4
.5	.7071	.3750	.7071	.8017	.7071	.3750	.7071	.7071	.5
.6	.7746	.4320	.7746	.7590	.7746	.4320	.7746	.7746	.6
.7	.8367	.4802	.8367	.7141	.8367	.4802	.8367	.8367	.7
.8	.8944	.5196	.8944	.6667	.8944	.5196	.8944	.8944	.8
.9	.9487	.5500	.9487	.6170	.9487	.5500	.9487	.9487	.9
1.0	1.0000	.5774	1.0000	.5662	1.0000	.5774	1.0000	1.0000	1.0

(2) (b) (i)



c	$\sqrt{c}$	$c_1$	$\sqrt{c-c_1}$	$\sqrt{1-c_1}$	$\frac{c_1}{1-c_1}$	$\frac{c}{\sqrt{1-c_1}}$	$\frac{c}{1-c_1}$	c
૪૪	૭૩૦	૬૫૦	૪૦૩	૭૫૫	૧૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૪
૪૫	૬૫૦	૬૦૧	૪૪૩	૭૫૫	૭૩૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૫
૪૬	૬૧૦	૫૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૬
૪૭	૫૭૦	૫૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૭
૪૮	૫૩૦	૪૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૮
૪૯	૪૯૦	૪૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૪૯
૫૦	૪૫૦	૩૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૦
૫૧	૪૧૦	૩૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૧
૫૨	૩૭૦	૨૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૨
૫૩	૩૩૦	૨૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૩
૫૪	૨૯૦	૧૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૪
૫૫	૨૫૦	૧૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૫
૫૬	૨૧૦	૦૫૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૬
૫૭	૧૭૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૭
૫૮	૧૩૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૮
૫૯	૯૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૫૯
૬૦	૮૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૦
૬૧	૭૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૧
૬૨	૬૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૨
૬૩	૫૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૩
૬૪	૪૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૪
૬૫	૩૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૫
૬૬	૨૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૬
૬૭	૧૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૭
૬૮	૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૮
૬૯	૦	૦૦૧	૪૮૩	૭૫૫	૭૧૫	૭૩૬	૧૧૦	૬૯

(પરિ)કર (૦)

$\rho$	$\sqrt{\rho}$	$\rho$	$\sqrt{\rho - \rho_0}$	$\sqrt{1 - \rho}$	$\frac{\rho_0}{1 - \rho}$	$\frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho}}$	$\frac{\rho}{1 - (1 - \rho)}$	$\rho$
11	3.3166	101	9.9499	0.9848	3386	1896	18.1	11
12	3.4641	110	10.4881	0.9848	3386	3096	18.1	12
13	3.6056	120	10.9545	0.9848	3386	4296	18.1	13
14	3.7417	130	11.4291	0.9848	3386	5496	18.1	14
15	3.8729	140	11.9018	0.9848	3386	6696	18.1	15
16	4.0000	150	12.3720	0.9848	3386	7896	18.1	16
17	4.1231	160	12.8399	0.9848	3386	9096	18.1	17
18	4.2426	170	13.3056	0.9848	3386	10296	18.1	18
19	4.3596	180	13.7693	0.9848	3386	11496	18.1	19
20	4.4741	190	14.2309	0.9848	3386	12696	18.1	20
21	4.5861	200	14.6906	0.9848	3386	13896	18.1	21
22	4.6961	210	15.1484	0.9848	3386	15096	18.1	22
23	4.8041	220	15.6043	0.9848	3386	16296	18.1	23
24	4.9101	230	16.0584	0.9848	3386	17496	18.1	24
25	5.0141	240	16.5107	0.9848	3386	18696	18.1	25
26	5.1161	250	16.9612	0.9848	3386	19896	18.1	26
27	5.2161	260	17.4099	0.9848	3386	21096	18.1	27
28	5.3141	270	17.8568	0.9848	3386	22296	18.1	28
29	5.4101	280	18.3019	0.9848	3386	23496	18.1	29
30	5.5041	290	18.7452	0.9848	3386	24696	18.1	30
31	5.5961	300	19.1867	0.9848	3386	25896	18.1	31
32	5.6861	310	19.6264	0.9848	3386	27096	18.1	32
33	5.7741	320	20.0643	0.9848	3386	28296	18.1	33
34	5.8601	330	20.5004	0.9848	3386	29496	18.1	34
35	5.9441	340	20.9347	0.9848	3386	30696	18.1	35
36	6.0261	350	21.3672	0.9848	3386	31896	18.1	36
37	6.1061	360	21.7979	0.9848	3386	33096	18.1	37
38	6.1841	370	22.2268	0.9848	3386	34296	18.1	38
39	6.2601	380	22.6539	0.9848	3386	35496	18.1	39
40	6.3341	390	23.0792	0.9848	3386	36696	18.1	40
41	6.4061	400	23.5027	0.9848	3386	37896	18.1	41
42	6.4761	410	23.9244	0.9848	3386	39096	18.1	42
43	6.5441	420	24.3443	0.9848	3386	40296	18.1	43
44	6.6101	430	24.7624	0.9848	3386	41496	18.1	44
45	6.6741	440	25.1787	0.9848	3386	42696	18.1	45
46	6.7361	450	25.5932	0.9848	3386	43896	18.1	46
47	6.7961	460	26.0059	0.9848	3386	45096	18.1	47
48	6.8541	470	26.4168	0.9848	3386	46296	18.1	48
49	6.9101	480	26.8259	0.9848	3386	47496	18.1	49
50	6.9641	490	27.2332	0.9848	3386	48696	18.1	50

(continued)

$r$	$\sqrt{r}$	$r$	$\sqrt{r-r}$	$\sqrt{1-r}$	$\frac{r}{1-r}$	$\frac{r}{\sqrt{1-r}}$	$\frac{r}{\sqrt{1-r}}$	$\frac{r}{1-r}$	$r$
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
2	1.41	2	1	0.71	2.83	1.41	1.41	2	2
3	1.73	3	1.73	0.41	4.24	1.73	1.73	3	3
4	2	4	2	0	4	2	2	4	4
5	2.24	5	2.24	0.41	5.19	2.24	2.24	5	5
6	2.45	6	2.45	0.55	6	2.45	2.45	6	6
7	2.65	7	2.65	0.66	6.60	2.65	2.65	7	7
8	2.83	8	2.83	0.77	7.11	2.83	2.83	8	8
9	3	9	3	0.87	7.55	3	3	9	9
10	3.16	10	3.16	0.95	8.00	3.16	3.16	10	10
11	3.32	11	3.32	1	8.45	3.32	3.32	11	11
12	3.46	12	3.46	1.04	8.91	3.46	3.46	12	12
13	3.61	13	3.61	1.12	9.38	3.61	3.61	13	13
14	3.74	14	3.74	1.19	9.86	3.74	3.74	14	14
15	3.87	15	3.87	1.26	10.35	3.87	3.87	15	15
16	4	16	4	1.33	10.83	4	4	16	16
17	4.12	17	4.12	1.39	11.33	4.12	4.12	17	17
18	4.24	18	4.24	1.45	11.83	4.24	4.24	18	18
19	4.36	19	4.36	1.51	12.35	4.36	4.36	19	19
20	4.47	20	4.47	1.58	12.87	4.47	4.47	20	20
21	4.58	21	4.58	1.64	13.40	4.58	4.58	21	21
22	4.69	22	4.69	1.70	13.94	4.69	4.69	22	22
23	4.79	23	4.79	1.76	14.49	4.79	4.79	23	23
24	4.90	24	4.90	1.82	15.04	4.90	4.90	24	24
25	5	25	5	1.89	15.62	5	5	25	25
26	5.10	26	5.10	1.95	16.20	5.10	5.10	26	26
27	5.20	27	5.20	2	16.79	5.20	5.20	27	27
28	5.29	28	5.29	2.06	17.39	5.29	5.29	28	28
29	5.39	29	5.39	2.12	17.99	5.39	5.39	29	29
30	5.48	30	5.48	2.18	18.60	5.48	5.48	30	30
31	5.57	31	5.57	2.24	19.21	5.57	5.57	31	31
32	5.66	32	5.66	2.30	19.83	5.66	5.66	32	32
33	5.74	33	5.74	2.36	20.46	5.74	5.74	33	33
34	5.83	34	5.83	2.42	21.09	5.83	5.83	34	34
35	5.92	35	5.92	2.48	21.73	5.92	5.92	35	35
36	6	36	6	2.55	22.38	6	6	36	36
37	6.08	37	6.08	2.61	23.03	6.08	6.08	37	37
38	6.16	38	6.16	2.67	23.69	6.16	6.16	38	38
39	6.24	39	6.24	2.73	24.35	6.24	6.24	39	39
40	6.32	40	6.32	2.79	25.02	6.32	6.32	40	40
41	6.40	41	6.40	2.85	25.69	6.40	6.40	41	41
42	6.48	42	6.48	2.91	26.37	6.48	6.48	42	42
43	6.56	43	6.56	2.97	27.05	6.56	6.56	43	43
44	6.63	44	6.63	3.03	27.74	6.63	6.63	44	44
45	6.71	45	6.71	3.09	28.43	6.71	6.71	45	45
46	6.78	46	6.78	3.15	29.13	6.78	6.78	46	46
47	6.86	47	6.86	3.21	29.83	6.86	6.86	47	47
48	6.93	48	6.93	3.27	30.54	6.93	6.93	48	48
49	7	49	7	3.33	31.25	7	7	49	49
50	7.07	50	7.07	3.38	31.96	7.07	7.07	50	50
51	7.14	51	7.14	3.44	32.68	7.14	7.14	51	51
52	7.21	52	7.21	3.49	33.40	7.21	7.21	52	52
53	7.28	53	7.28	3.55	34.12	7.28	7.28	53	53
54	7.35	54	7.35	3.60	34.85	7.35	7.35	54	54
55	7.42	55	7.42	3.66	35.58	7.42	7.42	55	55
56	7.48	56	7.48	3.71	36.32	7.48	7.48	56	56
57	7.55	57	7.55	3.77	37.06	7.55	7.55	57	57
58	7.62	58	7.62	3.82	37.81	7.62	7.62	58	58
59	7.68	59	7.68	3.88	38.56	7.68	7.68	59	59
60	7.75	60	7.75	3.93	39.32	7.75	7.75	60	60
61	7.81	61	7.81	3.99	40.08	7.81	7.81	61	61
62	7.87	62	7.87	4.04	40.85	7.87	7.87	62	62
63	7.94	63	7.94	4.10	41.62	7.94	7.94	63	63
64	8	64	8	4.16	42.40	8	8	64	64
65	8.06	65	8.06	4.21	43.18	8.06	8.06	65	65
66	8.12	66	8.12	4.27	43.96	8.12	8.12	66	66
67	8.19	67	8.19	4.32	44.75	8.19	8.19	67	67
68	8.25	68	8.25	4.38	45.54	8.25	8.25	68	68
69	8.32	69	8.32	4.43	46.34	8.32	8.32	69	69
70	8.37	70	8.37	4.49	47.14	8.37	8.37	70	70
71	8.43	71	8.43	4.54	47.95	8.43	8.43	71	71
72	8.49	72	8.49	4.60	48.76	8.49	8.49	72	72
73	8.54	73	8.54	4.65	49.58	8.54	8.54	73	73
74	8.60	74	8.60	4.71	50.40	8.60	8.60	74	74
75	8.66	75	8.66	4.76	51.22	8.66	8.66	75	75
76	8.72	76	8.72	4.82	52.05	8.72	8.72	76	76
77	8.77	77	8.77	4.87	52.88	8.77	8.77	77	77
78	8.83	78	8.83	4.93	53.72	8.83	8.83	78	78
79	8.89	79	8.89	4.98	54.56	8.89	8.89	79	79
80	8.94	80	8.94	5.04	55.41	8.94	8.94	80	80
81	9	81	9	5.10	56.26	9	9	81	81
82	9.06	82	9.06	5.15	57.12	9.06	9.06	82	82
83	9.11	83	9.11	5.21	57.98	9.11	9.11	83	83
84	9.17	84	9.17	5.26	58.85	9.17	9.17	84	84
85	9.22	85	9.22	5.32	59.72	9.22	9.22	85	85
86	9.28	86	9.28	5.37	60.60	9.28	9.28	86	86
87	9.33	87	9.33	5.43	61.48	9.33	9.33	87	87
88	9.38	88	9.38	5.48	62.36	9.38	9.38	88	88
89	9.43	89	9.43	5.54	63.25	9.43	9.43	89	89
90	9.49	90	9.49	5.59	64.14	9.49	9.49	90	90
91	9.54	91	9.54	5.65	65.04	9.54	9.54	91	91
92	9.59	92	9.59	5.70	65.94	9.59	9.59	92	92
93	9.65	93	9.65	5.76	66.85	9.65	9.65	93	93
94	9.70	94	9.70	5.81	67.76	9.70	9.70	94	94
95	9.75	95	9.75	5.87	68.68	9.75	9.75	95	95
96	9.80	96	9.80	5.92	69.60	9.80	9.80	96	96
97	9.85	97	9.85	5.98	70.52	9.85	9.85	97	97
98	9.90	98	9.90	6.03	71.45	9.90	9.90	98	98
99	9.95	99	9.95	6.09	72.38	9.95	9.95	99	99
100	10	100	10	6.16	73.32	10	10	100	100

(Table 1)

جدول (و)  
قیم اعدادیت التریخ التملک فی حوزة السب الاحادیث التملک

[illegible]

متر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
3	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
4	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
5	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
6	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
7	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
8	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
9	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
10	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
11	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
12	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
13	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
14	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
15	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
16	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
17	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
18	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
19	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
20	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
21	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
22	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
23	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
24	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
25	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
26	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
27	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
28	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
29	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
30	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
32	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
33	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
34	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
35	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
36	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
37	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
38	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
39	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
40	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
41	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
42	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
43	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
44	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
45	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
46	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
47	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
48	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
49	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
50	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
51	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
52	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
53	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
54	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
55	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
56	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
57	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
58	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
59	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
60	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
61	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
62	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
63	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
64	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
65	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
66	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
67	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
68	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
69	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
70	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
71	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
72	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
73	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
74	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
75	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
76	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
77	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
78	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
79	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
80	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
81	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
82	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
83	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
84	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
85	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
86	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
87	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
88	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
89	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
90	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
91	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
92	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
93	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
94	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
95	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
96	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
97	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
98	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
99	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
100	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31

(جنگل) (و)

جدول (ز)

مستويات الدلالة لقيم التوزيع ذو الذيلين وذو الذيل والواحد

مستويات الدلالة في التوزيع ذو الذيل الواحد						
٠.٠٠٥	٠.٠٠٥	٠.١	٠.٢٥	٠.٥	١.٠	
مستويات الدلالة في التوزيع ذو الذيلين						
٠.٠٠١	٠.٠١	٠.٢	٠.٥	١.٠	٢.٠	
٦٣٦,٦١٩	٦٣,٦٥٧	٢١,٨٢١	١٢,٧٠٦	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١
٢١,٥٩٨	٩,٩٢٥	٦,٩٩٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٢
١٢,٩٢٤	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٣
٨,٦١٠	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٤
٦,٨٦٩	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٥
٥,٩٥٩	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٣	١,٤٤٠	٦
٥,٤٠٨	٣,٤٩٩	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٧
٥,٠٤١	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٨
٤,٧٨١	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٢	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٩
٤,٥٨٧	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	١٠
٤,٤٣٧	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	١١
٤,٣١٨	٣,٠٥٥	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	١٢
٤,٢٢١	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	١٣
٤,١٤٠	٢,٩٧٧	٢,٦٢٤	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	١٤
٤,٠٧٣	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣١	١,٧٥٣	١,٣٤١	١٥
٤,٠١٥	٢,٩٢١	٢,٥٨٣	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	١٦
٣,٩٦٥	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	١٧

جدول (ز)  
مستويات الدلالة للقيم ت

مستويات الدلالة في التوزيع ذو الذيل الواحد						
١٠٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠	١٠	١	٠.١	٠.٠١
مستويات الدلالة في التوزيع ذو الذيلين						
١٠٠٠	١٠٠	١٠	١	٠.١	٠.٠١	٠.٠٠١
١٨	١.٣٣	١.٧٣٤	٢.١٠١	٢.٥٥٢	٢.٨٧٨	٣.٩٢٢
١٩	١.٣٢٨	١.٧٢٩	٢.٠٩٣	٢.٥٣٩	٢.٨٦١	٣.٨٨٢
٢٠	١.٣٢٥	١.٧٢٥	٢.٠٨٦	٢.٥٢٨	٢.٨٤٥	٣.٨٥٠
٢١	١.٣٢٣	١.٧٢١	٢.٠٨٠	٢.٥١٨	٢.٨٣١	٣.٨١٩
٢٢	١.٣٢١	١.٧١٧	٢.٠٧٤	٢.٥٠٨	٢.٨١٩	٣.٧٩٢
٢٣	١.٣١٩	١.٧١٤	٢.٠٦٩	٢.٥٠٠	٢.٨٠٧	٣.٧٦٧
٢٤	١.٣١٨	١.٧١١	٢.٠٦٤	٢.٤٩٢	٢.٧٩٧	٣.٧٤٥
٢٥	١.٣١٦	١.٧٠٨	٢.٠٦٠	٢.٤٨٥	٢.٧٨٧	٣.٧٢٥
٢٦	١.٣١٥	١.٧٠٦	٢.٠٥٦	٢.٤٧٩	٢.٧٧٩	٣.٧٠٧
٢٧	١.٣١٤	١.٧٠٣	٢.٠٥٢	٢.٤٧٣	٢.٧٧١	٣.٦٩٠
٢٨	١.٣١٣	١.٧٠١	٢.٠٤٨	٢.٤٦٧	٢.٧٦٣	٣.٦٧٤
٢٩	١.٣١١	١.٦٩٩	٢.٠٤٥	٢.٤٦٢	٢.٧٥٦	٣.٦٥٩
٣٠	١.٣١٠	١.٦٩٧	٢.٠٤٢	٢.٤٥٧	٢.٧٥٠	٣.٦٤٦
∞	١.٢٨٢	١.٦٤٥	١.٩٦٠	٢.٣٢٦	٢.٥٧٦	٣.٢٩١

(جداول ح)  
القيم الموزعة لنسبة د<sub>2</sub>/D<sub>2</sub> وفق المعطى لمارتس لاختبار تجانس التباين  
(الكاف = 0.05، والصف السفلي 0.01)

ك/د ح	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	ك/د ح
٢	٧٠.٤	٦٧٦	٥٥٠	٤٧٥	٤٠٣	٣٣٣	٢٦٦	٢٠٢	١٤٢	٨٧.٥	٣٩.٠	٢
٣	٣٦٠.٥	٣٢٠.٤	٢٨١٣	٢٤٣٢	٢٠٦٣	١٧٠.٥	١٣٦٢	١٠٣٦	٧٢٩	٤٤٨	١٩٩	٣
	١٢٤	١١٤	١٠.٤	٩٣.٩	٨٣.٥	٧٢.٩	٦٢.٠	٥٠.٧	٣٩.٢	٢٧.٨	١٥.٤	
٤	٣٦١	٣٣٧	٣١٠	٢٨١	٢٤٩	٢١٦	١٨٤	١٥١	١٢٠	٨٥	٤٧.٥	
	٥١.٤	٤٨.٠	٤٤.٦	٤٤.١	٣٧.٥	٣٣.٦	٢٩.٥	٢٥.٢	٢٠.٦	١٥.٥	٩.٦	
٥	١٢.٠	١١٣	١٠.٦	٩٧	٨٩	٧٩	٦٩	٥٩	٤٩	٣٧	٢٣.٢	
	٢٩.٩	٢٨.٢	٢٦.٥	٢٤.٧	٢٢.٩	٢٠.٨	١٨.٧	١٦.٣	١٣.٧	١٠.٨	٧.١٥	٥
٦	٦.٠	٥٧	٥٤	٥٠	٤٦	٤٢	٣٨	٣٣	٢٨	٢٢	١٤.٩	
	٢٠.٧	١٩.٧	١٨.٦	١٧.٥	١٦.٣	١٥.٠	١٣.٧	١٢.١	١٠.٤	٨.٣٨	٥.٨٢	٦
٧	٣٧	٣٦	٣٤	٣٢	٢	٢٧	٢٥	٢٢	١٩.١	١٥.٥	١١.١	
	١٥.٨	١٥.١	١٤.٣	١٣.٥	١٢.٧	١١.٨	١٠.٨	٩.٧	٨.٤٤	٦.٤٤	٤.٩٩	٧
٨	٢٧	٢٦	٢٤	٢٣	٢٢	٢٠	١٨.٤	١٦.٥	١٤.٥	١٢.١	٨.٨٩	
	١٢.٧	١٢.٢	١١.٧	١١.١	١٠.٥	٩.٧٨	٩.٠٣	٨.١١	٧.١٨	٦.٠٠	٤.٤٣	٨
٩	١٠.٧	١٠.٨	١٠.٩	١٠.٩	١٠.٩	١٠.٨	١٠.٥	١٠.٢	١١.٧	٩.٩	٧.٥٠	
	١٦.٦	١٦.٠	١٥.٣	١٤.٧	١٣.٩	١٣.١	١٢.١	١١.١	٩.٩	٥.٢٤	٤.٠٣	٩



ප/ව	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	ප/ව
1	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	1
2	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	2
3	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	3
4	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	4
5	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	5
6	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	6
7	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	7
8	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	8
9	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	9
10	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	10
11	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	11
12	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	12
13	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	13
14	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	14
15	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	15
16	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	16
17	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	17
18	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	18
19	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	19
20	18.7	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	04.0	20

(විෂය) ක්ෂේත්‍ර (2)

جدول (ط)

مستويات الدلالة لـ  $\chi^2$  عند درجات الحرية المختلفة

د ج	$\chi^2$ , ٧٥	$\chi^2$ , ٩٠	$\chi^2$ , ٩٥	$\chi^2$ , ٩٧٥	$\chi^2$ , ٩٩	$\chi^2$ , ٩٩٥	$\chi^2$ , ٩٩٩
١	١,٣	٢,٧	٣,٨	٥,٠	٦,٦	٧,٩	١٠,٨
٢	٢,٨	٤,٦	٦,٠	٧,٤	٩,٢	١٠,٦	١٣,٨
٣	٤,١	٦,٣	٧,٨	٩,٤	١١,٣	١٢,٨	١٦,٣
٤	٥,٤	٧,٨	٩,٥	١١,١	١٣,٣	١٤,٩	١٨,٥
٥	٦,٦	٩,٢	١١,١	١٢,٨	١٥,١	١٦,٧	٢٠,٥
٦	٧,٨	١٠,٦	١٢,٦	١٤,٤	١٦,٨	١٨,٥	٢٢,٥
٧	٩,٠	١٢,٠	١٤,١	١٦,٠	١٨,٥	٢٠,٣	٢٤,٣
٨	١٠,٢	١٣,٤	١٥,٥	١٧,٥	٢٠,١	٢٢,٠	٢٦,١
٩	١١,٤	١٤,٧	١٦,٩	١٩,٠	٢١,٧	٢٣,٦	٢٧,٩
١٠	١٢,٥	١٦,٠	١٨,٣	٢٠,٥	٢٣,٢	٢٥,٢	٢٩,٦
١١	١٣,٧	١٧,٣	١٩,٧	٢١,٩	٢٤,٧	٢٦,٨	٣١,٣
١٢	١٤,٨	١٨,٥	٢١,٠	٢٣,٣	٢٦,٢	٢٨,٣	٣٢,٩
١٣	١٦,٠	١٩,٨	٢٢,٤	٢٤,٧	٢٧,٧	٢٩,٨	٣٤,٥
١٤	١٧,١	٢١,١	٢٣,٧	٢٦,١	٢٩,١	٣١,٣	٣٦,١
١٥	١٨,٢	٢٢,٣	٢٥,٠	٢٧,٥	٣٠,٦	٣٢,٨	٣٧,٧
١٦	١٩,٤	٢٣,٥	٢٦,٣	٢٨,٣	٣٢,٠	٣٤,٣	٣٩,٣
١٧	٢٠,٥	٢٤,٨	٢٧,٦	٢٩,٢	٣٣,٤	٣٥,٧	٤٠,٨
١٨	٢١,٦	٢٦,٠	٢٨,٩	٣١,٥	٣٤,٨	٣٧,٢	٤٢,٣

(تفصیل جدول ط)

د ج	ک ۱ ۷۵	ک ۲ ۹۰	ک ۳ ۹۷۵	ک ۴ ۹۹	ک ۵ ۹۹۵	ک ۶ ۹۹۹
۱۹	۲۲,۷	۲۷,۲	۳۰,۱	۳۲,۹	۳۶,۲	۳۸,۶
۲۰	۲۳,۸	۲۸,۳	۳۱,۳	۳۳,۲	۳۷,۶	۴۰,۳
۲۱	۲۳,۹	۲۹,۶	۳۲,۷	۳۵,۵	۳۸,۹	۴۱,۳
۲۲	۲۶,۰	۳۰,۸	۳۳,۹	۳۶,۸	۴۰,۳	۴۲,۸
۲۳	۲۷,۱	۳۲,۰	۳۵,۲	۳۸,۱	۴۱,۶	۴۳,۲
۲۴	۲۸,۲	۳۳,۲	۳۶,۳	۳۹,۳	۴۲,۰	۴۵,۶
۲۵	۲۹,۳	۳۳,۳	۳۷,۷	۴۰,۶	۴۳,۳	۴۶,۹
۲۶	۳۰,۳	۳۵,۶	۳۸,۹	۴۱,۹	۴۵,۶	۴۸,۳
۲۷	۳۱,۵	۳۶,۷	۳۹,۱	۴۳,۲	۴۷,۰	۴۹,۶
۲۸	۳۲,۶	۳۷,۹	۴۱,۳	۴۳,۵	۴۸,۲	۵۱,۰
۲۹	۳۳,۷	۳۹,۱	۴۲,۶	۴۵,۷	۴۹,۶	۵۲,۳
۳۰	۳۳,۸	۴۰,۳	۴۳,۸	۴۷,۰	۵۰,۹	۵۳,۳

جدول (ى)  
احتمالات الحصول على كا<sup>٢</sup> من الجدول

د ج	كا <sup>٢</sup> ٠.٠٠٥	كا <sup>٢</sup> ٠.٠١	كا <sup>٢</sup> ٠.٠٢٥	كا <sup>٢</sup> ٠.٠٥	كا <sup>٢</sup> ٠.١٠	كا <sup>٢</sup> ٠.٢٥	كا <sup>٢</sup> ٠.٥٠
١	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٢	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٣	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٤	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٥	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٦	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٧	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٨	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
٩	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١١	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٢	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٣	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٤	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٥	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٦	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٧	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٨	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠

(تبع) جدول (ی)

د ح	ک <sup>۲</sup> ...۰	ک <sup>۲</sup> ...۱	ک <sup>۲</sup> ...۲۰	ک <sup>۲</sup> ...۰	ک <sup>۲</sup> ...۱۰	ک <sup>۲</sup> ...۲۰	ک <sup>۲</sup> ...۰
۱۹	۶,۸	۷,۶۳	۸,۹	۱۰,۱	۱۱,۷	۱۲,۶	۱۸,۳
۲۰	۷,۴	۸,۲۶	۹,۶	۱۰,۹	۱۲,۴	۱۳,۰	۱۹,۳
۲۱	۸,۰	۸,۹	۱۰,۳	۱۱,۶	۱۳,۲	۱۴,۳	۲۰,۳
۲۲	۸,۶	۹,۰	۱۱,۰	۱۲,۳	۱۴,۰	۱۷,۲	۲۱,۳
۲۳	۹,۳	۱۰,۲	۱۱,۷	۱۳,۱	۱۴,۸	۱۸,۱	۲۲,۳
۲۴	۹,۹	۱۰,۹	۱۲,۴	۱۳,۸	۱۵,۷	۱۹,۰	۲۳,۳
۲۵	۱۰,۰	۱۱,۰	۱۳,۱	۱۴,۶	۱۶,۰	۱۹,۹	۲۴,۳
۲۶	۱۱,۲	۱۲,۲	۱۳,۸	۱۵,۴	۱۷,۳	۲۰,۸	۲۵,۳
۲۷	۱۱,۸	۱۲,۹	۱۴,۶	۱۶,۲	۱۸,۱	۲۱,۷	۲۶,۳
۲۸	۲,۰	۱۳,۶	۱۵,۳	۱۶,۹	۱۸,۹	۲۲,۷	۲۷,۳
۲۹	۱۳,۱	۱۴,۳	۱۶,۰	۱۷,۷	۱۹,۸	۲۳,۶	۲۸,۳
۳۰	۱۳,۸	۱۵,۰	۱۶,۸	۱۸,۰	۲۰,۶	۲۴,۰	۲۹,۳

جدول ( ك )  
عوامل الأرقام الصحيحة من صفر - ٢٠

ن	٠
١	٠
١	١
٢	٢
٦	٣
٢٤	٤
١٢٠	٥
٧٢٠	٦
٥٠٤٠	٧
٤٠٣٢٠	٨
٣٦٢٨٨٠	٩
٣٦٢٨٨٠٠	١٠
٣٩٩١٦٨٠٠	١١
٤٧٩٠٠١٦٠٠	١٢
٦٢٢٧٠٢٠٨٠٠	١٣
٨٧١٧٨٢٩١٢٠٠	١٤
١٣٠٧٦٧٤٣٦٨٠٠٠	١٥
٢٠٩٢٢٧٨٩٨٨٨٠٠٠	١٦
٣٥٥٦٨٧٤٢٨٠٩٦٠٠٠	١٧
٦٤٠٢٣٧٣٧٠٥٧٢٨٠٠٠	١٨
١٢١٦٤٥١٠٠٤٠٨٨٣٢٠٠٠	١٩
٢٤٣٢٩٠٢٠٠٨١٧٦٦٤٠٠٠٠	٢٠

جدول (ل)  
النسب الموزعة لتوزيع د ف

ف المتباين الاكبر	د ف للمتباين الأصغر ( النسب الأعلى عند ٠.٠٥ ، النسب الأدنى عند ٠.١ )									
	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢
١	٥,٣٢	٤,٩٦	٤,٧٥	٤,٦٠	٤,٤٩	٤,٤١	٤,٣٥	٤,٢٦	٤,٢٠	٤,١٥
٢	١١,٢٦	١٠,٠٤	٩,٣٣	٨,٨٦	٨,٥٣	٨,٢٨	٨,١٠	٧,٨٢	٧,٦٤	٧,٥٠
٣	٤,٤٦	٤,١١	٣,٨٨	٣,٧٤	٣,٦٣	٣,٥٥	٣,٤٩	٣,٤٠	٣,٣٤	٣,٣٠
٤	٨,٦٥	٧,٥٦	٦,٩٣	٦,٥١	٦,٢٣	٦,٠١	٥,٨٥	٥,٦١	٥,٤٥	٥,٣٤
٥	٤,٠٧	٣,٧١	٣,٤٩	٣,٣٤	٣,٢٤	٣,١٦	٣,١٠	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠
٦	٧,٥٩	٦,٥٥	٥,٩٥	٥,٥٦	٥,٢٩	٥,٠٩	٤,٩٤	٤,٧٢	٤,٥٧	٤,٤٦
٧	٣,٨٤	٣,٤٨	٣,٢٦	٣,١١	٣,٠١	٢,٩٣	٢,٨٧	٢,٧٨	٢,٧١	٢,٦٧
٨	٧,٠١	٥,٩٩	٥,٤١	٥,٠٣	٤,٧٧	٤,٥٨	٤,٤٣	٤,٢٢	٤,٠٧	٣,٩٧
٩	٣,٦٩	٣,٣٣	٣,١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧١	٢,٦٢	٢,٥٦	٢,٥١
١٠	٦,٦٢	٥,٦٤	٥,٠٦	٤,٦٩	٤,٤٤	٤,٢٥	٤,١٠	٣,٩٠	٣,٧٦	٣,٦٦
١١	٣,٥٨	٣,٢٢	٣,٠٠	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٦١	٢,٥١	٢,٤٤	٢,٤٠
١٢	١,٣٧	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠

\* النهايات العليا التوزيعات فقط .

(تابع) جدول (ل)

رقم التباين الأكبر	دفع للتباين الأصغر ( المصف الأعلى عند ٠,٠٥ ، المصف الأدنى عند ٠,٠١ )							
	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٤
٧	٣,٠	٣,١٤	٣,٢٢	٣,٣٠	٣,٣٦	٣,٤٠	٣,٤٢	٣,٤٣
	٦,١٩	٥,٣١	٥,٦٠	٥,٨٨	٥,٩٣	٥,٩٥	٥,٩٦	٥,٩٦
٨	٣,٤٤	٣,٥٧	٣,٦٥	٣,٧٠	٣,٧٤	٣,٧٦	٣,٧٦	٣,٧٦
	٦,٣٣	٥,٥٠	٥,٨٠	٥,٩٠	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦
٩	٣,٣٩	٣,٥٢	٣,٦٠	٣,٦٥	٣,٧٠	٣,٧١	٣,٧١	٣,٧١
	٥,٩١	٥,٩٥	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦	٥,٩٦
١٠	٣,٣١	٣,٤٤	٣,٥٢	٣,٥٦	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١
	٥,٨٠	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤
١١	٣,٣١	٣,٤٤	٣,٥٢	٣,٥٦	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١
	٥,٨٠	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤	٥,٨٤
١٢	٣,٢٧	٣,٤٠	٣,٤٨	٣,٥٢	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦
	٥,٧٧	٥,٨١	٥,٨١	٥,٨١	٥,٨١	٥,٨١	٥,٨١	٥,٨١
١٤	٣,٢٣	٣,٣٦	٣,٤٤	٣,٤٨	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢
	٥,٧٣	٥,٧٧	٥,٧٧	٥,٧٧	٥,٧٧	٥,٧٧	٥,٧٧	٥,٧٧



(تابع) جدول (ج)

مجموع البيانات الاحمر	مجموع البيانات الاحمر ( الصف الاعلى عند : : الصف الاقصى عند : )									
	٨	٩٠	٩٢	٩٤	٩٦	٩٨	١٠٠	١٠٢	١٠٤	١٠٦
١٩	٢.٢٠	٢.٨٢	٢.٣٠	٢.٤٤	٢.٣٢	٢.٢٥	٢.١٨	٢.٠٩	٢.٠٢	١.٩٢
٢٠	٥.٤٨	٤.٥٢	٢.٩٨	٢.١٢	٢.٣٧	٢.١٩	٢.٠٥	٢.٠٥	٢.٩١	٢.٩٢
٢١	٥.٣٦	٤.٤١	٢.٨٩	٢.٥١	٢.٢٥	٢.١٥	٢.٠٨	٢.٠٦	٢.٩١	٢.٥٢
٢٢	٥.٢٨	٤.٣٢	٢.٥٨	٢.٢٥	٢.١٨	٢.٠٠	٢.٠٨	٢.٠٦	٢.٥٢	٢.٥٢
٢٣	٥.٢٠	٤.٢٥	٢.٥٩	٢.٢٩	٢.١٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٥٢	٢.٥٢
٢٤	٥.١٢	٤.١٧	٢.٤٩	٢.٢٤	٢.١٢	٢.٠٤	٢.٠٧	٢.٠٦	٢.٤٤	٢.٤٤
٢٥	٥.٠٤	٤.٠٩	٢.٤٥	٢.٢١	٢.١٢	٢.٠٤	٢.٠٧	٢.٠٦	٢.٤٤	٢.٤٤
٢٦	٤.٩٦	٤.٠١	٢.٤١	٢.١٦	٢.١٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٢٧	٤.٨٨	٣.٩٣	٢.٣٦	٢.١٢	٢.٠٤	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٢٨	٤.٨٠	٣.٨٥	٢.٢٨	٢.٠٤	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٢٩	٤.٧٢	٣.٧٧	٢.٢٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٠	٤.٦٤	٣.٦٩	٢.١٢	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣١	٤.٥٦	٣.٦١	٢.٠٤	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٢	٤.٤٨	٣.٥٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٣	٤.٤٠	٣.٤٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٤	٤.٣٢	٣.٣٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٥	٤.٢٤	٣.٢٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٦	٤.١٦	٣.٢١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٧	٤.٠٨	٣.١٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٨	٤.٠٠	٣.٠٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٣٩	٣.٩٢	٢.٩٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٠	٣.٨٤	٢.٨٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤١	٣.٧٦	٢.٨١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٢	٣.٦٨	٢.٧٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٣	٣.٦٠	٢.٦٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٤	٣.٥٢	٢.٥٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٥	٣.٤٤	٢.٤٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٦	٣.٣٦	٢.٤١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٧	٣.٢٨	٢.٣٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٨	٣.٢٠	٢.٢٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٤٩	٣.١٢	٢.١٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٠	٣.٠٤	٢.٠٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥١	٢.٩٦	٢.٠١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٢	٢.٨٨	١.٩٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٣	٢.٨٠	١.٨٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٤	٢.٧٢	١.٧٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٥	٢.٦٤	١.٦٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٦	٢.٥٦	١.٦١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٧	٢.٤٨	١.٥٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٨	٢.٤٠	١.٤٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٥٩	٢.٣٢	١.٣٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٠	٢.٢٤	١.٢٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦١	٢.١٦	١.٢١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٢	٢.٠٨	١.١٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٣	٢.٠٠	١.٠٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٤	١.٩٢	١.٠١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٥	١.٨٤	٠.٩٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٦	١.٧٦	٠.٨٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٧	١.٦٨	٠.٧٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٨	١.٦٠	٠.٦٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٦٩	١.٥٢	٠.٦١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٠	١.٤٤	٠.٥٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧١	١.٣٦	٠.٤٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٢	١.٢٨	٠.٣٧	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٣	١.٢٠	٠.٢٩	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٤	١.١٢	٠.٢١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٥	١.٠٤	٠.١٣	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٦	١.٠٠	٠.٠٥	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٧	١.٠٠	٠.٠١	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٨	١.٠٠	٠.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٧٩	١.٠٠	٠.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤
٨٠	١.٠٠	٠.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠٠	٢.٠١	٢.٠٧	٢.٠٤	٢.٤٤	٢.٤٤

(تابع) جدول (ل)

الكمية	مجموع للتباين الأصغر (الصف الأول عند ٠.٠٥ الصف الأخير عند ١.٠٠)									
	٤٧	٤٨	٥٥	٦٥	٨٠	١٠٠	١٧٥	١٥٠	٢٠٠	٤٠٠
١	٤,٠٧	٣,٠٣	٤,٠٢	٣,٩٩	٣,٩٦	٣,٩٠	٣,٩٢	٣,٩١	٣,٨٩	٣,٨٦
٢	٧,١٧	٧,١٢	٧,٠٤	٧,٠٤	٦,٩٦	٦,٩٠	٦,٨٤	٦,٨١	٦,٧٩	٦,٧٠
٣	١٢,٢٢	١٢,١٧	١٢,١٧	١٢,١٤	١٢,١١	١٢,٠٩	١٢,٠٧	١٢,٠٤	١٢,٠٢	١٢,٠٠
٤	١٨,٠٥	١٨,٠٠	١٧,٩٨	١٧,٩٦	١٧,٩٢	١٧,٨٧	١٧,٨٤	١٧,٨١	١٧,٧٩	١٧,٧٦
٥	٢٤,٧٩	٢٤,٧٤	٢٤,٧٤	٢٤,٧٠	٢٤,٦٦	٢٤,٦٠	٢٤,٥٧	٢٤,٥٧	٢٤,٥٦	٢٤,٥٤
٦	٣٢,٧١	٣٢,٦٦	٣٢,٦٦	٣٢,٦٦	٣٢,٦٣	٣٢,٦٠	٣٢,٥٧	٣٢,٥٦	٣٢,٥٦	٣٢,٥٤
٧	٤١,٧١	٤١,٦٦	٤١,٦٦	٤١,٦٦	٤١,٦٣	٤١,٦٠	٤١,٥٧	٤١,٥٦	٤١,٥٦	٤١,٥٤
٨	٥٢,٧١	٥٢,٦٦	٥٢,٦٦	٥٢,٦٦	٥٢,٦٣	٥٢,٦٠	٥٢,٥٧	٥٢,٥٦	٥٢,٥٦	٥٢,٥٤
٩	٦٤,٧١	٦٤,٦٦	٦٤,٦٦	٦٤,٦٦	٦٤,٦٣	٦٤,٦٠	٦٤,٥٧	٦٤,٥٦	٦٤,٥٦	٦٤,٥٤
١٠	٧٨,٧١	٧٨,٦٦	٧٨,٦٦	٧٨,٦٦	٧٨,٦٣	٧٨,٦٠	٧٨,٥٧	٧٨,٥٦	٧٨,٥٦	٧٨,٥٤
١١	٩٤,٧١	٩٤,٦٦	٩٤,٦٦	٩٤,٦٦	٩٤,٦٣	٩٤,٦٠	٩٤,٥٧	٩٤,٥٦	٩٤,٥٦	٩٤,٥٤
١٢	١١٢,٧١	١١٢,٦٦	١١٢,٦٦	١١٢,٦٦	١١٢,٦٣	١١٢,٦٠	١١٢,٥٧	١١٢,٥٦	١١٢,٥٦	١١٢,٥٤
١٣	١٣٢,٧١	١٣٢,٦٦	١٣٢,٦٦	١٣٢,٦٦	١٣٢,٦٣	١٣٢,٦٠	١٣٢,٥٧	١٣٢,٥٦	١٣٢,٥٦	١٣٢,٥٤
١٤	١٥٤,٧١	١٥٤,٦٦	١٥٤,٦٦	١٥٤,٦٦	١٥٤,٦٣	١٥٤,٦٠	١٥٤,٥٧	١٥٤,٥٦	١٥٤,٥٦	١٥٤,٥٤
١٥	١٧٨,٧١	١٧٨,٦٦	١٧٨,٦٦	١٧٨,٦٦	١٧٨,٦٣	١٧٨,٦٠	١٧٨,٥٧	١٧٨,٥٦	١٧٨,٥٦	١٧٨,٥٤
١٦	٢٠٤,٧١	٢٠٤,٦٦	٢٠٤,٦٦	٢٠٤,٦٦	٢٠٤,٦٣	٢٠٤,٦٠	٢٠٤,٥٧	٢٠٤,٥٦	٢٠٤,٥٦	٢٠٤,٥٤
١٧	٢٣٢,٧١	٢٣٢,٦٦	٢٣٢,٦٦	٢٣٢,٦٦	٢٣٢,٦٣	٢٣٢,٦٠	٢٣٢,٥٧	٢٣٢,٥٦	٢٣٢,٥٦	٢٣٢,٥٤
١٨	٢٦٢,٧١	٢٦٢,٦٦	٢٦٢,٦٦	٢٦٢,٦٦	٢٦٢,٦٣	٢٦٢,٦٠	٢٦٢,٥٧	٢٦٢,٥٦	٢٦٢,٥٦	٢٦٢,٥٤
١٩	٢٩٤,٧١	٢٩٤,٦٦	٢٩٤,٦٦	٢٩٤,٦٦	٢٩٤,٦٣	٢٩٤,٦٠	٢٩٤,٥٧	٢٩٤,٥٦	٢٩٤,٥٦	٢٩٤,٥٤
٢٠	٣٢٨,٧١	٣٢٨,٦٦	٣٢٨,٦٦	٣٢٨,٦٦	٣٢٨,٦٣	٣٢٨,٦٠	٣٢٨,٥٧	٣٢٨,٥٦	٣٢٨,٥٦	٣٢٨,٥٤
٢١	٣٦٤,٧١	٣٦٤,٦٦	٣٦٤,٦٦	٣٦٤,٦٦	٣٦٤,٦٣	٣٦٤,٦٠	٣٦٤,٥٧	٣٦٤,٥٦	٣٦٤,٥٦	٣٦٤,٥٤
٢٢	٤٠٢,٧١	٤٠٢,٦٦	٤٠٢,٦٦	٤٠٢,٦٦	٤٠٢,٦٣	٤٠٢,٦٠	٤٠٢,٥٧	٤٠٢,٥٦	٤٠٢,٥٦	٤٠٢,٥٤
٢٣	٤٤٢,٧١	٤٤٢,٦٦	٤٤٢,٦٦	٤٤٢,٦٦	٤٤٢,٦٣	٤٤٢,٦٠	٤٤٢,٥٧	٤٤٢,٥٦	٤٤٢,٥٦	٤٤٢,٥٤
٢٤	٤٨٤,٧١	٤٨٤,٦٦	٤٨٤,٦٦	٤٨٤,٦٦	٤٨٤,٦٣	٤٨٤,٦٠	٤٨٤,٥٧	٤٨٤,٥٦	٤٨٤,٥٦	٤٨٤,٥٤
٢٥	٥٢٨,٧١	٥٢٨,٦٦	٥٢٨,٦٦	٥٢٨,٦٦	٥٢٨,٦٣	٥٢٨,٦٠	٥٢٨,٥٧	٥٢٨,٥٦	٥٢٨,٥٦	٥٢٨,٥٤
٢٦	٥٧٤,٧١	٥٧٤,٦٦	٥٧٤,٦٦	٥٧٤,٦٦	٥٧٤,٦٣	٥٧٤,٦٠	٥٧٤,٥٧	٥٧٤,٥٦	٥٧٤,٥٦	٥٧٤,٥٤
٢٧	٦٢٢,٧١	٦٢٢,٦٦	٦٢٢,٦٦	٦٢٢,٦٦	٦٢٢,٦٣	٦٢٢,٦٠	٦٢٢,٥٧	٦٢٢,٥٦	٦٢٢,٥٦	٦٢٢,٥٤
٢٨	٦٦٢,٧١	٦٦٢,٦٦	٦٦٢,٦٦	٦٦٢,٦٦	٦٦٢,٦٣	٦٦٢,٦٠	٦٦٢,٥٧	٦٦٢,٥٦	٦٦٢,٥٦	٦٦٢,٥٤
٢٩	٧٠٤,٧١	٧٠٤,٦٦	٧٠٤,٦٦	٧٠٤,٦٦	٧٠٤,٦٣	٧٠٤,٦٠	٧٠٤,٥٧	٧٠٤,٥٦	٧٠٤,٥٦	٧٠٤,٥٤
٣٠	٧٤٨,٧١	٧٤٨,٦٦	٧٤٨,٦٦	٧٤٨,٦٦	٧٤٨,٦٣	٧٤٨,٦٠	٧٤٨,٥٧	٧٤٨,٥٦	٧٤٨,٥٦	٧٤٨,٥٤
٣١	٧٩٤,٧١	٧٩٤,٦٦	٧٩٤,٦٦	٧٩٤,٦٦	٧٩٤,٦٣	٧٩٤,٦٠	٧٩٤,٥٧	٧٩٤,٥٦	٧٩٤,٥٦	٧٩٤,٥٤
٣٢	٨٤٢,٧١	٨٤٢,٦٦	٨٤٢,٦٦	٨٤٢,٦٦	٨٤٢,٦٣	٨٤٢,٦٠	٨٤٢,٥٧	٨٤٢,٥٦	٨٤٢,٥٦	٨٤٢,٥٤
٣٣	٨٩٢,٧١	٨٩٢,٦٦	٨٩٢,٦٦	٨٩٢,٦٦	٨٩٢,٦٣	٨٩٢,٦٠	٨٩٢,٥٧	٨٩٢,٥٦	٨٩٢,٥٦	٨٩٢,٥٤
٣٤	٩٤٤,٧١	٩٤٤,٦٦	٩٤٤,٦٦	٩٤٤,٦٦	٩٤٤,٦٣	٩٤٤,٦٠	٩٤٤,٥٧	٩٤٤,٥٦	٩٤٤,٥٦	٩٤٤,٥٤
٣٥	٩٩٨,٧١	٩٩٨,٦٦	٩٩٨,٦٦	٩٩٨,٦٦	٩٩٨,٦٣	٩٩٨,٦٠	٩٩٨,٥٧	٩٩٨,٥٦	٩٩٨,٥٦	٩٩٨,٥٤
٣٦	١٠٥٤,٧١	١٠٥٤,٦٦	١٠٥٤,٦٦	١٠٥٤,٦٦	١٠٥٤,٦٣	١٠٥٤,٦٠	١٠٥٤,٥٧	١٠٥٤,٥٦	١٠٥٤,٥٦	١٠٥٤,٥٤
٣٧	١١١٢,٧١	١١١٢,٦٦	١١١٢,٦٦	١١١٢,٦٦	١١١٢,٦٣	١١١٢,٦٠	١١١٢,٥٧	١١١٢,٥٦	١١١٢,٥٦	١١١٢,٥٤
٣٨	١١٧٢,٧١	١١٧٢,٦٦	١١٧٢,٦٦	١١٧٢,٦٦	١١٧٢,٦٣	١١٧٢,٦٠	١١٧٢,٥٧	١١٧٢,٥٦	١١٧٢,٥٦	١١٧٢,٥٤
٣٩	١٢٣٤,٧١	١٢٣٤,٦٦	١٢٣٤,٦٦	١٢٣٤,٦٦	١٢٣٤,٦٣	١٢٣٤,٦٠	١٢٣٤,٥٧	١٢٣٤,٥٦	١٢٣٤,٥٦	١٢٣٤,٥٤
٤٠	١٢٩٨,٧١	١٢٩٨,٦٦	١٢٩٨,٦٦	١٢٩٨,٦٦	١٢٩٨,٦٣	١٢٩٨,٦٠	١٢٩٨,٥٧	١٢٩٨,٥٦	١٢٩٨,٥٦	١٢٩٨,٥٤
٤١	١٣٦٤,٧١	١٣٦٤,٦٦	١٣٦٤,٦٦	١٣٦٤,٦٦	١٣٦٤,٦٣	١٣٦٤,٦٠	١٣٦٤,٥٧	١٣٦٤,٥٦	١٣٦٤,٥٦	١٣٦٤,٥٤
٤٢	١٤٣٢,٧١	١٤٣٢,٦٦	١٤٣٢,٦٦	١٤٣٢,٦٦	١٤٣٢,٦٣	١٤٣٢,٦٠	١٤٣٢,٥٧	١٤٣٢,٥٦	١٤٣٢,٥٦	١٤٣٢,٥٤
٤٣	١٥٠٢,٧١	١٥٠٢,٦٦	١٥٠٢,٦٦	١٥٠٢,٦٦	١٥٠٢,٦٣	١٥٠٢,٦٠	١٥٠٢,٥٧	١٥٠٢,٥٦	١٥٠٢,٥٦	١٥٠٢,٥٤
٤٤	١٥٧٤,٧١	١٥٧٤,٦٦	١٥٧٤,٦٦	١٥٧٤,٦٦	١٥٧٤,٦٣	١٥٧٤,٦٠	١٥٧٤,٥٧	١٥٧٤,٥٦	١٥٧٤,٥٦	١٥٧٤,٥٤
٤٥	١٦٤٨,٧١	١٦٤٨,٦٦	١٦٤٨,٦٦	١٦٤٨,٦٦	١٦٤٨,٦٣	١٦٤٨,٦٠	١٦٤٨,٥٧	١٦٤٨,٥٦	١٦٤٨,٥٦	١٦٤٨,٥٤
٤٦	١٧٢٤,٧١	١٧٢٤,٦٦	١٧٢٤,٦٦	١٧٢٤,٦٦	١٧٢٤,٦٣	١٧٢٤,٦٠	١٧٢٤,٥٧	١٧٢٤,٥٦	١٧٢٤,٥٦	١٧٢٤,٥٤
٤٧	١٨٠٢,٧١	١٨٠٢,٦٦	١٨٠٢,٦٦	١٨٠٢,٦٦	١٨٠٢,٦٣	١٨٠٢,٦٠	١٨٠٢,٥٧	١٨٠٢,٥٦	١٨٠٢,٥٦	١٨٠٢,٥٤
٤٨	١٨٨٢,٧١	١٨٨٢,٦٦	١٨٨٢,٦٦	١٨٨٢,٦٦	١٨٨٢,٦٣	١٨٨٢,٦٠	١٨٨٢,٥٧	١٨٨٢,٥٦	١٨٨٢,٥٦	١٨٨٢,٥٤
٤٩	١٩٦٤,٧١	١٩٦٤,٦٦	١٩٦٤,٦٦	١٩٦٤,٦٦	١٩٦٤,٦٣	١٩٦٤,٦٠	١٩٦٤,٥٧	١٩٦٤,٥٦	١٩٦٤,٥٦	١٩٦٤,٥٤
٥٠	٢٠٤٨,٧١	٢٠٤٨,٦٦	٢٠٤٨,٦٦	٢٠٤٨,٦٦	٢٠٤٨,٦٣	٢٠٤٨,٦٠	٢٠٤٨,٥٧	٢٠٤٨,٥٦	٢٠٤٨,٥٦	٢٠٤٨,٥٤
٥١	٢١٣٤,٧١	٢١٣٤,٦٦	٢١٣٤,٦٦	٢١٣٤,٦٦	٢١٣٤,٦٣	٢١٣٤,٦٠	٢١٣٤,٥٧	٢١٣٤,٥٦	٢١٣٤,٥٦	٢١٣٤,٥٤
٥٢	٢٢٢٢,٧١	٢٢٢٢,٦٦	٢٢٢٢,٦٦	٢٢٢٢,٦٦	٢٢٢٢,٦٣	٢٢٢٢,٦٠	٢٢٢٢,٥٧	٢٢٢٢,٥٦	٢٢٢٢,٥٦	٢٢٢٢,٥٤
٥٣	٢٣١٢,٧١	٢٣١٢,٦٦	٢٣١٢,٦٦	٢٣١٢,٦٦	٢٣١٢,٦٣	٢٣١٢,٦٠	٢٣١٢,٥٧	٢٣١٢,٥٦	٢٣١٢,٥٦	٢٣١٢,٥٤
٥٤	٢٤٠٤,٧١	٢٤٠٤,٦٦	٢٤٠٤,٦٦	٢٤٠٤,٦٦	٢٤٠٤,٦٣	٢٤٠٤,٦٠	٢٤٠٤,٥٧	٢٤٠٤,٥٦	٢٤٠٤,٥٦	٢٤٠٤,٥٤
٥٥	٢٥٠٠,٧١	٢٥٠٠,٦٦	٢٥٠٠,٦٦	٢٥٠٠,٦٦	٢٥٠٠,٦٣	٢٥٠٠,٦٠	٢٥٠٠,٥٧	٢٥٠٠,٥٦	٢٥٠٠,٥٦	٢٥٠٠,٥٤
٥٦	٢٦٠٠,٧١	٢٦٠٠,٦٦	٢٦٠٠,٦٦	٢٦٠٠,٦٦	٢٦٠٠,٦٣	٢٦٠٠,٦٠	٢٦٠٠,٥٧	٢٦٠٠,٥٦	٢٦٠٠,٥٦	٢٦٠٠,٥٤
٥٧	٢٧٠٢,٧١	٢٧٠٢,٦٦	٢٧٠٢,٦٦	٢٧٠٢,٦٦	٢٧٠٢,٦٣	٢٧٠٢,٦٠	٢٧٠٢,٥٧	٢٧٠٢,٥٦	٢٧٠٢,٥٦	٢٧٠٢,٥٤
٥٨	٢٨٠٦,٧١	٢٨٠٦,٦٦	٢٨٠٦,٦٦	٢٨٠٦,٦٦	٢٨٠٦,٦٣	٢٨٠٦,٦٠	٢٨٠٦,٥٧	٢٨٠٦,٥٦	٢٨٠٦,٥٦	٢٨٠٦,٥٤
٥٩	٢٩١٢,٧١	٢٩١٢,٦٦	٢٩١٢,٦٦	٢٩١٢,٦٦	٢٩١٢,٦٣	٢٩١٢,٦٠	٢٩١٢,٥٧	٢٩١٢,٥٦	٢٩١٢,٥٦	٢٩١٢,٥٤
٦٠	٣٠٢٠,٧١	٣٠٢٠,٦٦	٣٠٢٠,٦٦	٣٠٢٠,٦٦	٣٠٢٠,٦٣	٣٠٢٠,٦٠	٣٠٢٠,٥٧	٣٠٢٠,٥٦	٣٠٢٠,٥٦	٣٠٢٠,٥٤
٦١	٣١٣٠,٧١	٣١٣٠,٦٦	٣١٣٠,٦٦	٣١٣٠,٦٦	٣١٣٠,٦٣	٣١٣٠,٦٠	٣١٣٠,٥٧	٣١٣٠,٥٦	٣١٣٠,٥٦	٣١٣٠,٥٤
٦٢	٣٢٤٢,٧١	٣٢٤٢,٦٦	٣٢٤٢,٦٦	٣٢٤٢,٦٦	٣٢٤٢,٦٣	٣٢٤٢,٦٠	٣٢٤٢,٥٧	٣٢٤٢,٥٦	٣٢٤٢,٥٦	٣٢٤٢,٥٤
٦٣	٣٣٥٦,٧١	٣٣٥٦,٦٦	٣٣٥٦,٦٦	٣٣٥٦,٦٦	٣٣٥٦,٦٣	٣٣٥٦,٦٠	٣٣٥٦,٥٧	٣٣٥٦,٥٦	٣٣٥٦,٥٦	٣٣٥٦,٥٤
٦٤	٣٤٧٢,٧١	٣٤٧٢,٦٦	٣٤٧٢,٦٦	٣٤٧٢,٦٦	٣٤٧٢,٦٣	٣٤٧٢,٦٠	٣٤٧٢,٥٧	٣٤٧٢,٥٦	٣٤٧٢,٥٦	٣٤٧٢,٥٤
٦٥	٣٥٩٠,٧١	٣٥٩٠,٦٦	٣٥٩٠,٦٦	٣٥٩٠,٦٦	٣٥٩٠,٦٣	٣٥٩٠,٦٠	٣٥٩٠,٥٧	٣٥٩٠,٥٦	٣٥٩٠,٥٦	٣٥٩٠,٥٤
٦٦	٣٦١٠,٧١	٣٦١٠,٦٦	٣٦١٠,٦٦	٣٦١٠,٦٦	٣٦١٠,٦٣	٣٦١٠,٦٠	٣٦١٠,٥٧	٣٦١٠,٥٦	٣٦١٠,٥٦	٣٦١٠,٥٤
٦٧	٣٦٣٢,٧١	٣٦٣٢,٦٦	٣٦٣٢,٦٦	٣٦٣٢,٦٦	٣٦٣٢,٦٣	٣٦٣٢,٦٠	٣٦٣٢,٥٧	٣٦٣٢,٥٦	٣	



(ل) جدول (تابع)

ح <sup>٢</sup> للصائين الكبير	دج للصائين الأصغر ( الصف الأعلى عند ٥.٥ ، الصف الأدنى عند ١.٥ )									
	٤٢	٤٨	٥٥	٦٥	٨٠	١٠٠	١٢٥	١٥٠	٢٠٠	٢٥٠
٢٠	١٨٢ ٢٢٢ ٥٢٠	١٧٨ ١٢٢ ٧٢٠	١٧٦ ١٢٢ ٦٢٠	١٧٣ ١٢١ ٦١٠	١٧٠ ١٢١ ٦٠٠	١٦٨ ١٢٠ ٥٩٠	١٦٦ ١٢٠ ٥٨٠	١٦٤ ١٢٠ ٥٧٠	١٦٢ ١٢٠ ٥٦٠	١٦٠ ١٢٠ ٥٥٠
٣٥	١٧٣ ٢٢٢ ٦٢٠	١٦٨ ١٢٢ ٦٢٠	١٦٦ ١٢٠ ٥٩٠	١٦٣ ١٢١ ٦١٠	١٦٠ ١٢١ ٦٠٠	١٥٨ ١٢٠ ٥٩٠	١٥٦ ١٢٠ ٥٨٠	١٥٤ ١٢٠ ٥٧٠	١٥٢ ١٢٠ ٥٦٠	١٥٠ ١٢٠ ٥٥٠
٥٠	١٦٧ ٢٢٢ ٦٢٠	١٦٢ ١٢٢ ٦٢٠	١٦٠ ١٢٠ ٥٩٠	١٥٧ ١٢١ ٦١٠	١٥٤ ١٢١ ٦٠٠	١٥٢ ١٢٠ ٥٩٠	١٥٠ ١٢٠ ٥٨٠	١٤٨ ١٢٠ ٥٧٠	١٤٦ ١٢٠ ٥٦٠	١٤٤ ١٢٠ ٥٥٠
٦٥	١٦٢ ٢٢٢ ٦٢٠	١٥٧ ١٢٢ ٦٢٠	١٥٤ ١٢٠ ٥٩٠	١٥١ ١٢١ ٦١٠	١٤٨ ١٢١ ٦٠٠	١٤٦ ١٢٠ ٥٩٠	١٤٤ ١٢٠ ٥٨٠	١٤٢ ١٢٠ ٥٧٠	١٤٠ ١٢٠ ٥٦٠	١٣٨ ١٢٠ ٥٥٠
٨٠	١٥٧ ٢٢٢ ٦٢٠	١٥٢ ١٢٢ ٦٢٠	١٥٠ ١٢٠ ٥٩٠	١٤٧ ١٢١ ٦١٠	١٤٤ ١٢١ ٦٠٠	١٤٢ ١٢٠ ٥٩٠	١٤٠ ١٢٠ ٥٨٠	١٣٨ ١٢٠ ٥٧٠	١٣٦ ١٢٠ ٥٦٠	١٣٤ ١٢٠ ٥٥٠
٩٥	١٥٢ ٢٢٢ ٦٢٠	١٤٧ ١٢٢ ٦٢٠	١٤٤ ١٢٠ ٥٩٠	١٤١ ١٢١ ٦١٠	١٣٨ ١٢١ ٦٠٠	١٣٦ ١٢٠ ٥٩٠	١٣٤ ١٢٠ ٥٨٠	١٣٢ ١٢٠ ٥٧٠	١٣٠ ١٢٠ ٥٦٠	١٢٨ ١٢٠ ٥٥٠
١١٠	١٤٧ ٢٢٢ ٦٢٠	١٤٢ ١٢٢ ٦٢٠	١٤٠ ١٢٠ ٥٩٠	١٣٧ ١٢١ ٦١٠	١٣٤ ١٢١ ٦٠٠	١٣٢ ١٢٠ ٥٩٠	١٣٠ ١٢٠ ٥٨٠	١٢٨ ١٢٠ ٥٧٠	١٢٦ ١٢٠ ٥٦٠	١٢٤ ١٢٠ ٥٥٠







